

## Transcription d'un extrait des 12 leçons de Mécanique quantique de Jean-Louis Basdevant

### PARTIE VI : Polarisation de la lumière

Pour illustrer tout cela et voir une fois de plus que la structure mathématique la plus importante en physique quantique est l'addition, je vais vous montrer un phénomène quantique qui est directement accessible aux sens. C'est le seul. Il s'agit de la polarisation de la lumière.

Les ondes lumineuses sont transversales, et possèdent ce qu'on appelle une polarisation qui décrit le comportement du champ électrique dans le plan transverse à la direction de propagation.

Il y a divers types de polarisation. La lumière sortant d'un projecteur est non polarisée ou encore dans un mélange statistique d'états de polarisation. Le polariseur, un polaroïd, filtre la polarisation linéaire suivant son axe optique (en l'occurrence, c'est un milieu anisotrope qui absorbe la lumière polarisée perpendiculairement à l'axe), qui est horizontal sur la figure (5.2 gauche). Si l'on met un autre polaroid, un analyseur, dont l'axe fait un angle  $\theta$  avec le premier, l'intensité transmise par le second est proportionnelle à  $I_0 \cos^2 \theta$  (figure 5.2 milieu). À  $\theta = 45^\circ$ , l'intensité transmise est moitié de ce qui sortait du polariseur.

Si l'axe de l'analyseur est vertical, à  $\theta = 90^\circ$ , la lumière ne passe pas (5.2 droite).

Classiquement, c'est comme ça que Fresnel a compris et expliqué le phénomène. C'est de la géométrie élémentaire.

Mais en réalité ce phénomène est purement quantique, il peut et doit être décrit par exactement ce formalisme des états quantiques. (On peut faire la même description au niveau classique, ce que Stokes avait compris au XIX<sup>e</sup> siècle). En effet

- 1) la lumière est faite de photons ;
- 2) les photons sont des particules élémentaires insécables. Ils ne se cassent jamais en morceaux.

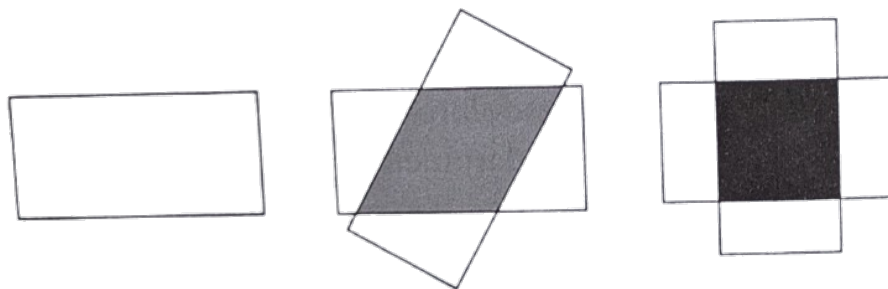


FIGURE 5.2. Lumière sortant d'un polaroïd horizontal (gauche).  
Intensité au travers d'un analyseur à un angle  $\theta$  (milieu).  
Extinction si l'analyseur est à  $90^\circ$  du premier (droite).

Raisonnons en termes de photons <sup>1</sup>. Quand un photon arrive sur un polaroïd, *ou bien il passe, ou bien il ne passe pas*, il n'a pas d'autre choix.

Bien sûr, avec une source macroscopique, il passe beaucoup de photons. Un faisceau lumineux d'une puissance de 1 W transporte  $\sim 10^{18}$  photons par seconde. À un angle  $\theta$ , c'est une fraction  $\cos^2 \theta$  de ces photons qui passent dans l'analyseur. Autrement dit, chaque photon a une probabilité  $\cos^2 \theta$  de passer.

Ca devient lumineux (si je puis dire) si on les croise :  $\theta = 90^\circ$ . Rien ne passe. Des états orthogonaux sont physiquement incompatibles, il y a une probabilité nulle pour qu'un photon dans l'état de polarisation verticale se retrouve dans l'état de polarisation horizontale.

Phénomène extraordinaire : si j'intercale un troisième polaroïd à  $45^\circ$ , entre les deux polaroïds croisés, la lumière revient (figure 5.3) ! Pourtant, j'ai intercalé un objet absorbant, qui ne sait que *rejeter* tous les photons polarisés perpendiculairement à son axe ! (En vérité, est-ce la seule chose qu'il sache faire ? Non ! Ce n'est pas une trivialité que de dire qu'il sait aussi laisser passer les photons polarisés parallèlement à son axe. Mais n'anticipons pas !).

