

Smith, Minkowski et l'Académie des sciences

Texte d'une conférence à l'Académie des Sciences de Paris (1983)

JEAN-PIERRE SERRE

Mes Chers Confrères,

Dans sa séance du 2 avril 1883, il y a un siècle, l'Académie décernait le grand prix des Sciences Mathématiques à John Stephen Smith et Hermann Minkowski. C'est l'histoire de ce prix que je désire vous raconter.

Deux années auparavant, l'Académie avait mis au concours le sujet suivant (l'usage de l'époque était en effet de proposer un sujet, et de donner un prix au meilleur mémoire soumis à l'Académie sur ce sujet) :

“Théorie de la décomposition des nombres entiers en une somme de cinq carrés”, en attirant particulièrement l'attention des concurrents sur les résultats extrêmement remarquables énoncés par Eisenstein dans une Note écrite en langue française au tome 35 du Journal de Crelle, p. 368, année 1847.

Pour expliquer ce sujet, un retour en arrière est nécessaire. Parmi les entiers positifs : $0, 1, 2, 3, 4, \dots$ on peut s'intéresser à ceux qui sont des carrés : $0, 1, 4, 9, \dots$ et rechercher également ceux qui sont sommes de 2 carrés, de 3 carrés, etc. Ainsi :

$0, 1, 2, 4, 5, 8, 9, \dots$ sont sommes de 2 carrés,

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, \dots$ sont sommes de 3 carrés (mais 7 ne l'est pas, non plus que 15, 23, $\dots$).

On sait depuis le 18ème siècle quels sont les nombres qui sont sommes de 2 ou 3 carrés (Fermat, Euler, Gauss). Et Lagrange (1770) a démontré que tout entier positif est somme de 4 carrés (donc aussi de 5 carrés, etc.). La question se pose alors de savoir de combien de façons un nombre donné est somme de 2, 3, 4, $\dots$ carrés ; pour 3 carrés, cela revient à la question de cristallographie suivante : dans un réseau cristallin cubique, combien d'atomes sont à une distance fixée d'un atome donné ? Cette question est plus difficile, car plus précise, que la précédente. Ainsi, pour 4, 6, 8 carrés, Jacobi (1829) avait donné des formules, qu'il avait déduites de la théorie des fonctions elliptiques. Le cas du nombre impair (3, 5, $\dots$) de carrés ne pouvait pas s'obtenir par cette méthode (toutefois le cas de 3 carrés avait été essentiellement résolu par Gauss et Dirichlet). Or, en 1847, Eisenstein, alors étudiant à Berlin et âgé de 24 ans, publie une note d'une page dans le Journal de Crelle dans

laquelle il donne, sans démonstrations, des formules pour le nombre de représentations en somme de 5 carrés. Cinq ans après, il meurt de tuberculose, laissant derrière lui une œuvre abondante (et remarquable) - mais qui ne contient aucune autre indication sur la démonstration de ce théorème. On conçoit que ce résultat ait frappé ses contemporains, et cela explique que, quelque trente-six ans après, l'Académie ait mis ce sujet au concours.

La date limite de réception des manuscrits était le 1er juin 1882. Or, en février 1882, Charles Hermite (membre de l'Académie et spécialiste de Théorie des Nombres) reçoit une lettre de John Stephen Smith, mathématicien anglais, professeur à Oxford (Smith était né en 1826 ; il avait donc 56 ans à l'époque). Dans cette lettre, Smith exprimait son étonnement devant le sujet choisi par l'Académie : Eisenstein avait démontré le théorème que l'Académie mettait au concours dans un article publié par la Royal Society of Londres en 1867, soit quinze ans plus tôt ! Visiblement, aucun membre de l'Académie des Sciences ne lisait les Comptes Rendus de la Royal Society... Hermite se tira élégamment de cette situation embarrassante (sa lettre est reproduite dans les Œuvres de Smith) : il suggère à Smith de reprendre ses anciens travaux et de les refondre en un texte plus détaillé qu'il soumettrait à l'Académie, ce qui permettrait de lui donner le prix. Ce qui fut fait. Smith soumit un long manuscrit (en français), qui fut publié dans les "Mémoires de l'Académie" (le manuscrit est dans nos archives).

La question était réglée : Smith devait avoir le prix. Mais deux autres manuscrits furent déposés. De l'un d'eux (je ne sais ce que qu'il contient), le rapporteur Camille Jordan écrit poliment : "...montre chez son auteur des connaissances étendues...mais la question posée par l'Académie ne s'y trouve même pas abordée...". L'autre était un long manuscrit en allemand, avec une introduction en français dans laquelle l'auteur s'excusait de ne pas avoir eu le temps de traduire son texte tout entier. Ce mémoire était remarquable, et l'Académie décida en conséquence de décerner le prix à chacun des deux auteurs : John Stephen Smith et Hermann Minkowski. Pour Smith il s'agissait d'une juste récompense : il mourut le 9 février 1883, soit deux mois avant la remise du prix. Pour Minkowski, c'était un grand encouragement : il était en effet étudiant à l'Université de Königsberg, et avait 18 ans (il en avait 17 lorsqu'il avait rédigé son texte !). Il devint immédiatement célèbre (et il s'illustra plus tard, non seulement par d'autres travaux sur les formes quadratiques, mais aussi par la création de l'ensemble de méthodes appelé "géométrie des nombres", et par l'introduction de l'espace-temps).

