

Traduction d'une interview de Max Karoubi

MARIA YAKERSON : Bienvenue sur Matlab Balance ! Aujourd'hui, notre invité est Max Karoubi, professeur émérite à l'Université Paris 7, spécialiste de la K -théorie et de la topologie algébrique. Bienvenue Max, c'est un grand plaisir de vous interroger sur votre riche expérience en mathématiques. C'est également un grand plaisir de discuter avec vous. Merci. Pour commencer, pourriez-vous nous parler de votre parcours et de ce qui vous a amené aux mathématiques ?

MAX KAROUBI : C'est un peu compliqué, car je ne suis pas né en France, mais en Tunisie. Mon père travaillait pour les chemins de fer au Maroc. Mon enfance s'est donc déroulée entre le Maroc et la Tunisie, jusqu'à mes vingt ans environ. Ce qui m'a amené aux mathématiques, c'est une jolie histoire. Mon grand-père était libraire et il me demandait souvent de l'aider à acheter des livres. Quand j'avais douze ou treize ans, je ne me souviens plus exactement, il m'a dit que je devais m'occuper des livres de mathématiques, et l'un d'eux traitait du calcul différentiel et intégral. Bien sûr, je ne connaissais rien à ce domaine, mais j'étais familiarisé avec des formules comme l'exponentielle et $e^{i\pi} = -1$. Ce fut mon premier contact avec les mathématiques, si vous voulez. Le second a eu lieu à l'école, lorsque je suivais des cours de premier cycle universitaire, à un niveau très élémentaire.

Par exemple, les professeurs nous demandaient si une fonction était croissante ou décroissante. Souvent, ils disaient : "Si vous prenez la fonction $f(x) = kx$, si k est positif, la fonction est croissante, et s'il est négatif, elle est décroissante." Après une centaine d'exercices de ce type, je me suis ennuyé. Je me suis dit qu'il devait bien exister une méthode pour savoir si une fonction est croissante ou décroissante sans avoir recours à tous ces calculs. À l'époque, j'avais une intuition de la dérivée. Je faisais quelques calculs, et ainsi de suite. Mais bien sûr, je ne savais pas ce qu'était la dérivée. C'était juste de la théorie. Après cela, je crois que mon oncle m'a offert un livre sur l'histoire des mathématiciens, un livre écrit par Bell, je crois. J'ai lu ce livre comme un roman d'aventures, avec des personnages qui cherchent simplement à comprendre...

Qu'est-ce qu'une fonction ? Qu'est-ce que la continuité ? Et ainsi de suite. J'étais fasciné par l'histoire des mathématiciens. À cette époque, je ne savais pas si je deviendrais mathématicien. En fait, ce qui m'inquiétait, c'était de trouver un emploi après mes études, car je venais d'une famille pauvre. Parmi tous les métiers, je pensais être ingénieur. Je voulais donc étudier dans une école qui me permettrait de devenir ingénieur. C'était ma principale préoccupation. Je n'étais pas tellement intéressé par les mathématiques, mais mon avenir, en quelque sorte, était entre mes mains. C'était au Maroc, où le niveau scolaire n'était pas très élevé. J'étais certes premier de ma classe, mais cela ne comptait pas, car les autres élèves étaient mauvais.

J'étais le premier, parmi des gens qui ne s'intéressaient pas tellement aux sciences ou à mes études, je suis arrivé à Casablanca à 19 ans. Et à Casablanca, il y avait une bonne classe pour étudier les mathématiques, la physique, etc. Et j'ai dit aux autres étudiants que je voulais entrer en école politique, et un autre étudiant m'a dit : "Tu es peut-être fou, c'est une école difficile, qu'est-ce que tu fais ? Très peu de gens se lancent en politique". J'étais un peu perdu face à ces commentaires et je me suis dit : "Peut-être que je ne suis pas si doué, peut-être que je devrais être plus modeste", etc.

MARIA YAKERSON : Alors, comment as-tu fait pour étudier et développer ton intérêt pour les

mathématiques alors que ton entourage s'en fichait ?

