

Traduction de la page de garde avant l'article d'Alain Connes dans le livre de Casacuberta, Carles ; Castellet, Manuel (1992) [*Lecture Notes in Mathematics*] *Mathematical Research Today and Tomorrow* Volume 1525 | *Noncommutative geometry, Alain Connes*

Symposium sur l'état actuel et les perspectives des mathématiques

Barcelone, juin 1991

Géométrie non commutative

Géométrie non-commutative

par Alain Connes

Médaillé Fields 1982 pour sa contribution à la théorie des algèbres d'opérateurs, en particulier la classification générale et un théorème de structure pour les facteurs de type III, la classification des automorphismes du facteur hyperfini, la classification des facteurs injectifs et les applications de la théorie des algèbres de C^ aux feuilletages et à la géométrie différentielle en général.*

Résumé : La géométrie algébrique nous a permis de nous familiariser avec la correspondance entre les espaces géométriques et l'algèbre commutative.

L'objectif de cet exposé est de montrer une correspondance analogue, dans le domaine de l'analyse réelle, entre les espaces géométriques et les algèbres d'analyse fonctionnelle, au-delà du cas commutatif.

Cette théorie repose sur trois points essentiels :

1. L'existence de nombreux exemples d'espaces qui surgissent naturellement, tels que l'espace des universels de Penrose, l'espace des feuilles d'un feuilletage, l'espace des représentations irréductibles d'un groupe discret, pour lesquels les outils classiques de l'analyse perdent leur pertinence, mais qui correspondent de manière très naturelle à une algèbre non commutative.
2. La possibilité de reformuler les outils classiques d'analyse tels que la mesure, la topologie et le calcul différentiel et intégral en termes algébriques et hilbertiens, de sorte que leur cadre devienne non commutatif, le cas commutatif n'étant ni isolé ni clos dans la théorie générale.
3. La relation avec la physique, les espaces utilisés par les physiciens étant non commutatifs dans de nombreux cas.