

Dans la note du 7/8/9, d'une part, j'exhibe une fonction de comptage  $f(2x, k)$  dont il faudrait démontrer que sa définition est correcte et d'autre part, je propose deux idées :

- l'une concerne une manière d'utiliser cette fonction de comptage  $f$  pour minorer le nombre de décomposants de Goldbach d'un nombre pair ;
- l'autre concerne une manière d'utiliser  $f$  pour caractériser la primalité d'une nouvelle manière, originale (c'est l'objet de l'annexe 1 de la note du 7/8/9).

Prenons l'exemple du nombre pair  $2x = 98$ .

Les caractères de divisibilité des couples de décomposants impairs possibles pour 98 sont représentés dans la table d'appartenance suivante :

q	95	93	91	89	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65	63	61	59	57	55	53	51	49				
p	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	divisible par			
																										15	Card(E7)=3	
																											13	Card(E6)=3
																											11	Card(E5)=4
																											9	Card(E4)=5
																											7	Card(E3)=4
																											5	Card(E2)=9
																											3	Card(E1)=16

Chaque colonne représente un élément, i.e. un couple de deux entiers impairs compris au sens large entre 3 et  $x$ .

Chaque ligne représente un ensemble : l'ensemble  $E_i$  est l'ensemble des couples  $(p, q)$  tels que  $2i + 1$  divise  $p$  ou  $2i + 1$  divise  $q$ .

Le fait de griser une case correspond au fait que l'élément associé à la colonne de la case appartient à l'ensemble associé à la ligne de la case.

Pour "combiner" les appartenances des éléments aux différents ensembles des lignes, j'ai fait le choix d'appliquer le principe d'inclusion/exclusion aux fréquences d'appartenance observées.

J'ai choisi de considérer les résultats de la fonction  $f$  rapportés au nombre de colonnes de chaque grille comme des probabilités et d'appliquer récursivement la formule  $g(a, b) = a + b - ab$  à ces nombres.

Cette idée présentait deux erreurs de raisonnement.

D'abord, j'appliquais la formule même si le caractère de divisibilité considéré était la divisibilité par un nombre composé. Or trivialement, les lignes correspondant à cette divisibilité n'ajoute pas de colonnes colorées supplémentaires, il ne faudrait donc pas les considérer. Cependant, comme  $g(a, b)$  croît strictement quand on l'applique inutilement, cette "erreur" ne devait pas avoir de conséquence préjudiciable sur le résultat.

L'autre erreur est par contre plus grave : considérons les 3 premiers impairs premiers que sont 3, 5 et 7.

Si j'applique  $g$  aux nombres de cases colorées des 3 premières lignes, j'obtiens :  $(a+b-ab)+c-(a+b-ab)*c$

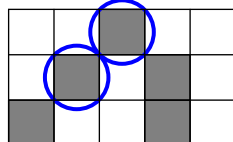
Mais cette formule présente l'inconvénient de ne pas prendre en compte du tout le fait qu'il faut s'intéresser d'une part au cardinal de l'ensemble des nombres à la fois divisibles par 3 et 7 et d'autre part au cardinal de l'ensemble des nombres à la fois divisibles par 5 et 7 et enfin, au cardinal de l'ensemble des nombres qui sont divisibles à la fois par 3, 5 et 7 et ceci est comme "gommé" par cette formule trop générale.

Du coup, j'ai eu l'idée d'essayer de compter les cases colorées qui "ajoutent" des colonnes qui n'étaient pas déjà colorées. Je les ai entourées en bleu dans les grilles ci-dessous.

Problème, de très grosse taille : je ne sais pas compter ces cases précisément...

21 19 17 15 13

3 5 7 9 11



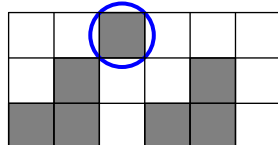
1 5 [24]

2

2

23 21 19 17 15 13

3 5 7 9 11 13



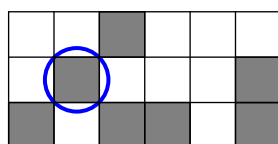
1 6 [26]

2

4

25 23 21 19 17 15

3 5 7 9 11 13



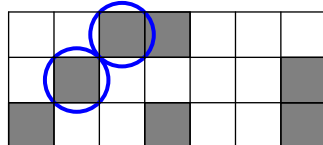
1 6 [28]