MAXKAROUBI : À Casablanca, j'essayais d'être le meilleur, avec l'aide de mon mentor. Tu vois, nous étions deux et nous n'étions pas vraiment en compétition, nous étions de bons amis. Mais quand je suis arrivé à Paris, c'était différent. J'ai réalisé que je n'étais pas le meilleur, qu'il y avait aussi des gens très doués, alors je suis devenu plus modeste, parce que le niveau était très élevé, les autres étudiants, par exemple, avaient lu Bourbaki. Moi, non. Je ne savais pas ce qu'il en était. Quand je suis arrivé à Paris, Bourbaki était une figure française, d'accord ? Et quand je suis entré à l'École Normale Supérieure, j'ai été un peu découragé parce que je me suis dit : "Peut-être que Bourbaki n'est pas pour moi. Je n'aime pas Bourbaki, il est trop abstrait, pas concret", etc. Alors j'ai été un peu découragé. Et j'ai eu tellement de répulsion que je me suis marié. Vous voyez, je me suis marié ! C'est une façon d'échapper aux problèmes quand on a 20 ou 21 ans, de penser à autre chose qu'aux mathématiques. Et le fait de m'être marié m'a en fait donné plus de confiance en moi, parce que je suis devenu beaucoup plus sûr de moi.

Il est très important psychologiquement d'avoir un bon environnement social et affectif. C'est très important. Je me suis rendu compte que c'était important pour moi. Vous voyez, ce n'était pas seulement mon objectif, mais j'étais enfant, et c'était très important pour moi. Oui, oui, et cela m'a aidé à faire des mathématiques. En fait, c'est très important pour un mathématicien. C'est ce que je dis toujours à mes étudiants. Il faut travailler, mais il faut aussi avoir un bon environnement. Si vous voulez être épanoui socialement et affectivement, vous devez avoir confiance en vous. Parce que si vous essayez de faire des mathématiques toute la journée, vous allez devenir fou. Vous devez faire autre chose, penser à autre chose. C'est mon sentiment.

MARIA YAKERSON : Vous avez dit que vous êtes arrivé à l'École Normale Supérieure et que vous avez réalisé que vous n'étiez plus le meilleur. Était-ce difficile à accepter quand on étudie jusqu'à l'âge de 20 ans, en réussissant plus ou moins les examens ?

MAX KAROUBI : J'étais très bon aux examens, je pouvais résoudre un problème très rapidement. Par exemple, à l'agrégation de mathématiques, j'étais deuxième sur 2000. Les élèves s'accordaient sur le fait que j'étais très bon. Mais résoudre des problèmes, au lycée, si vous voulez, ce sont des problèmes élémentaires, d'accord, mais si vous voulez commencer la recherche, c'est une autre histoire. Voyez-vous, il faut penser en mathématiques non seulement à la résolution de problèmes, mais aussi à la formulation de problèmes, à la question. C'est différent. La transition a été très difficile pour moi et je me suis mariée parce que cette transition était trop difficile. Si vous voulez, c'est une histoire vraie, je ne triche pas. C'était très important pour mon équilibre. Voyez-vous, avoir un environnement qui ne se limitait pas à la résolution de problèmes ou à la formulation de questions ; il fallait faire autre chose.

MARIA YAKERSON : Et puis, vous avez fait votre doctorat, n'est-ce pas ? Et vos directeurs de thèse étaient Henri Cartan et Alexander Grothendieck.

MAX KAROUBI : Oui, c'est une histoire assez étrange, parce que quand j'étais élève, je pensais qu'Henri Cartan avait une très mauvaise opinion de moi parce que je m'étais marié. J'étais bon pour l'agrégation, mais je n'étais pas capable de faire de la recherche. Alors, je suis allé voir Cartan

et je lui ai demandé : “Je veux faire un test.” Dans ce but, il se trouve que Cartan donnait une conférence sur le calcul infinitésimal. Et il m’a dit : “Comme vous vous intéressez à une version du calcul infinitésimal, vous devriez lire le livre de Marston Morse, intitulé *Calculus of Variations in the Large*”. C’est un livre qui a été écrit en 1934. J’ai essayé de le lire, mais c’était impossible. Impossible.

