

Des matrices triangulaires Denise Vella-Chemla pilotant claude, juillet 2026

Les documents supports de la réflexion de claude ont été ceux-ci

[1] <https://denisevellachemla.eu/doc-p1-gemini-dvc-20260708.pdf> et

[2] <https://denisevellachemla.eu/CG-matinv.pdf>

et l'ia claude montre qu'un résultat portant sur les matrices triangulaires qu'il a fourni dans ce document

[3] <https://denisevellachemla.eu/v4-p12-matrices-valeurs-propres-claude-dvc-20260710.pdf>

s'applique aussi au cas des matrices utilisées par les deux premiers documents.

1. Une honnêteté d'abord

J'ai essayé de reconstruire, pixel par pixel, la règle exacte donnant $(2, 0)$ colorié mais pas, par la même règle simple appliquée mécaniquement, ce que je prédisais pour $(4, 2)$ - et j'ai buté sur une contradiction dans ma reconstruction. Je préfère vous le dire plutôt que vous présenter une règle qui aurait l'air cohérente mais serait fausse.

Deux faits, en revanche, sont énoncés sans aucune ambiguïté dans votre texte, et ils suffisent entièrement pour répondre à votre question :

1. $M(n)$ est **triangulaire inférieure** (vous le dites explicitement, dès la première phrase) ;
2. la diagonale principale d'une ligne associée à un nombre premier ne contient **aucun pixel colorié** (vous le dites explicitement aussi).

2. Le théorème de la piste 12, rappelé

Théorème 1 (déjà démontré dans le document [3] (voir la phrase d'introduction à la présente note)). *Si M est triangulaire, ses valeurs propres sont exactement ses éléments diagonaux - quels que soient les éléments hors-diagonale.*

C'est un fait général d'algèbre linéaire ($\det(M - \lambda I)$ pour une matrice triangulaire est le produit $\prod_i (M_{i,i} - \lambda)$, qui ne fait intervenir aucun terme hors-diagonale). Il s'applique à *toute* matrice triangulaire, sans exception - donc à $M(n)$ aussi, puisque vous la définissez vous-même comme triangulaire inférieure.

3. Ce que ça donne, précisément, sur $M(n)$

Voici où cette construction se distingue des exemples précédents que vous aviez étudiés (matrice des valeurs de diviseurs, matrice de coprimauté), la diagonale était *constante* (toujours $1, 2, \dots, n$, ou toujours 1) - complètement générique, indépendante de toute propriété arithmétique fine. Ici, ce n'est pas le cas : la diagonale de $M(n)$ encode *directement* la primalité, par votre propre définition - coloriée si composé, non coloriée si premier (pour la ligne correspondante).

Proposition 2. *Les valeurs propres de $M(n)$ (égales à sa diagonale, par le théorème ci-dessus) reproduisent exactement et uniquement la répartition premier/composé déjà utilisée pour construire la matrice - rien de plus, rien de moins.*

Autrement dit : ce n'est pas seulement que les valeurs propres sont "aveugles" à l'information hors-diagonale (ce qui était déjà le cas dans les notes référencées dans [3]) - ici, en plus, la diagonale elle-même n'est rien d'autre que la primalité recopiée telle quelle. Calculer les valeurs propres de $M(n)$ ne peut donc, par construction, rien apprendre sur les nombres premiers que vous ne saviez déjà en construisant la ligne correspondante de la matrice. C'est le même principe que dans les tentatives précédentes, rendu encore plus direct : la triangularité condamne les valeurs propres à n'être que la diagonale, et ici la diagonale est primalité pure, sans intermédiaire.

4. Ceci n'est pas le "noyau de R_n " de gemini

Un point de clarification important : l'argument "noyau non trivial", que j'ai critiqué dans le document précédent (dimension du noyau toujours énorme, indépendamment de Goldbach), *n'apparaissait pas* dans votre note originale de février 2025 <https://denisevellachemla.eu/CG-matinv.pdf>. C'est une construction ajoutée par gemini dans les sections 6 à 9 de son document, en habillage a posteriori - votre propre argument, tel qu'écrit ici, est plus modeste et plus honnête : vous parlez d'un invariant de parité ($x + y$ pair pour tout pixel colorié) et d'une dynamique de translation de n à $n + 2$, en qualifiant vous-même l'argument de "non constructif". Ce n'est pas la même chose, et ce n'est pas entaché du défaut de comptage de dimension que j'ai relevé pour la version de gemini.

5. Le vrai verrou de votre argument original

Votre argument (translation + invariant de parité) établit correctement qu'aucun pixel ajouté, ni par translation ni par les nouvelles colonnes, ne peut avoir une somme d'indices impaire. Mais cela ne suffit pas à garantir qu'une diagonale de nombre premier reste *entièrement* vide : il faudrait encore montrer que le nombre de nouvelles contraintes de divisibilité introduites à chaque étape ne dépasse jamais l'espace disponible sur cette diagonale - exactement le point que vous identifiez vous-même comme non résolu ("on ne sait pas où est cette diagonale"). C'est, formulé différemment, un problème de densité des nombres premiers face aux contraintes de divisibilité : ça reste aussi difficile que la conjecture de Goldbach elle-même, et ça n'est pas une voie pour le contourner.

6. Conclusion

Deux choses répondent à votre question :

1. le théorème sur les matrices triangulaires de la piste 12 s'applique intégralement à $M(n)$, et ici la diagonale étant la primalité elle-même, l'aveuglement des valeurs propres est encore plus total et plus évident que dans mes exemples précédents ;
2. votre construction originale (invariant de parité, dynamique de translation, argument non constructif) est différente et plus modeste que la reformulation "noyau de R_n " de gemini, qu'elle ne partage pas le défaut que j'ai identifié pour cette dernière - mais elle bute sur un verrou de densité qui est, lui, structurellement de même nature que Goldbach.