

Les zéros de ζ par la construction de Connes et al. : intrus, tests de contrôle avec de faux premiers

ia claude pour Denise Vella-Chemla, 24 octobre 2026

Je fournis à l'ia claude les trois notes suivantes, à propos du calcul des parties imaginaires des zéros non triviaux de la fonction zêta de Riemann par la méthode de Connes et al. et l'interroge sur quelques points :

<https://denisevellachemla.eu/explic-sym-et-reel-complexe-mistral-dvc-20261007.pdf>

<https://denisevellachemla.eu/explic-zeta-Connes-al-lumo-dvc-20261005.pdf>

<https://denisevellachemla.eu/explic-zeta-Connes-al-mistral-dvc-20261005.pdf>

1. Question posée

Dans les calculs de la méthode de Connes-Consani-Moscovici¹, des valeurs s'intercalent parmi les parties imaginaires correctes des zéros de ζ . Deux questions :

1. d'où viennent ces valeurs ?
2. le programme ne "profite-t-il pas de propriétés mathématiques particulières" (i.e. pour $\lambda^2 = 13$, le programme utilise les entiers 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11 et 13 (i.e. les nombres premiers 2, 3, 5, 7, 11 et 13 et les puissances 4, 8 et 9 ; il manque 1, 6, 10 et 12 parmi les nombres entiers positifs de 1 à 13 : 6, 10 et 12 ne sont pas des puissances de nombres premiers, leur poids de von Mangoldt est donc nul, c'est là que s'effectue le lien entre le calcul des zéros de ζ et les nombres premiers), c'est-à-dire les bonnes valeurs ne pourraient-elles pas être trouvées sans qu'il n'y ait ce lien entre la fonction zêta et les nombres premiers ?

2. Ce que calcule le programme

Avec $L = \log \lambda^2$, on construit la matrice symétrique τ de taille $2N + 1$ (indices $-N, \dots, N$) :

$$\tau = \tau_{\text{pôle}} - \tau_{\mathbb{R}} - \tau_{\text{premiers}},$$

où $\tau_{\text{pôle}}$ est le terme du pôle de ζ en $s = 1$, $\tau_{\mathbb{R}}$ la contribution archimédienne (intégrales α, β, γ contre le noyau $\rho(x) = e^{x/2}/(2 \sinh x)$), et

$$\tau_{\text{premiers}}(n, m) = \sum_{k=p^j \leq \lambda^2} \frac{\Lambda(k)}{\sqrt{k}} q_{n,m}(k), \quad \Lambda(p^j) = \log p.$$

On prend le vecteur propre ξ de plus petite valeur propre ε , puis

$$R(z) = \sum_{n=-N}^N \frac{\xi_n}{z - 2\pi n/L}.$$

Les racines réelles de R sont comparées aux parties imaginaires connues 14,1347..., 21,0220... Ces valeurs connues interviennent seulement dans la comparaison finale : j'ai relu les trois programmes (Rust traduit, lumo, mistral) et dans aucun d'eux, les valeurs connues n'entrent dans le calcul de τ , de ξ ou de R .

1. Voir <https://arxiv.org/pdf/2511.22755>.

3. Une cause structurelle des intrus (interprétation)

La fonction $\widehat{\xi}(z) = 2L^{-1/2} \sin(zL/2) R(z)$ a un spectre contenu dans une fenêtre de largeur L . Une telle fonction peut avoir de l'ordre de $L/(2\pi)$ zéros réels par unité de longueur, alors que les zéros de ζ ont pour densité $\frac{1}{2\pi} \log \frac{t}{2\pi}$. Quand $L > \log \frac{t}{2\pi}$, il y a plus de “places” que de vrais zéros, et des racines supplémentaires apparaissent.