Après 50 pages, comme c’était écrit dans une autre langue, je ne comprenais rien et j’avais honte de revoir Cartan et de lui avouer mon incompréhension. Je voulais voir un autre mathématicien. Il m’a dit : “Pour comprendre la variation en calcul différentiel et intégral, vous devriez d’abord étudier la topologie algébrique.” L’année suivante, en 1964, Cartan et Schwartz animaient un séminaire sur l’indice de Atiyah et Singer. J’y ai assisté et ce fut ma première rencontre avec la K -théorie. Je me suis passionné pour ce sujet fascinant et j’ai essayé de comprendre ce qu’était une théorie du calcul différentiel et intégral, un indice, et comment on démontrait le théorème de l’indice. Ce fut donc une année très importante pour moi.

Après le séminaire, j’ai essayé de mieux comprendre la périodicité, etc. J’ai commencé à prendre des notes que j’ai montrées à Cartan et Grothendieck. Cartan m’a dit, après une rencontre avec lui : “Oh, c’est une bonne thèse!” Et Grothendieck m’a aidé à écrire correctement en mathématiques. Le fait de travailler avec Henri Cartan m’a été très utile. J’ai alors surmonté mon découragement et j’ai été encouragé à faire de la recherche. Oui, euh, de ma génération, je suppose que Grothendieck est cette figure mystérieuse qui a disparu. J’ai toujours été très curieux à son sujet.

MARIA YAKERSON : Pourriez-vous me dire...

MAX KAROUBI : Non, non. Alors, ce que je pense... enfin, l’image que vous avez de lui est erronée. Je veux dire, il n’était pas... comment dire... un prophète, si vous voulez. Il était très gentil avec tous les étudiants avec lesquels il travaillait. Il avait l’air d’un homme ordinaire, mais avec un génie impossible à saisir quand on est très jeune. J’avais 23 ou 24 ans à l’époque. Je ne comprenais pas ce qui se passait. Il n’était pas arrogant. Il était très amical avec moi, et c’était très important pour moi. Voyez-vous, parce que beaucoup de Français... Les mathématiciens sont arrogants, je ne veux pas citer de noms, mais beaucoup d’entre eux, et c’était terrible pour un jeune étudiant d’essayer de travailler avec un mathématicien arrogant. Mais Grothendieck n’était pas arrogant, il était très amical et il m’a aidé. Il a aidé beaucoup de gens, pas seulement moi, mais tous ses étudiants. L’insaisissable Verdier, je veux dire, tous ces étudiants étaient très accueillants et ouverts aux opportunités. C’était une bonne ambiance.

MARIA YAKERSON : Oui, avez-vous été surpris quand il a quitté les mathématiques ?

MAX KAROUBI : Oh oui, comment dire ? J’étais très triste, en fait, parce que c’était en quelque sorte très important pour de nombreux mathématiciens en France. Et en fait, j’ai essayé de le suivre. Il a créé ce mouvement, *Survivre*. Alors j’allais à ses réunions, j’allais chez lui et j’essayais de comprendre ce qu’il faisait. Mais à un certain moment, il... il quittait le monde. Vous voyez, il était trop gentil. Laissez-moi vous raconter une histoire. Je veux dire, il était trop naïf, d’une certaine manière. Voyez-vous, dans la vraie vie, quand j’ai commencé mon stage, par exemple, j’ai écrit...

