Le programme de gemini ne calcule pas ce que dit le document - reconstruction correcte et preuve de la palindromie
Denise Vella-Chemla pilotant l'ia claude, juillet 2026

J'avais d'abord fourni à gemini cette note https://denisevellachemla.eu/palindromes.pdf .

Gemini m'a fourni en retour cette note https://denisevellachemla.eu/doc-p8-gemini-dvc-20260708.pdf , que j'ai soumise à l'ia claude.

1. Le problème concret, vérifié par le calcul

Le programme fourni par gemini classe les décompositions $n = a + b$ (a, b impairs, $a \leq b$) *sans condition de primalité*, et seulement pour un n à la fois (pas cumulé).

Je l'ai exécuté : il donne $[1], [1], [1, 1], [1, 1], [1, 1, 1], \ldots$ - des profils triviaux, tous à 1.

Le texte de gemini affirme pourtant, dans le même document, l'exemple "$[1, 2, 3, 3, 3, 2, 1]$ pour $n = 18$" - qui ne correspond ni à ce que le programme produit, ni à un profil non cumulé pour un seul n.

Cet exemple est en réalité recopié correctement depuis votre document source de 2018, mais le programme censé le reproduire ne le fait pas et cette contradiction interne n'a pas été relevée.

2. Ce que votre document de 2018 fait réellement

En consultant votre document initial https://denisevellachemla.eu/palindromes.pdf , la construction correcte est :

- on met en commun ("pool") toutes les décompositions $n' = a + b$ pour tous les pairs n' de 6 à N ;
- a doit être un nombre premier impair, avec $3 \leq a \leq b$;
- b est un impair quelconque (pas nécessairement premier) ;
- pour chaque valeur de b, on compte combien de tels a premiers donnent une décomposition valide avec $a + b \leq N$.

C'est exactement la définition de $G(n)$ que vous donnez plus loin dans le même document. La primalité de a est l'ingrédient qui manquait dans le code de gemini : sans elle, on compte tous les impairs (d'où les profils triviaux) ; avec elle, on retrouve *exactement* vos onze lignes.

Proposition 1 (vérifiée par calcul exhaustif)**.** *Pour b impair, $3 \leq b \leq N - 3$, le compte des décompositions ayant b comme second sommant, cumulé jusqu'à N, vaut*

$$c(b, N) = \#\{a \text{ premier impair} : 3 \leq a \leq \min(b,\, N - b)\} = \pi_{\text{impair}}\Big(\min(b, N - b)\Big),$$

où $\pi_{\text{impair}}(x)$ compte les nombres premiers impairs $\leq x$. Cette formule reproduit exactement vos onze lignes ($n = 6$ à 26), vérifié directement.

3. Preuve de la palindromie

Théorème 2. *Pour tout N pair, la ligne* $\Big(c(b,N)\Big)_{b=3,5,\dots,N-3}$ *est un palindrome.*

Démonstration. Il suffit de constater que $\min(b, N-b)$ est invariant par l'échange $b \leftrightarrow N-b$: en effet $\min(N-b,\ N-(N-b)) = \min(N-b, b) = \min(b, N-b)$. Donc $c(b,N) = c(N-b,N)$ pour tout b dans l'intervalle considéré, ce qui est exactement la définition d'un palindrome pour la suite indexée par $b = 3, 5, \dots, N-3$ (le terme en position k depuis la gauche coïncide avec celui en position k depuis la droite). $\square$

Remarque : c'est une conséquence directe et élémentaire de la structure $\min(\cdot,\cdot)$, pas un phénomène caché : la palindromie n'a rien de mystérieux une fois la formule fermée en main. Je l'ai aussi vérifiée par calcul direct (sans utiliser la formule fermée) jusqu'à $n = 80$: elle tient sans exception.

4. Les points fixes de l'involution f_n

Vérifiés par calcul direct pour $n = 6$ à 40 : le nombre de points fixes de f_n vaut exactement $\pi_{\text{impair}}(n/2)$ quand $n/2$ est impair (c'est-à-dire $n \equiv 2 \pmod 4$), et 0 sinon. Ceci découle immédiatement de la définition : un point fixe de f_n correspond à $b = n/2$, qui n'est un second sommant valide que s'il est impair ; et pour chaque premier $a \leq n/2$, le couple $(a, n/2)$ est alors fixe. Rien à corriger ici, votre énoncé est exact.

5. Cette piste touche-t-elle Goldbach ?

Honnêtement : pas directement. La quantité $c(b,N)$ compte, pour un second sommant b donné, combien de *plus petits* nombres premiers $a \leq b$ existent - c'est une question de comptage de nombres premiers en dessous d'un seuil (π_{impair}), pas une question d'existence d'une décomposition primaire pour un n donné. Contrairement aux pistes précédentes

- (piste entropie de Connes) lien 1,
- (piste min-plus) lien 2 et lien 3,
- (piste Zagier) lien 4 ,

ce n'est même pas une reformulation équivalente de Goldbach : c'est un fait vrai, élégant, complètement prouvé, mais sur un objet différent - un peu comme les points 1 et 2 de la piste 3 (corrects, mais sans lien de fond avec la conjecture). Le triangle est une jolie structure sur le comptage des nombres premiers, pas sur l'existence de décompositions.

6. Conclusion

Trois choses accomplies :

1. identification précise de l'erreur dans le code de gemini (primalité de a manquante) et de la contradiction non relevée entre son texte et son propre programme ;
2. reconstruction vérifiée à 100% de votre construction réelle, avec preuve complète et courte de la palindromie (conséquence directe de la symétrie de $\min(b, N-b)$) ;

3. confirmation numérique de la formule des points fixes de f_n.

Aucun de ces résultats ne rapproche d'une éventuelle démonstration de la conjecture de Goldbach, mais contrairement aux pistes
(p1) https://denisevellachemla.eu/CG-matinv.pdf , https://denisevellachemla.eu/doc-p1-gemini-dvc-20260708.pdf ,
ou (p5) https://denisevellachemla.eu/grenouille.pdf , https://denisevellachemla.eu/doc-p5-gemini-dvc-20260708.pdf
ou (p6) https://denisevellachemla.eu/dg98.pdf et https://denisevellachemla.eu/miroir-interpol.pdf ,
ce n'en est pas non plus une reformulation tautologique : c'est un résultat correct et complet sur un objet voisin, mais distinct.