La solution est là. On doit décrire les états de polarisation d'un photon dans un espace de Hilbert de dimension 2. Dans cet espace, nous pouvons choisir comme états de base les états de polarisation linéaire suivant l'horizontale et la verticale, notés :

$$(5.58) \quad | \rightarrow \rangle \quad \text{et} \quad | \uparrow \rangle$$

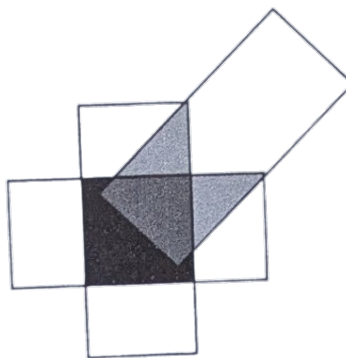


FIGURE 5.3. Réapparition de la lumière sortant de polariseurs croisés lorsqu'on intercale un 3<sup>ème</sup> polariseur oblique.

Si le photon est dans l'état de polarisation  $| \rightarrow \rangle$ , il passe dans le polariseur d'axe horizontal avec probabilité 1 ; s'il est dans l'état  $| \uparrow \rangle$ , il est absorbé par ce même polariseur, mais il passe avec probabilité 1 dans le polariseur d'axe vertical. Par définition, ces états sont donc orthogonaux  $\langle \uparrow | \rightarrow \rangle = 0$  (figure 5.2, à droite).

---

<sup>1</sup>La polarisation provient du fait que le photon a un  $\langle \text{spin} \rangle = 1$ . C'est une particule ponctuelle de masse nulle, dont le moment cinétique propre vaut, en projection sur sa direction de propagation, soit  $+\hbar$  soit  $-\hbar$ . On comprendra que la théorie de ces faits insolites n'entre pas dans le cadre de ce cours.

Notons  $|\theta\rangle$  l'état d'un photon polarisé linéairement dans la direction faisant un angle  $\theta$  avec l'axe horizontal ( $0 \leq \theta < \pi$ ). Cet état est une combinaison linéaire des états de base (5.58), tout comme l'état orthogonal  $|\theta + \pi/2\rangle$  :

$$(5.59) \quad |\theta\rangle = \cos \theta |\rightarrow\rangle + \sin \theta |\uparrow\rangle \quad |\theta + \pi/2\rangle = -\sin \theta |\rightarrow\rangle + \cos \theta |\uparrow\rangle.$$

Dans le cas particulier  $\theta = \pi/4$ , on a (ce qui ne restreint pas la généralité de notre propos) :

$$(5.60) \quad |\nearrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\rightarrow\rangle + |\uparrow\rangle) \quad |\nwarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\rightarrow\rangle + |\uparrow\rangle).$$

relation qui s'inverse :

$$(5.61) \quad |\rightarrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nearrow\rangle + |\nwarrow\rangle) \quad |\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\nearrow\rangle + |\nwarrow\rangle)$$

L'explication des observations (5.2) est que la probabilité pour qu'un photon polarisé horizontalement passe par un polariseur orienté à un angle  $\theta$  est :

$$(5.62) \quad p(\rightarrow, \theta) = |\langle \theta | \rightarrow \rangle|^2 = \cos^2 \theta$$

comme nous l'avons annoncé plus haut, soit  $p(\rightarrow, 45^\circ) = 1/2$

Venons-en à l'observation de la figure (5.3). Après son passage ("réussi") par le polaroïd à  $45^\circ$ , par principe de réduction du paquet d'ondes, le photon est dans l'état  $|\nearrow\rangle$ , qui se décompose suivant (5.60). Dans ce nouvel état, il est *à la fois* dans les états  $|\rightarrow\rangle$  et  $|\uparrow\rangle$ . Il est donc parfaitement normal qu'il puisse passer, avec probabilité 1/2 au travers du polariseur vertical, ce qui lui était interdit en l'absence du polariseur intermédiaire. Si ce dernier est à un angle  $\theta$ , la probabilité de le retrouver à la sortie est :

$$(5.63) \quad p(\rightarrow, \theta, \uparrow) = \cos^2 \theta \sin^2 \theta.$$

Remarquons que si tout ce que nous avons fait là est de la géométrie euclidienne à 2 dimensions, il est nécessaire que l'espace soit *complexe*, donc hermitien, pour décrire tous les états purs de polarisation. Il existe des états à composantes complexes comme :

$$(5.64) \quad |\Psi_{G,D}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\rightarrow\rangle \pm i|\uparrow\rangle).$$

On vérifiera que ces états gardent la même forme dans toute rotation de la base d'états de polarisation linéaire. Ces états correspondent aux états de polarisation circulaire gauche et droite (plus généralement, de polarisation elliptique).