J'ai pris des notes lors d'un séminaire que j'appelle les fondements de la K -théorie, un séminaire très prétentieux. Grothendieck m'a dit : "Tu fais du bon travail, peut-être pourrais-tu demander à Atiyah d'écrire un livre avec toi." J'étais un peu surpris. C'est tout ce qu'il a à dire ? Il me demande de le dire à Atiyah ! Alors, lors de ma visite ici en 1965, je lui ai dit : "Très bien, Grothendieck me suggère d'écrire un livre avec toi." Je pense qu'Atiyah a été choqué, car j'étais très jeune. Il allait recevoir la médaille Fields et il m'a regardé comme un prétentieux. Qu'est-ce que c'est que ce jeune homme qui me demande d'écrire un livre avec lui ? Il vient de terminer sa formation ! Qu'est-ce que ça veut dire ? Grothendieck ne se rendait pas compte de la distance, de l'immense distance qui nous séparait. J'étais tout juste assez grand pour ça en mathématiques, et je n'étais pas un mathématicien très reconnu, donc il était très naïf. Vous voyez, il était très généreux, mais aussi très naïf, et je pense que ses idées sur la survie... Mais il pensait extraordinairement bien en mathématiques, mais il était aussi très naïf. Il croyait que tout le monde le suivrait, que la vie était comme les mathématiques : il pouvait résoudre des problèmes mathématiques et donc résoudre les problèmes de la vie. Mais les problèmes de la vie sont bien plus difficiles que les problèmes mathématiques, comme vous le savez.

MARIA YAKERSON : Waouh ! Je n'avais jamais entendu parler d'une telle perspective. Merci de l'avoir partagée. Pourriez-vous nous parler de ce que vous avez appris sur les mathématiques ou leur philosophie au fil des ans ? Peut-être comment votre vision a-t-elle évolué ?

MAX KAROUBI : Tout d'abord, quand on est jeune, on est un peu prétentieux. On pense avoir découvert beaucoup de choses, et puis il faut du temps pour réaliser qu'on fait de bons progrès, mais qu'on n'a pas encore atteint le niveau d'un champion ou quelque chose comme ça. Donc, il faut être plus humble, car quand on est jeune, on manque de modestie. C'est peut-être mon défaut. Avec le temps, je ne sais pas, c'est difficile à dire. Par exemple, si vous me demandez quels sont les meilleurs théorèmes que j'ai démontrés dans ma vie, ma réponse serait probablement différente de celle des autres. Voyez-vous, par exemple, je pense que ma meilleure étude portait sur l'histoire hermitienne. Après des années, j'ai travaillé sur la notion fondamentale K_3 , qui est maintenant utilisée par beaucoup. Les mathématiques ont bien changé depuis 20 ou 30 ans, et il est très difficile de juger son travail. Atiyah, avec un bon jugement, a dit : "Les étudiants retiennent les choses faciles, pas les choses plus difficiles." Par exemple, je vais peut-être vous raconter une histoire. J'ai trouvé quelque chose de très trivial : une complétion pseudo-obéissante, une enveloppe de catégorie, quelque chose comme ça. C'était juste un lemme dans ma thèse, et c'était très important, en fait, car j'ai commencé plus tard dans la théorie des motifs et on me l'a reproché, c'est donc une notion triviale comme le symbole de Kronecker, mais c'est, c'est euh, c'est comme ça, vous voyez, quand j'ai dit, j'ai dit que c'est ridicule parce que c'est une notion triviale, qui et bien, c'est trivial, mais c'est important, quelque chose de trivial peut être important à dire, c'est euh, donc c'est quoi cette chose, cela implique que vous devriez être modeste parce que vous pensez qu'un résultat est important parce qu'il est difficile, mais ce ne sera pas celui dont vous vous souviendrez plus tard, vous voyez...

MARIA YAKERSON : Donc je voulais vous poser une question à ce sujet, j'étais curieuse, euh, de vous demander ce que vous pensiez de la culture de l'enveloppe karoubienne, et puis j'ai fait mes recherches, j'ai trouvé votre article sur la croissance de Grothendieck où vous écrivez en français, j'ai compris en français que vous racontez comment vous avez entendu pour la première fois Gro-

thendieck utiliser ce mot, enveloppe karoubienne, et comment vous avez été surpris, oui, alors que pensez-vous de ce nom.