Cet argument de comptage est une heuristique, et non pas une démonstration. Il est cohérent avec l'observation suivante : pour $\lambda^2 = 13$, des intrus apparaissent vers 6 ; 9 ; 13, c'est-à-dire là où ζ n'a *aucun* zéro (le premier est en 14,13). Les plus petites valeurs propres de τ sont toutes de l'ordre de 10^{-14} à 10^{-13} ($1,7 \cdot 10^{-14}$; $6 \cdot 10^{-14}$; $8 \cdot 10^{-14}$; ...). Le “vecteur propre minimal” n'est donc défini qu'à l'arrondi près. J'ai pris trois vecteurs de ce quasi-noyau ($\lambda^2 = 13, N = 30$) : tous donnent les 10 zéros, mais des intrus différents (5,95 ; 8,75 ; 11,65... contre 7,41 ; 10,32 ; 15,03...). Les vrais zéros sont donc communs à tous ces vecteurs, et les intrus dépendent de la machine.

4. Résultats du programme corrigé

Fenêtre de recherche $[5, t_{\max}]$, avec $t_{\max} \leq 51$ et restée à l'intérieur des pôles de R (au-delà du dernier pôle, R n'est pas contrôlée). La symétrie de τ est exacte à l'arrondi près. Un intrus est une racine à distance $\geq 10^{-3}$ de tout zéro connu ; il est dit *instable* si le changement de N en $N + 10$ le déplace de plus de 10^{-4} .

λ^2	N	ε	zéros trouvés	erreur max	intrus (tous instables)
5	20	$3,7 \cdot 10^{-14}$	6/10	$3 \cdot 10^{-4}$	4
13	20	$2,0 \cdot 10^{-14}$	8/8 (fenêtre $\leq 46,5$)	$4 \cdot 10^{-9}$	4
13	30	$1,7 \cdot 10^{-14}$	10/10	$3 \cdot 10^{-11}$	6
30	30	$1,7 \cdot 10^{-14}$	10/10	$5 \cdot 10^{-12}$	10

Tous les intrus observés sont instables quand N varie, alors que les zéros authentiques ne bougent pas. Les vrais zéros ne sont donc pas “masqués” par les intrus : ils sont toujours présents, parmi des racines parasites.

5. Tests de contrôle

On remplace l'ingrédient arithmétique par de fausses données et on recompte (paramètres $\lambda^2 = 13, N = 30$) :

variante	ε	zéros trouvés	intrus
vrais premiers (poids de von Mangoldt)	$+1,7 \cdot 10^{-14}$	10/10	6
tous les entiers $k \leq 13$ (poids $\log k/\sqrt{k}$)	-1,9	0/10	18
aucun terme arithmétique	-2,0	0/10	19
poids des premiers $\times U(0,5; 1,5)$ (5 tirages)	-0,34 à -0,77	0/10 (4 tirages), 1/10 (1 tirage)	17 à 19
fréquences $\log k$ décalées de $\pm 0,1$ (3 tirages)	-0,69 à -1,1	0/10	17 à 18

Pour $\lambda^2 = 5$, $N = 30$, les dix variantes fausses donnent 0/10, contre 6/10 pour les vrais premiers. L'unique "succès" d'une variante fausse est une coïncidence à $9 \cdot 10^{-4}$ près, à comparer à 10^{-11} pour la construction authentique ; c'est de l'ordre de ce que le hasard donne, soit environ 0,4 racine par unité de longueur.

Lecture. Avec de fausses données (les 4 types de variantes du tableau), la plus petite valeur propre n'est plus nulle (elle est de l'ordre de $-0,3$ à -2) : la forme n'a plus de vecteur presque nul. Seule la combinaison avec les vrais premiers (seule la partie arithmétique de la formule de Weil a été modifiée pour tester la variation) donne $\varepsilon \approx 10^{-14}$ et des racines sur les zéros. C'est ce que prédit la formule explicite de Weil, qui est une identité : elle lie le pôle, la place réelle et les premiers entre eux. Les valeurs justes ne viennent donc pas d'un réglage caché sur les zéros.