2

4

27 25 23 21 19 17 15

3 5 7 9 11 13 15



[30]

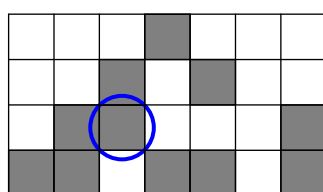
2 7

2

3

29 27 25 23 21 19 17

3 5 7 9 11 13 15



1 7 [32]

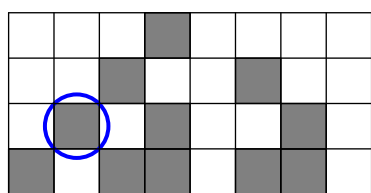
2

3

5

31 29 27 25 23 21 19 17

3 5 7 9 11 13 15 17



1 8 [34]

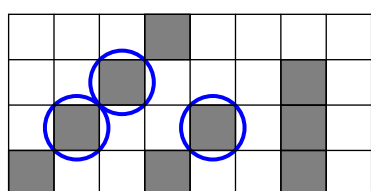
2

3

5

33 31 29 27 25 23 21 19

3 5 7 9 11 13 15 17



1 8 [36]

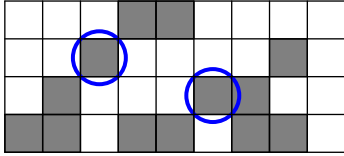
2

3

3

35 33 31 29 27 25 23 21 19

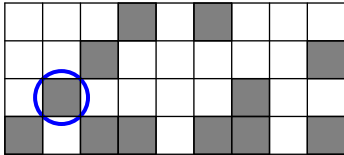
3 5 7 9 11 13 15 17 19



2 9 [38]  
 2  
 3  
 6

37 35 33 31 29 27 25 23 21

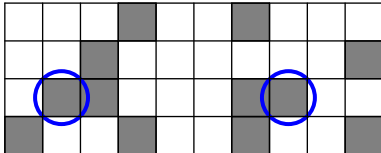
3 5 7 9 11 13 15 17 19



2 9 [40]  
 2  
 2  
 6

39 37 35 33 31 29 27 25 23 21

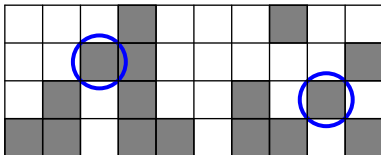
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21



2 10 [42]  
 2  
 4  
 4

41 39 37 35 33 31 29 27 25 23

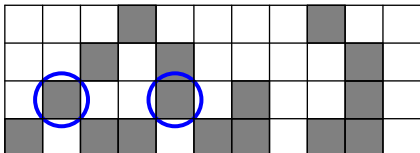
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21



2 10 [44]  
 3  
 4  
 7

43 41 39 37 35 33 31 29 27 25 23

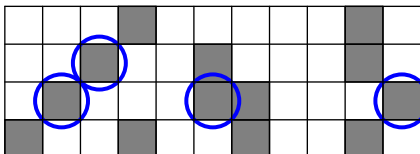
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23



2 11 [46]  
 3  
 4  
 7

45 43 41 39 37 35 33 31 29 27 25

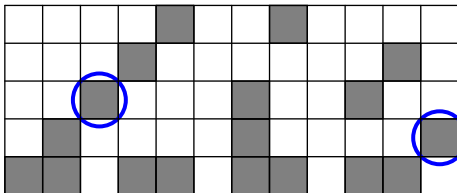
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23



2 11 [48]  
 3  
 4  
 4

47 45 43 41 39 37 35 33 31 29 27 25

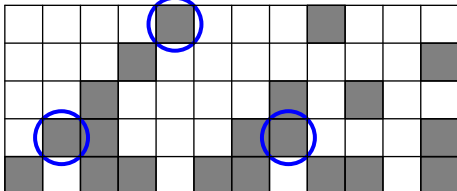
3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25