MAR KAROUBI : eh bien, en 1968, quelqu'un m'a dit : "Vous savez, Grothendieck a introduit la notion d'enveloppe karoubienne, il a utilisé mon nom sans me demander la permission." C'était très drôle, mais j'étais choqué, car c'était une provocation. Je pense que les gens ne se souviendront peut-être que de cette anecdote de ma vie. Vous voyez, c'est ridicule ! Mais que dire ? Je ne peux pas écrire à Dieu, lui dire d'oublier mon nom. C'était Grothendieck, il était très haut placé, et je ne pouvais pas lui dire quoi faire. C'était impossible pour moi. Mais je n'aime pas cette appellation de toute façon. Lui, il ne le sait pas, il aime le symbole de Kronecker. Vous voyez, je pense que Kronecker serait très choqué que nous nous souvenions du symbole de Kronecker sans utiliser ou sans connaître tout son travail plus important à un autre sujet.

MARIA YAKERSON : Et donc, évidemment, vous avez mentionné que vous pensez que votre principal travail porte sur la K -théorie, et récemment, il y a eu un énorme travail de neuf auteurs qui a redéveloppé les fondements de la K -théorie, améliorant les résultats. Je me demande quelle a été votre réaction, ce que vous avez ressenti face à ces nouveaux développements dans le sujet sur lequel vous avez passé tant de temps à travailler.

MAX KAROUBI : Eh bien, je pense que... J'étais ravi, c'est une très belle histoire et j'étais vraiment surpris de voir à quel point cette théorie était développée. En fait, tu as aussi travaillé sur la K -théorie... Je veux dire, tu as récemment publié quelque chose, oui, avec tous tes travaux, et oui, je l'ai vu. Je fais aussi mes devoirs. Donc, notre mission, je pense, est une abstraction. Si tu veux qu'elle soit acceptée par la communauté... Je pense que c'est un sujet important, l'acceptation par la communauté. Je suis content que des gens y travaillent, y compris toi. Merci. Je me pose des questions, car j'ai parfois vu des personnes de la génération plus âgée, dont je n'appréciais pas, ou plutôt dont j'étais insatisfait de leurs nouvelles approches, de ce qu'ils avaient développé. Je me demande donc comment préserver ce point de vue où l'on se réjouit des nouvelles approches. Eh bien, je ne suis pas satisfait, mais en même temps, je suis un peu... euh... je ne comprends pas ces catégories infinies et j'aimerais mieux les comprendre. On cherche toujours à mieux comprendre. En fait, pour être honnête, j'essaie de trouver une autre démonstration. Encore une fois, nous jouons un peu avec les mathématiciens qui cherchent d'autres démonstrations, et c'est bien d'avoir plusieurs démonstrations du même résultat.

MARIA YAKERSON : là, nous discutons de mathématiques, peut-être devrions-nous passer à quelque chose de non mathématique, car oui, une grande partie de mon public ne sait pas de quoi vous parlez. Mais je dois saisir cette occasion, et puisque vous avez observé le développement de la K -théorie depuis ses débuts et y avez activement participé, je ne peux m'empêcher de vous demander : quelles questions au sujet de la K -théorie pensez-vous que nous devrions aborder, questions que la nouvelle génération doit mieux maîtriser ? Voyez-vous, nous sommes très doués pour écrire des séries. D'accord, mais nous ne sommes pas assez bons pour calculer, nous devrions calculer d'autres choses, en relation avec d'autres théories alors que c'est..., je ne sais pas, c'est très vague,...

MAX KAROUBI : Ce serait un rêve, mais on commence toujours par un rêve, et les mathématiques sont un rêve qui devient réalité.

MARIA YAKERSON : C'est magnifique. Oui, l'informatique est difficile. Vous avez déjà mentionné que vous aviez du mal à lire un livre dans une langue étrangère. Un de mes abonnés sur YouTube pose une question aux personnes interviewées : pourquoi les mathématiciens français écrivent-ils en français alors que le reste du monde écrit en anglais ?