6. Ce que ces tests ne montrent pas

- ces tests ne disent rien sur l'hypothèse de Riemann : $\varepsilon \approx 10^{-14}$ est le niveau de la précision machine et les programmes ne "testent" pas l'hypothèse de Riemann ;
- ces tests n'excluent pas qu'une autre fonction L , avec ses propres nombres premiers et sa propre place archimédienne, ait ses zéros qui présenteraient le même comportement ;
- l'ia claudé n'a pas vérifié les formules de τ contre l'article ; seul leur accord numérique avec les zéros d'Odlyzko les valide, jusqu'à 10^{-13} .

7. Remarques sur les textes lus

- l'ia mistral et l'ia lumo se contredisent : optimum à $\lambda^2 = 13$ (mistral) ou à $\lambda^2 = 4-9$ (lumo). le programme de l'ia claudé donne 10/10 zéros à $\lambda^2 = 13$, $N = 30$, ce qui ne reproduit pas la dégradation annoncée par lumo à ces valeurs.
- l'ia mistral annonce les dix premiers zéros à la précision machine pour $\lambda^2 = 13$, $N = 20$: avec $N = 20$, le dernier pôle est vers $t = 49$ et la fenêtre utile s'arrête à 46,5, soit huit zéros, le huitième à $4 \cdot 10^{-9}$.
- le programme de lumo construit le numérateur de R par `np.poly/np.roots` (degré 60). Cette étape est numériquement mal conditionnée : en la reproduisant avec mon vecteur ξ pour $\lambda^2 = 5$, $N = 30$, l'ia claudé obtient 48 racines complexes et un cinquième zéro faux à $2 \cdot 10^{-3}$, alors que le balayage par changement de signe en donne six corrects. Une partie de la dégradation observée dans ses tables pourrait venir de là (hypothèse, l'ia claudé n'a pas exécuté le code de l'ia lumo).
- "une racine exactement par intervalle entre pôles" (mistral) dépend des signes des ξ_n ; le programme corrigé balaie chaque intervalle.

8. Et pour d'autres fonctions L

Le test précédent (faux premiers) montrait que, pour ζ , les bonnes valeurs ne viennent pas d'un réglage caché. On demande ici si la même construction, avec les données arithmétiques d'une autre

fonction L , retrouve les zéros de *cette* fonction. Cela rejoint la remarque de Sarnak : il vaut mieux travailler avec toutes les fonctions L à la fois qu'avec ζ seule. Seules quelques-unes sont traitées ici, toutes à caractère réel.

9. Ce qui change d'une fonction L à l'autre

Pour $L(s, \chi)$, χ réel primitif de conducteur q et de parité $a \in \{0, 1\}$ ($a = 0$ si $\chi(-1) = 1$), la formule explicite de Weil change de trois manières par rapport à ζ :

1. il n'y a pas de terme de pôle (le caractère n'est pas principal) ;
2. le facteur Γ devient $\Gamma\left(\frac{s+a}{2}\right)$ et la constante $\log \pi$ devient $\log(\pi/q)$;
3. la somme sur les premiers porte le poids $\Lambda(k)\chi(k)/\sqrt{k}$.

En reprenant la dérivation des intégrales α, β, γ à partir de la formule explicite, on obtient le noyau et la constante

$$\rho_a(x) = \frac{e^{(1/2-a)x}}{2 \sinh x}, \quad \kappa = \log \frac{2}{1 + e^{-L}} + \frac{1}{2} \left(\gamma_E + \log \pi - \log q + \log(1 - e^{-2L}) \right),$$

avec $\gamma_n = \int_0^L \left(\cos(\omega_n x) - e^{-(1/2-a)x} \right) \rho_a(x) dx + \kappa$, les autres intégrales α, β étant inchangées (avec ρ_a à la place de ρ). Pour $a = 0$, $q = 1$ cela redonne à 10^{-15} près la constante κ de l'article (1,477044616021782 contre 1,477044616021783 pour $\lambda^2 = 13$).