2 12 [50]  
 2  
 3  
 3  
 8

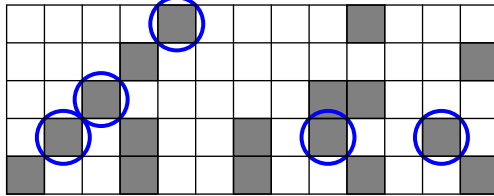
49 47 45 43 41 39 37 35 33 31 29 27

3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25



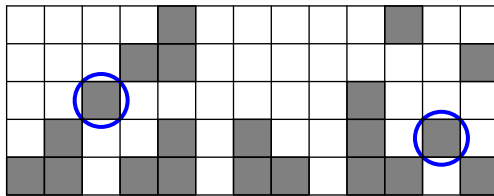
2 12 [52]  
 2  
 3  
 5  
 8

51 49 47 45 43 41 39 37 35 33 31 29 27  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27



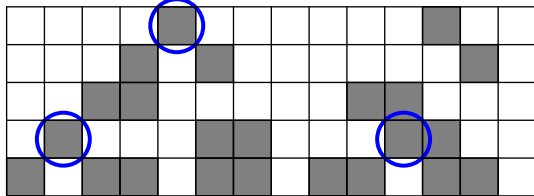
2 13 [54]  
 2  
 3  
 5  
 5

53 51 49 47 45 43 41 39 37 35 33 31 29  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27



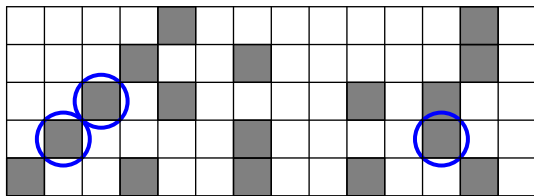
2 13 [56]  
 3  
 2  
 5  
 9

55 53 51 49 47 45 43 41 39 37 35 33 31 29  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29



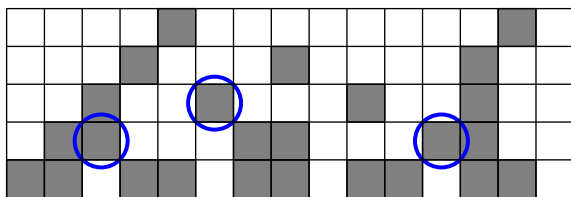
2 14 [58]  
 3  
 4  
 5  
 9

57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37 35 33 31  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29



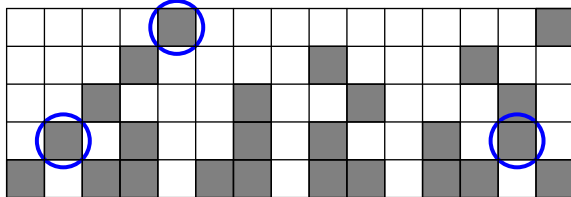
2 14 [60]  
 3  
 4  
 3  
 5

59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37 35 33 31  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31



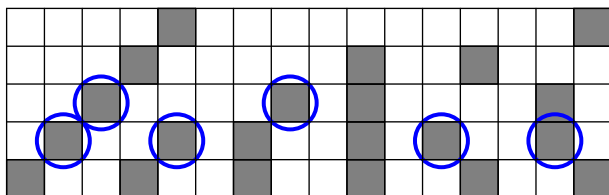
2 15 [62]  
 3  
 4  
 6  
 10

61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37 35 33  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31



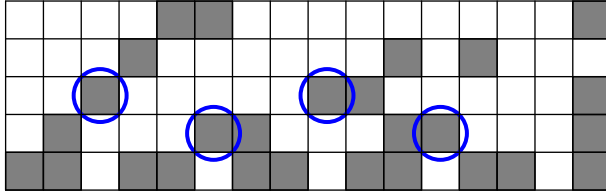
2 15 [64]  
 3  
 4  
 6  
 10

63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37 35 33  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33



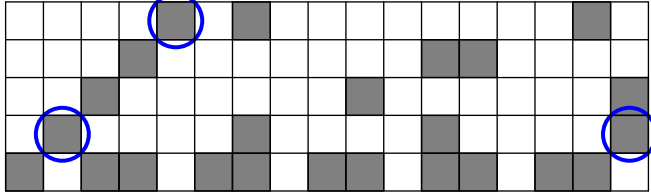
2 16 [66]  
 3  
 4  
 6  
 6

65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37 35  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33