MAX KAROUBI : Peut-être par fierté nationale, c'est une des raisons. Mais pour la petite histoire, j'écrivais en français jusqu'aux années 90, mais maintenant j'écris en anglais, par exemple, pourquoi ce changement ? Parce qu'un mathématicien m'a écrit une lettre en m'expliquant qu'il ne comprenait pas ce que j'avais écrit en français. Alors je me suis dit que je devrais peut-être écrire en anglais, mais je n'étais pas prêt à le faire parce que mon anglais n'était pas très bon. Il ne l'est toujours pas. Donc, si j'essaie, je vais faire relire mes articles par un autre mathématicien qui parle mieux anglais. Voyez-vous, je ne sais pas vraiment comment répondre à votre question. Euh... peut-être est-ce une question d'ignorance. Peut-être que je n'étais pas très bon... Beaucoup de gens dans le monde ont du mal à lire des textes mathématiques en français. Le français est peut-être très proche de l'anglais, c'est peut-être la raison. Mais si j'étais allemand, je n'écirais pas en allemand, car je sais que c'est difficile. Personnellement, j'ai essayé de lire *Anschauliche Geometrie* ou *Lehrbuch der Topologie*, écrits en allemand, lorsque j'ai commencé ma thèse, mais je n'y suis pas arrivé. C'était trop difficile pour moi. Peut-être parce que je ne suis pas très doué en langues. J'ai commencé mes études au Maroc, où je n'ai pas cotoyé beaucoup d'étudiants brillants ni de professeurs de haut niveau. Si vous étudiez en Russie ou en France, vous avez de bons professeurs, mais au Maroc, c'était différent. En fait, j'aurais dû préciser dès le début que je m'intéressais aux mathématiques, car ma phrase fétiche était "Les maths, c'est nul. Je veux faire mieux".

MARIA YAKERSON : C'est intéressant.

MAX KAROUBI : Oui, en général, on fait des maths parce qu'on a de bons profs. Mais pour moi, c'était l'inverse. Je me souviens, mais ce n'était pas en maths. En physique, je me suis disputé avec ma professeure parce qu'elle avait tort. Je lui ai dit : "Vous êtes une femme, vous avez tort, vous n'êtes pas une bon professeure !" Elle s'est mise en colère et m'a dit : "Karoubi, ferme-la !" [Rires] J'étais très choqué. Alors je suis allé voir mon autre professeur de maths et je lui ai raconté l'histoire. "Cette professeure a tort, et j'ai raison." Et il m'a répondu : "Tu sais ce que mon professeur m'a dit ? Il m'a dit "Karoubi, vous avez raison, mais ne le dites pas !". C'était peut-être ma première leçon de philosophie. J'étais très fier.

MARIA YAKERSON : Fier ! Donc vous avez appris la diplomatie très tôt, comme on le voit ?

MAX KAROUBI : Non, je n'étais pas diplomate, et je crois que je n'ai jamais été diplomate. Voyez-vous, même quand j'étais chef de département, ce n'était pas très différent. Je voulais changer les choses et je me suis fait beaucoup d'ennemis parce que je voulais changer les choses.

MARIA YAKERSON : Que vouliez-vous changer ?

MAX KAROUBI : Eh bien, par exemple, dans le cadre du programme Paris 7, on distribue l'argent en fonction du nombre de personnes dans un groupe, et j'ai dit qu'on devrait donner de l'argent

uniquement aux personnes qui font de la recherche. C'était normal, d'accord ? Mais ce n'était pas la bonne attitude, alors je me suis fait beaucoup d'ennemis.

MARIA YAKERSON : Mais en parlant de votre diplôme, vous avez dû faire preuve de diplomatie. D'autre part, comme je l'ai appris et pardonnez-moi, je ne le savais pas, vous avez fondé le Congrès européen des mathématiciens...

MAX KAROUBI : Oui.

MARIA YAKERSON : Et vous en avez été le premier président. Alors, comment trouve-t-on le courage de créer un projet aussi gigantesque qui n'existait pas ?