L'annonce de ce double prix créa quelques remous. Les mathématiciens anglais trouvèrent injuste de mettre sur le même plan "leur" Smith, et un étudiant inconnu. Des journaux français se scandalisèrent : si peu de temps après la guerre de 1870, on décernait un prix à un allemand qui ne pouvait même pas répondre en français ! L'Académie tint bon. En fait, à part l'erreur de ne pas avoir lu les travaux de Smith, son choix fut excellent. Non seulement elle contribua à faire connaître Smith, et à encourager Minkowski (Camille Jordan lui écrivit, dans le style de l'époque "Travaillez, travaillez, Monsieur, à devenir un géomètre éminent..."), mais les deux travaux couronnés firent faire un pas important à la théorie des formes quadratiques. C'est ainsi que les résultats de Minkowski servirent de base à C.L. Siegel (qui fut membre associé de notre compagnie) pour sa célèbre formule (1935), formule dont notre confrère Dieudonné vous a parlé récemment. Et la formule de Siegel elle-même a été le point de départ de la théorie des "groupes adéliques" due en grande partie à André Weil (1960). C'est dire que le sujet proposé par l'Académie il y a un siècle est encore très actif (signalons que j'ai donné récemment un cours au Collège de France dont l'aboutissement a été la formule

d'Eisenstein sur les sommes de 5 carrés¹).

Je termine. Nous avons vu un mathématicien allemand qui écrit en français (Eisenstein), un mathématicien anglais qui fait de même, des membres de l'Académie qui ne lisent pas l'anglais, mais qui donnent un prix à un texte écrit en allemand... Qu'est-ce à dire, si ce n'est que les langues ont moins d'importance que les idées ? C'est la morale que je tire de cette histoire. Elle nous sera peut-être utile quand nous discuterons de la réforme des "Comptes Rendus".

Notes, par N. Schappacher (Strasbourg)

1. Ajoutons que le long mémoire de Minkowski fut traduit en français par lui-même et publié, un an après le prix, dans les *Mémoires des savants étrangers*... Mais dans les *Gesammelte Abhandlungen* von Hermann Minkowski, Leipzig 1911, p. 3-143, on trouve une version allemande : ce texte suit le manuscrit original de Minkowski envoyé à l'Académie - sauf aux endroits assez nombreux où Minkowski a modifié tout en traduisant son texte en français. Ces passages-là sont retraduits en allemand par les éditeurs des *Gesammelte Abhandlungen*, et dûment indiqués p. 144.

2. J. Schwermer a récemment publié (en allemand) une étude historique assez étendue de quelques aspects de la Géométrie des Nombres chez Minkowski : *Jahrbuch DMV 93* (1991), 49-105. On y trouve notamment (p. 78 et suiv.) un compte-rendu de la présente histoire de l'attribution du prix. Mais il nous semble ignorer le détail de la lettre que les couronnes se passaient dans l'anonymat réel. Mais il nous révèle (p. 77, note 75) que la lettre contenant l'identité du troisième concurrent a été ouverte en 1989 (à la demande de J. P. Serre). On sait désormais qu'il s'agissait d'un certain Peppin. On a trouvé aussi chez Schwermer (p. 79 et suiv.) des extraits (malheureusement cités de façon un peu étrange) de la correspondance entre Minkowski et Hermite à propos du jeune prodige. Minkowski a informé peu à peu celui-ci de son sujet : "Minkowski : meine Untersuchung" : "Minkowski, der von der "Grand Prix des Sciences Mathématiques" 1882 der Pariser Akademie wissen, daß er sich zu der Preisarbeiten von Smith, und er sollt publiziert des documents inédits sur cette affaire.

3. Faute de reproduire ici une *vita* de Hermann Minkowski, rappelons quand même qu'il est mort en 1909, à 44 ans, d'une appendicite. Son ami David Hilbert l'avait fait venir à Göttingen sur un poste créé pour lui en 1902.

4. Finalement, en ce qui concerne la question des langues dans les CRAS, rappelons les "dispositions, prises à titre temporaire et expérimental", adoptées en mai 1983 [CRAS t. 296, Vie Académique, p. 128 sq.] stipulent notamment que :

1. Il s'agit du cours "Cours d'arithmétique" donné au Collège de France en 1981-1982, publié chez Presses Universitaires de France.

“Le français est la langue normalement utilisée dans toutes les publications de l’Académie...”

“Le texte de la Note peut comprendre une première rédaction en anglais constituant un long résumé ou une analyse des principales conclusions, à condition que sa longueur ne dépasse pas le quart de la longueur totale de la Note. Cette utilisation partielle de la langue anglaise dans les Comptes rendus, qui est bien sûr facultative, ne saurait être admise que si la qualité de l’anglais est suffisante... En outre, un auteur étranger peut être autorisé par les membres perpétuels à publier une Note dans une langue autre que le français, mais ne dépassant pas trois pages (1500 signes ou caractères) et qui soit accompagnée d’un texte en français, rédigé par l’auteur ou le présentateur, constituant un long résumé ou une analyse des principales conclusions d’une longueur sensiblement égale à une page (entre 3000 et 3800 signes ou intervalles). Naturellement, les exigences de qualité requises pour l’acceptation de ces dernières Notes sont les mêmes que pour les autres Notes.”

n° 56 - AVRIL 1993