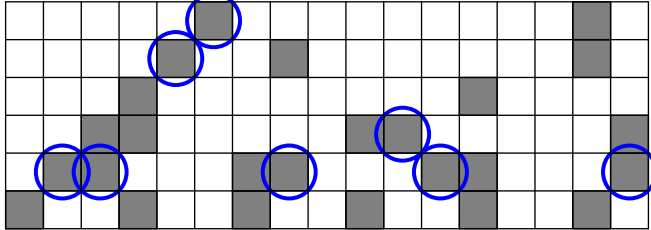
3 16 [68]  
 3  
 4  
 6  
 11

67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37 35  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35



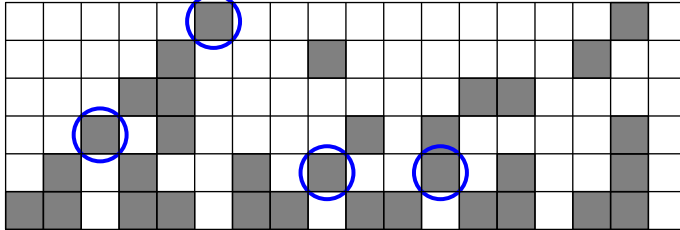
3 17 [70]  
 3  
 3  
 4  
 11

69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35



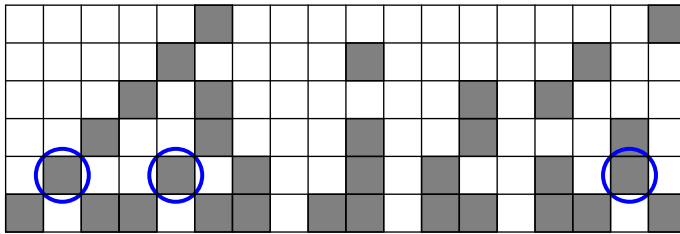
2 17 [72]  
 3  
 2  
 5  
 7  
 6

71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39 37  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37



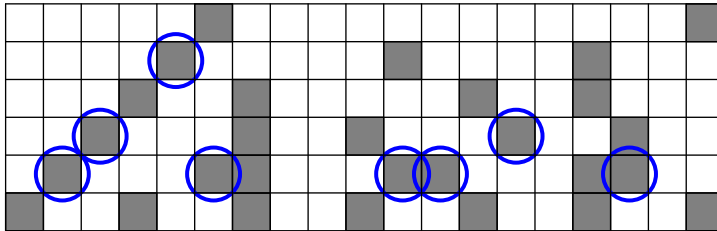
2 18 [74]  
 3  
 4  
 5  
 7  
 12

73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37



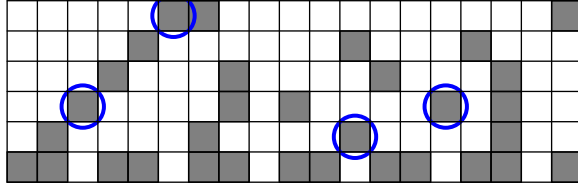
2 18 [76]  
 3  
 4  
 5  
 7  
 12

75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41 39  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39



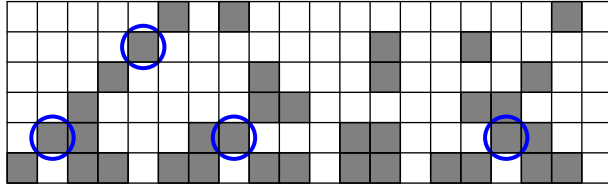
2 19 [78]  
 3  
 4  
 5  
 7  
 7

77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39



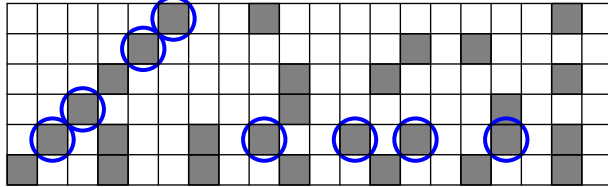
3 19 [80]  
 3  
 4  
 5  
 4  
 13

79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43 41  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41