Statut. Cette généralisation est une généralisation inventée par l'ia claudie ; elle n'est pas tirée de l'article, qui traite ζ . Elle n'est validée que numériquement, par les tests ci-dessous. Le cas des caractères complexes (matrice hermitienne) n'est pas traité.

10. Résultats

Les zéros de référence sont calculés indépendamment par le package de routines `mpmath` (fonction de Hurwitz, $L(s, \chi) = q^{-s} \sum_a \chi(a) \zeta(s, a/q)$), jamais utilisés dans la construction. Paramètres : $N = 30$, fenêtre $[1, 51]$, intrus = racine à plus de 10^{-3} de tout zéro.

fonction	λ^2	ε	zéros trouvés	erreur max	intrus
ζ	13	$1,7 \cdot 10^{-14}$	10/10	$3 \cdot 10^{-11}$	7
ζ	30	$1,7 \cdot 10^{-14}$	10/10	$5 \cdot 10^{-12}$	12
χ_{-4}	13	$6,5 \cdot 10^{-14}$	8/20	$2 \cdot 10^{-4}$	11
χ_{-4}	30	$6,1 \cdot 10^{-15}$	20/20	$4 \cdot 10^{-5}$	3
χ_{-3}	13	$1,9 \cdot 10^{-14}$	10/18	$5 \cdot 10^{-4}$	9
χ_{-3}	30	$4,8 \cdot 10^{-15}$	18/18	$3 \cdot 10^{-6}$	5
χ_5	13	$2,8 \cdot 10^{-12}$	6/21	$2 \cdot 10^{-4}$	13
χ_5	30	$1,9 \cdot 10^{-14}$	21/21	$5 \cdot 10^{-5}$	2
χ_8	13	$2,4 \cdot 10^{-7}$	2/26	$7 \cdot 10^{-5}$	18
χ_8	30	$3,7 \cdot 10^{-14}$	13/26	$5 \cdot 10^{-4}$	13

Pour χ_{-4} , $\lambda^2 = 30$, les premiers zéros sortent à 10^{-14} (6,0209489047 ; 10,2437703042 ; 12,9880980123 ; 16,3426071046 ; 18,2919931961). L'erreur croît ensuite vers le bord de la fenêtre : environ $2 \cdot 10^{-12}$ en $t \approx 30$, $4 \cdot 10^{-10}$ en $t \approx 36$, $7 \cdot 10^{-6}$ en $t \approx 48$ (c'est ce qui donne l'“erreur max” du tableau). Passer à $N = 40$ ne change presque rien.

Fenêtre et conducteur. Il faut un λ^2 d'autant plus grand que q l'est : à $\lambda^2 = 13$, il manque des zéros (8/20 pour $q = 4$, 2/26 pour $q = 8$). À $\lambda^2 = 30$, tous les zéros sont retrouvés pour χ_{-4} , χ_{-3} et χ_5 . Pour χ_8 , seulement la moitié, et les 13 manquants sont tous au-delà de $t \approx 31,6$, sauf pour $q = 8$. Avec $\lambda^2 = 60$ et $N = 40$, on retrouve 26/26. Cela confirme que seule la fenêtre est en cause. C'est ce que dit l'heuristique de comptage du texte précédent : les pôles sont espacés de $2\pi/L$, et les zéros de $L(s, \chi)$ ont pour densité $\frac{1}{2\pi} \log \frac{qt}{2\pi}$, plus grande quand q croît. Quand L est trop petit, deux zéros tombent entre les mêmes pôles et l'un est perdu. Cette lecture est une heuristique.

11. Contrôles

Pour χ_{-4} et χ_5 ($\lambda^2 = 30$, $N = 30$), on garde les zéros de référence et on fausse un ingrédient.

