"Serre est un Mozart qui aurait vécu jusqu'à 90 ans". Michel Broué¹.

Faire communiquer les différents champs mathématiques pour façonner des idées et des outils nouveaux : tel est le principal apport de Jean-Pierre Serre, qui remplit les amphis de Harvard à Singapour. Explications, par Michel Broué.

Jean-Pierre Serre (né en 1926) est le plus jeune lauréat de la médaille Fields, qu'il a obtenue en 1954, à moins de 28 ans...

LE POINT : Récipiendaire de la fameuse médaille Fields à moins de 28 ans, élu professeur au Collège de France avant 30 ans, Prix Abel en 2003, Jean-Pierre Serre est très certainement un surdoué des maths. Mais quel est son apport ?

MICHEL BROUÉ: Après avoir participé au séminaire de topologie algébrique d'Henri Cartan à l'École Normale Supérieure, il a découvert que la théorie de Leray des espaces fibrés et de leur suite spectrale pouvait être appliquée dans un cadre beaucoup plus large qu'on ne l'imaginait alors. Cela l'a amené au calcul des groupes d'homotopies des sphères, via des méthodes et des résultats qui ont révolutionné la topologie algébrique, et lui ont valu la médaille Fields en 1954. Mais il est beaucoup plus que cela. C'est un théoricien hors pair, l'un des rares aujourd'hui à avoir une vision panoramique des mathématiques, ce qui lui permet de relier les différentes spécialités pour inventer de nouveaux objets, de nouvelles idées. Il est ainsi devenu une référence incontournable en matière de topologie, mais aussi l'un des plus éminents spécialistes de la géométrie algébrique, de la théorie des groupes, de la théorie des nombres. C'est un Mozart des mathématiques qui aurait vécu jusqu'à 90 ans.

Comment travaille-t-il?

Prenez son célèbre article "Géométrie algébrique et géométrie analytique" ², ou "Gaga" : il illustre parfaitement cette capacité à relier entre elles des spécialités différentes ; ici, la géométrie algébrique - partie des mathématiques où l'on peut faire de la géométrie pour comprendre des équations algébriques et faire de l'algèbre pour comprendre des figures géométriques - et la géométrie analytique, qui, plus proche de l'intuition physique et de la géométrie au sens premier du terme,

^{1. ©} Article paru dans le magazine Le Point Références, Comprendre les mathématiques, en février/mars 2017, n° 68, p. 83. (transcription en Latex : DV, 15.9.2020)

^{2.} https://www.college-de-france.fr/media/jean-pierre-serre/UPL1698785858825941763_serre_GAGA.pdf.

est pour lui une source de compréhension du côté algébrique, et de résultats applicables dans un cadre général. En s'appuyant sur les notions d'"homologie" et de "faisceaux", introduites par Leray, il parvient à créer ce dialogue interdisciplinaire. Il utilise un principe qui a depuis fait florès dans la recherche mathématique : passer par l'extérieur, relier chacun des deux mondes à un troisième, ne pas s'entêter à trouver des liens trop directs, mais au contraire monter plus haut pour constater que les liens vivent au-dessus. Il réussit ainsi à établir une équivalence entre la catégorie des faisceaux algébriques cohérents sur une variété projective complexe et la catégorie des faisceaux analytiques cohérents sur l'espace analytique correspondant.

Ce que Grothendieck va utiliser...

Exactement, Serre, qui avait deux ans de plus que lui, va beaucoup l'inspirer, leur correspondance en témoigne, notamment pour la théorie des schémas et celle des faisceaux. Grothendieck va savoir mettre en musique quelques-unes de ses idées pour produire l'une des plus extraordinaires périodes de l'histoire des mathématiques.

Vous le tenez pour un "classique" de la langue française moderne. Pourquoi?

Je ne suis pas le seul à penser cela. Son écriture est particulièrement précise, claire et efficace. C'est un auteur qui chasse l'adverbe redondant. Peu de scientifiques se sont donné la peine de rédiger autant de livres, avec autant de soin. Vous savez qu'à l'université Yale, l'examen de français en dernière année de mathématiques consiste à traduire un paragraphe de Serre ou de Bourbaki, dont il a été l'un des producteurs les plus actifs?

Ses textes en témoignent, il est très difficile d'accès...

Il faut effectivement beaucoup travailler pour essayer de maîtriser sa pensée, mais les mathématiques contemporaines sont devenues presque inaccessibles...

Propos recueillis par Catherine Golliau

Michel Broué est mathématicien, spécialiste, notamment, de la théore des représentations. Il est professeur à l'Université Paris-Diderot après avoir été directeur de l'Institut Henri Poincaré et du département de mathématique et d'informatique de l'École Normale Supérieure.