## 1. La "logique quantique"

Voyons, maintenant, la différence entre la logique classique et la logique quantique, c'est-à-dire la différence entre le *et* et le *ou*.

Ces polaroïds sont des filtres qui laissent passer les photons dont l'état de polarisation est parallèle à leur axe, et éjectent le photon perpendiculaire.

Permettons-nous une métaphore (à la fin d'une leçon pareille, c'est mérité !). Utilisons d'autres mots. Au lieu de horizontal et vertical, je vais dire dames et messieurs. Un polaroïd horizontal est un filtre qui ne laisse passer que les dames, et un polaroïd vertical que les messieurs. Bien entendu, si je les mets l'un après l'autre, personne ne passe. Et si, dans un faisceau quelconque, je veux voir combien il y a de messieurs, il suffit de mettre le polaroïd vertical et de mesurer l'intensité qui sort.

Je vais dire qu'un polaroïd à  $45^\circ$  laisse passer les fumeurs et un polaroïd à  $135^\circ$  les non-fumeurs. Aucun non-fumeur ne fume.

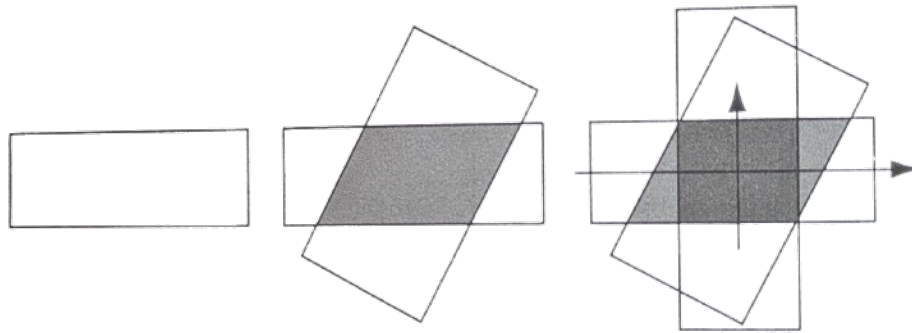


FIGURE 5.4. Différence entre le *et* et le *ou* classiques : lumière sortant d'une série de polariseurs.  
gauche : un seul polariseur ;  
milieu : un deuxième polariseur à  $45^\circ$  ;  
droite : un troisième polariseur perpendiculaire au premier.

Maintenant je suppose que je suis un enfant quantique et que j'essaie de comprendre la théorie des ensembles. Je sélectionne d'abord les dames en mettant un polaroïd horizontal (figure 5.4 gauche). Ensuite, dans ce lot, je sélectionne les fumeurs avec un polaroïd à  $45^\circ$ , comme sur la figure (5.4 milieu).

Dans la logique classique, l'ensemble des deux laisse passer l'ensemble des êtres qui à la fois sont des dames et fument. C'est-à-dire l'intersection des deux ensembles {dames} et {fumeurs}. C'est vrai, aucune de ces dames n'est non fumeuse.

Mais si je regarde leur sexe, je m'aperçois avec horreur, en mettant un polaroïd vertical, que la moitié des êtres que j'avais sélectionnés passent au travers (5.4 droite), c'est-à-dire que ce sont des messieurs ! Il n'y a pas moyen d'échapper à la conclusion que la moitié des dames qui fument sont des messieurs !

D'où, par nécessité, une vision logique assez différente pour les enfants quantiques quand ils jouent avec des cubes et des boules, chacun de deux couleurs et qu'ils regardent des intersections d'ensembles. Je vous laisse inventer d'autres exemples.

Quoi qu'on fasse, en mécanique quantique, les fumeurs sont toujours à la fois des dames et des messieurs, les dames sont toujours à la fois fumeuses et non fumeuses.

Tout cela n'est que le fonctionnement du principe de superposition et la réduction du paquet d'ondes.