- Cas χ_{-4}

variante	ε	zéros	erreur max	intrus
vraie construction	$+6 \cdot 10^{-15}$	20/20	$4 \cdot 10^{-5}$	3
mauvais caractère (χ_5 dans les premiers)	-0,22	0/20	-	23
premiers de ζ (χ trivial)	-5,9	0/20	-	27
mauvaise parité ($a \rightarrow 0$)	-1,4	0/20	-	27
mauvais conducteur ($q \rightarrow 1$)	-1,4	20/20	$5 \cdot 10^{-5}$	3
poids $\times U(0,5; 1,5)$	-0,91	0/20	-	26

- Cas χ_5

variante	ε	zéros	erreur max	intrus
vraie construction	$+2 \cdot 10^{-14}$	21/21	$5 \cdot 10^{-5}$	2
mauvais caractère (χ_{-4} dans les premiers)	-1,2	0/21	-	27
premiers de ζ	-7,0	0/21	-	27
mauvaise parité ($a \rightarrow 1$)	$+5 \cdot 10^{-8}$	16/21	$7 \cdot 10^{-4}$	7
mauvais conducteur ($q \rightarrow 1$)	-1,6	21/21	$1 \cdot 10^{-4}$	2
poids $\times U(0,5; 1,5)$	-0,69	0/21	-	26

Deux observations demandent de la prudence.

- *le conducteur n'est pas vu par les racines.* Avec $q \rightarrow 1$, les zéros restent justes, mais ε se décale de -1,4 pour $q = 4$ et de -1,6 pour $q = 5$, soit exactement $-\log q$ (accord à 12 chiffres). La raison : q n'entre que dans la constante κ , donc dans un multiple de l'identité sur la diagonale ; cela décale toutes les valeurs propres sans changer le vecteur propre, donc sans changer R . Seul ε révèle que le conducteur est faux.

- la parité n'est pas toujours décisive. Pour χ_5 avec $a = 1$, on trouve encore 16 zéros sur 21 à 10^{-3} près ($\varepsilon = 5 \cdot 10^{-8}$), mais 14 fois moins précis que la construction juste. Pour χ_{-4} avec $a = 0$, tout s'effondre. Ma lecture : la différence des deux noyaux vaut $\pm \frac{1}{2 \cosh(x/2)}$, de signe opposé dans les deux cas ; ajouter une forme positive déplace peu la plus petite valeur propre, en retrancher une la rend nettement négative. L'ia claudé écrit n'avoir pas démontré cela.

12. Nuances à apporter aux affirmations des sections précédentes

- la même construction, nourrie par $(a, q, \chi(k))$ et rien d'autre, retrouve les zéros de quatre fonctions L de Dirichlet réelles en plus de ceux de ζ (mais pas pour χ_8 lorsque $\lambda^2 = 30$, donc pas toujours). Aucun zéro n'est fourni au programme.
- chaque ingrédient arithmétique (le caractère, la parité, le conducteur) est requis : falsifier la partie arithmétique fait toujours perdre $\varepsilon \approx 0$ et les zéros ; une mauvaise parité donne tantôt un effondrement, tantôt une dégradation modérée ; un mauvais conducteur ne change pas les racines.
- cela ne dit rien de l'hypothèse de Riemann généralisée : $\varepsilon \approx 10^{-14}$ n'est pas un test de l'hypothèse de Riemann généralisée (GRH). Aucune notion de famille ni de matrices aléatoires n'intervient ici.

13. Bilan : ce que ce test enseigne

Par rapport au test précédent (faux premiers, ζ seule). On pouvait seulement dire que, pour ζ , les bonnes valeurs ne viennent pas d'un réglage sur les zéros. Il restait possible que ce soit un hasard propre à ζ . Or la même machine, alimentée par la parité, le conducteur et le caractère et par rien d'autre, retrouve les zéros de quatre autres fonctions L , vérifiés par un calcul indépendant. Ce n'est donc pas une particularité de ζ : c'est l'identité de Weil qui fait le travail, et elle vaut pour toutes ces fonctions. Les intrus se retrouvent aussi partout, ce qui confirme qu'ils sont structurels et non propres à ζ .