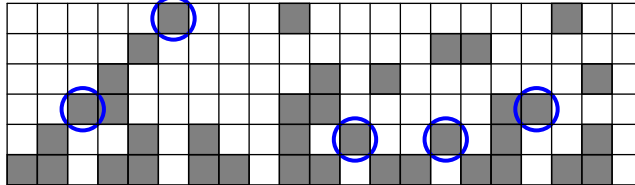
3 20 [82]  
 3  
 4  
 5  
 8  
 13

81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41



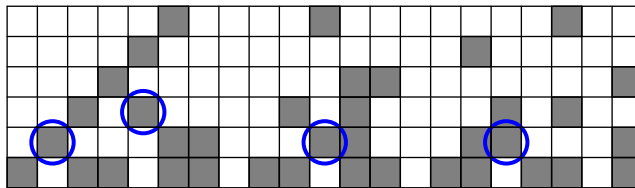
3 20 [84]  
 3  
 4  
 3  
 8  
 7

83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45 43  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43



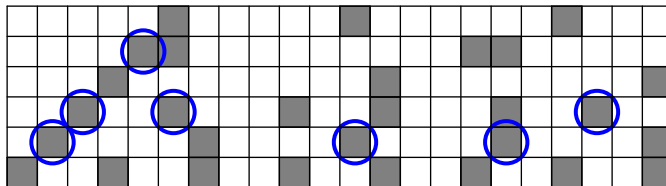
3 21 [86]  
 3  
 4  
 6  
 8  
 14

85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43



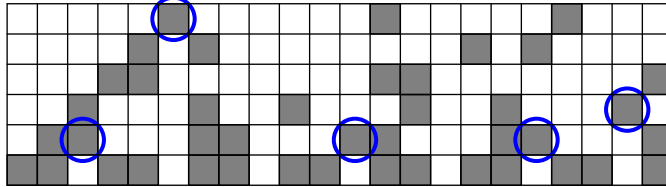
3 21 [88]  
 2  
 4  
 6  
 8  
 14

87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47 45  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45



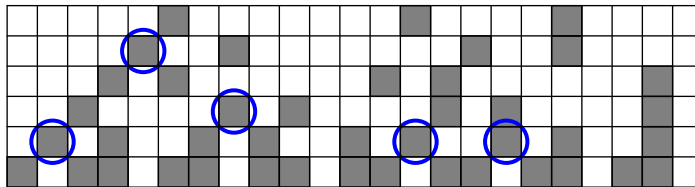
3 22 [90]  
 4  
 3  
 6  
 5  
 8

89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45



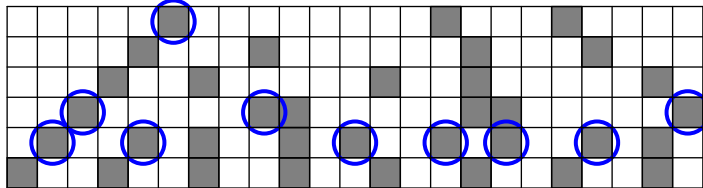
3 22 [92]  
 4  
 5  
 6  
 9  
 15

91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49 47  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47



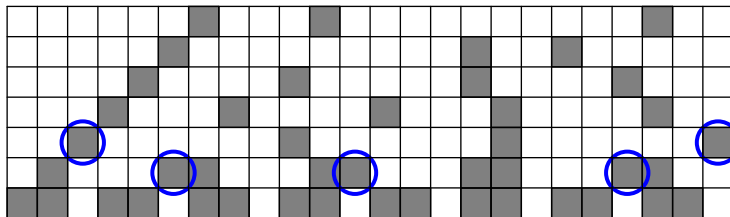
3 23 [94]  
 4  
 5  
 6  
 9  
 15

93 91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47



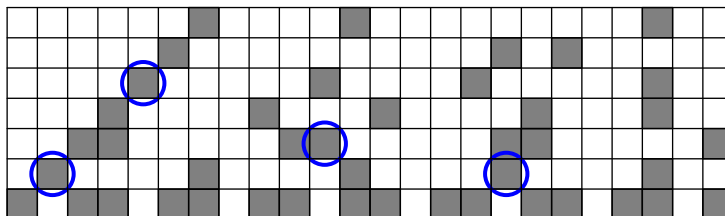
3 23 [96]  
 4  
 5  
 6  
 9  
 8

95 93 91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51 49  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49



3 24 [98]  
 3  
 4  
 5  
 4  
 9  
 16

97 95 93 91 89 87 85 83 81 79 77 75 73 71 69 67 65 63 61 59 57 55 53 51  
 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37 39 41 43 45 47 49



3 24 [100]  
 3  
 4  
 5  
 7  
 5  
 16