MAX KAROUBI : Eh bien, peut-être parce que, vous savez, c'est une histoire que tous les mathématiciens rencontrent lorsqu'ils atteignent l'âge de 50 ans on se dit : "Peut-être devrais-je faire autre chose en mathématiques." D'accord ? Alors, j'étais chef de département et je me suis dit : "Peut-être que c'est une bonne idée." Créer un congrès européen, c'était peut-être trop ambitieux, certainement, car j'ai perdu deux ou trois ans à le préparer. J'ai certes reçu beaucoup d'argent, environ un million d'euros, mais je me suis fait aussi beaucoup d'ennemis. L'ordre des mathématiciens français n'était pas content !

J'ai pris cette initiative parce qu'ils voulaient le faire et parce qu'ils m'ont dit que je n'étais pas assez compétent pour le gérer. Du coup, ça a pris le dessus. Bon, voilà une histoire qui peut arriver à tout le monde. On a deux possibilités : soit on se bat et on passe pour un fou, soit on prend les choses avec humour. J'ai décidé de prendre les choses avec humour. C'est assez drôle, d'ailleurs.

MARIA YAKERSON : Tu as déjà mentionné à plusieurs reprises que tu t'étais fait beaucoup d'ennemis, et moi, je me posais la question inverse. Quand on s'est rencontrés pour la première fois... je crois que je ne m'en souviens même plus... c'était juste avant mon Doctorat, à la conférence d'anniversaire de Czech Web.

MAX KAROUBI : Oui, on a eu une conversation très chaleureuse dont je me souviens.

MARIA YAKERSON : Ensuite, pendant mon Doctorat, quand je me sentais parfois seule en Allemagne, je me disais : "Au moins, quelque part dans l'univers, j'ai cet ami imaginaire, le sage Max Karoubi, qui se souvient peut-être de moi." Tu es vraiment trop gentil, oui. Mais je me demandais : comment fait-on pour entretenir un si vaste réseau de contacts et d'amis ?

MAX KAROUBI : J'ai un très grand réseau d'amis... J'ai de bonnes relations avec eux, et en France, il n'y a pas tant de mathématiciens français que ça. La plupart de mes amis sont essentiellement en Amérique, en Suisse, en Azerbaïdjan, en Argentine ou au Chili. J'ai aussi beaucoup voyagé au Chili, et malheureusement, avec la pandémie actuelle, il est très difficile de voyager. C'est vraiment dommage. Mais bien sûr, échanger avec le monde entier est très important, car cela permet de vérifier ses conjectures, d'obtenir des critiques extérieures, etc. C'est très important. Oui, il ne faut pas travailler seul. C'est une grave erreur de s'isoler, sauf si l'on est sage et que l'on trouve quelque chose d'intéressant, alors ensuite on peut travailler seul pendant sept ans et essayer, car il y a un problème.

J'ai fait une erreur dans ma vie. Je pensais avoir résolu un problème connu. J'ai donné une conférence à ce sujet parce que j'avais une idée pour le prouver, et mon erreur a été de donner une conférence à ce sujet. Bien sûr, je n'ai pas pu prouver le théorème. C'était en 1990, et un an plus tard, j'ai donné une autre conférence. Il y avait d'autres sujets, et le roi était dans le public. Il m'a dit : "Oh, je suis content que vous travailliez sur autre chose." [*Rires*] Parce que lorsqu'on travaille sur un problème aussi difficile, les gens vous prennent pour un fou. C'est une grave erreur : si vous prouvez de nombreux petits lemmes, ne le dites pas. Il faut avoir une preuve complète avant de le dire, sinon les gens vous prennent pour un fou.

MARIA YAKERSON : J'hésitais donc à vous poser la question, car j'ai l'impression que certaines personnes, après leur retraite, ont tendance à croire qu'elles ont prouvé des résultats extraordinaires, enfin, pas seulement des hypothèses humaines.