Ce que cela ne dit pas. La construction repose sur une identité valable sans hypothèse ; qu'elle marche ne dit donc rien sur la plausibilité de l'hypothèse de Riemann (RH) ou de l'hypothèse de Riemann généralisée (GRH). L'ia claudé ne sait pas si la méthode "verrait" un zéro hors de la droite critique, et rien dans ces tests ne l'indique.

Ce qui corrige les affirmations précédentes de l'ia claudé.

1. compter les zéros retrouvés est un critère incomplet. Le conducteur ne change la matrice que par un multiple de l'identité : les racines restent justes, seul ε se décale (de $-\log q$). Pour ζ ($q = 1$) cela ne se voyait pas ; ε est un meilleur détecteur que le comptage.
2. les formules dérivées ont fonctionné dès la première exécution, avec $\varepsilon \approx 10^{-14}$. C'est un test sévère, car ε réagit à toute constante fausse, mais c'est aussi la seule validation de ces formules.

Limites. Cinq caractères réels et un seul N ne font pas une famille. Les formules de l'ia claudé pour $L(s, \chi)$ ne sont pas tirées d'un article et ne sont validées que numériquement. Les caractères complexes et les autres fonctions L ne sont pas traités. Comme pour ζ , il y a des intrus (de 2 à 18 selon les cas), ce sont tous des racines parasites qui bougent avec les paramètres.

14. Programmes et leur résultat

Les programmes de l'ia claudé sont téléchargeables aux adresse :

- <https://denisevellachemla.eu/zeta-ccm-claude-pgm1.pdf> ;
- <https://denisevellachemla.eu/zeta-ccm-claude-pgm2.pdf> ;

`lfonctions_ccm.py` (numpy, mpmath) : `python3 lfonctions_ccm.py` pour les tableaux de résultats, `python3 lfonctions_ccm.py controles` pour les contrôles.

```

lambda2 = 5    N = 20    L = 1.6094    fenetre [5, 51.0]
asymetrie brute de tau : 1.39e-17    eps = 3.67e-14    ecart spectral = 4.62e-14
  zero 14.134725142 : calcule 14.134725142    erreur 5.8e-12
  zero 21.022039639 : calcule 21.022039638    erreur 1.1e-09
  zero 25.010857580 : calcule 25.010857555    erreur 2.6e-08
  zero 30.424876126 : calcule 30.424873397    erreur 2.7e-06
  zero 32.935061588 : calcule 32.935043509    erreur 1.8e-05
  zero 37.586178159 : calcule 37.585876364    erreur 3.0e-04
  zero 40.918719012 : ABSENT
  zero 43.327073281 : ABSENT
  zero 48.005150881 : ABSENT
  zero 49.773832478 : ABSENT
INTRUS 40.913638    (instable quand N -> N+10)
INTRUS 43.311152    (instable quand N -> N+10)
INTRUS 47.620447    (instable quand N -> N+10)
INTRUS 49.141993    (instable quand N -> N+10)

```

```

lambda2 = 13    N = 20    L = 2.5649    fenetre [5, 46.5]
asymetrie brute de tau : 2.78e-17    eps = 1.90e-14    ecart spectral = 4.39e-14
  zero 14.134725142 : calcule 14.134725142    erreur 9.1e-14
  zero 21.022039639 : calcule 21.022039639    erreur 2.5e-14
  zero 25.010857580 : calcule 25.010857580    erreur 0.0e+00
  zero 30.424876126 : calcule 30.424876126    erreur 3.4e-13
  zero 32.935061588 : calcule 32.935061588    erreur 1.1e-12
  zero 37.586178159 : calcule 37.586178159    erreur 1.5e-11
  zero 40.918719012 : calcule 40.918719012    erreur 5.0e-10
  zero 43.327073281 : calcule 43.327073277    erreur 4.2e-09
INTRUS 6.297850    (instable quand N -> N+10)
INTRUS 9.312179    (instable quand N -> N+10)
INTRUS 13.057810   (instable quand N -> N+10)
INTRUS 18.343978   (instable quand N -> N+10)

```

```

lambda2 = 13    N = 30    L = 2.5649    fenetre [5, 51.0]
asymetrie brute de tau : 2.78e-17    eps = 1.67e-14    ecart spectral = 4.47e-14
  zero 14.134725142 : calcule 14.134725142    erreur 2.0e-14
  zero 21.022039639 : calcule 21.022039639    erreur 3.2e-14

```

```

zero 25.010857580 : calcule 25.010857580 erreur 9.2e-14
zero 30.424876126 : calcule 30.424876126 erreur 1.3e-13
zero 32.935061588 : calcule 32.935061588 erreur 5.6e-13
zero 37.586178159 : calcule 37.586178159 erreur 1.4e-13
zero 40.918719012 : calcule 40.918719012 erreur 4.6e-13
zero 43.327073281 : calcule 43.327073281 erreur 8.8e-13
zero 48.005150881 : calcule 48.005150881 erreur 1.0e-11
zero 49.773832478 : calcule 49.773832478 erreur 3.4e-11
INTRUS 5.971646 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 8.734750 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 11.678683 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 17.467958 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 23.723936 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 33.773493 (instable quand N -> N+10)

```

```

lambda2 = 30    N = 30    L = 3.4012    fenetre [5, 51.0]
asymetrie brute de tau : 1.39e-17    eps = 1.39e-14    ecart spectral = 4.75e-14
zero 14.134725142 : calcule 14.134725142 erreur 2.0e-14
zero 21.022039639 : calcule 21.022039639 erreur 3.6e-15
zero 25.010857580 : calcule 25.010857580 erreur 1.4e-14
zero 30.424876126 : calcule 30.424876126 erreur 5.0e-14
zero 32.935061588 : calcule 32.935061588 erreur 7.8e-14
zero 37.586178159 : calcule 37.586178159 erreur 5.0e-14
zero 40.918719012 : calcule 40.918719012 erreur 2.1e-14
zero 43.327073281 : calcule 43.327073281 erreur 0.0e+00
zero 48.005150881 : calcule 48.005150881 erreur 1.0e-12
zero 49.773832478 : calcule 49.773832478 erreur 5.3e-12
INTRUS 6.370150 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 8.429558 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 10.554780 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 12.811311 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 16.720095 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 18.809087 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 23.209637 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 27.382849 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 31.884836 (instable quand N -> N+10)
INTRUS 36.284398 (instable quand N -> N+10)

```

$s = 1/2 + i*14.134725142$ (zeta(s) = 0)

N (ou P)	serie corrigee .	serie brute .	produit eulerien .
10	3.853e-02	2.474e-01	2.147e-01
100	1.179e-03	7.094e-01	1.152e-01
1000	3.727e-05	2.236e+00	6.114e-02
10000	1.179e-06	7.071e+00	2.283e-02
100000	3.727e-08	2.236e+01	1.308e-02
1000000	1.178e-09	7.070e+01	4.174e-01

Rappel : la valeur exacte est 0.

Le terme $N^{1-s}/(1-s)$ a pour module $\sqrt{N}/|1-s| = \sqrt{N}/14.14$.

Dernière petite note : les intrus ne sont pas les mêmes lors d'une exécution par l'ia claudes dans son bac à sable et lors d'une exécution sur mon ordinateur : claudes l'explique ainsi : "Les vrais zéros de

ζ sortent de tous ces vecteurs propres, quel que soit le mélange, alors que les intrus changent selon le mélange des vecteurs propres utilisé.”