MAX KAROUBI : Il y a d'autres exemples, alors comment vieillir avec sagesse et, d'une certaine manière, garder le cap sur soi-même après... eh bien, c'est une question difficile. Par exemple, deux ans avant sa mort, Atiyah prétendait avoir prouvé de nombreux théorèmes et il a même donné une conférence à Shanghai à ce sujet. C'était dommage, car, par exemple, il affirmait pouvoir prouver que la sphère à six dimensions n'avait pas de structure complexe. Vous voyez, sa démonstration était très superficielle ; je veux dire, je n'y comprenais rien et personne ne comprenait ce point. Et la seule preuve était l'absence de preuve, d'accord ? J'espère ne pas me mettre à agir ainsi, mais si je dis n'importe quoi, dites-le-moi. Mais personne n'avait de connaissances en la matière, à part Sullivan. Finalement, il a avoué ne rien connaître à la topologie. J'étais un peu choqué, mais je pense que Sullivan avait raison. À vrai dire, vieillir est difficile. Je pense que, par exemple, tel mathématicien, qui a environ dix ans de plus que moi, et que j'ai rencontré la semaine dernière suite au décès de sa femme, m'a demandé sur quel sujet portaient mes recherches en ce moment en mathématiques. J'ai arrêté les mathématiques parce que je ne peux rien prouver, vous voyez, et c'est un peu triste, mais c'est la réalité : quand on ne peut rien prouver, il faut s'arrêter. Le problème, c'est de savoir quand s'arrêter.

Il est donc très important d'avoir des liens avec d'autres mathématiciens sincères, car ils vous diront que vous n'êtes pas bon, que vous n'êtes plus assez bon pour parvenir à quoi que ce soit, d'accord, mais il est possible que vous essayiez. J'essaie de m'améliorer, et j'essaie encore. Je ne suis pas sûr d'y arriver, mais j'essaie.

MARIA YAKERSON : Est-ce la fin du monde pour un mathématicien s'il ne peut pas prouver un théorème ?

MAX KAROUBI : Non, non, car il y a d'autres choses dans la vie. Par exemple, je suis chez moi et je m'occupe de mes plantes. J'aime travailler avec mes tantes. Il y a une partie de ma vie que je ne vous dirai pas : j'aime travailler avec mes tantes. D'accord, je conçois des meubles. J'avais une machine à bois ici, qui me permettait de créer de nouveaux meubles. Maintenant, j'ai un jardin où je peux cultiver des légumes et d'autres aliments, etc. La vie ne se résume pas aux mathématiques. Il est très important de comprendre cela, car certains mathématiciens pensent que c'est une belle histoire que j'ai apprise en faisant ma thèse. Si une bombe explose à Princeton, seuls les mathé-

maticiens le sauront. Mais si une bombe explose à New York, le monde entier le saura. New York est plus importante que le christianisme, donc le monde est plus important que les mathématiques. Les mathématiques ne sont qu'une branche de la science.

MARIA YAKERSON : Par exemple, ce qui est important aujourd'hui, ce ne sont pas les mathématiques, mais c'est la biologie. Si je me trouve trop seule, si j'ai un problème d'isolement, j'aimerais enseigner, par exemple. Vous voyez, parce que je sais que c'est utile. Faire de la recherche est un peu un luxe, mais je suis heureuse de faire de la recherche. J'aimerais aussi être biologiste. Et vous, ressentiez-vous aussi le besoin d'être utile quand vous étiez jeune ? Comment l'avez-vous comblé ?

MAX KAROUBI : Non, quand j'étais plus jeune, je voulais juste avoir un travail, d'accord, et quand je cherchais un emploi, je voulais être utile, bien sûr, avoir un emploi utile, pas juste un emploi... Bon, vous comprenez.

MARIA YAKERSON : Mais comment avez-vous comblé ce besoin d'être utile en mathématiques ? Enseigner, c'est très important, car le simple fait d'enseigner vous équilibre en tant qu'enseignant. Voyez-vous, il est très important de ne pas être seulement chercheur, mais aussi de diffuser la science. Que ce soit à un très haut niveau, comme à Princeton, ou même au niveau Licence. Car tous ceux qui enseignent les mathématiques deviendront des scientifiques. Les mathématiques sont importantes pour la science, même pour la biologie. Donc, il est important d'enseigner. Je pense qu'en France, la retraite est obligatoire à 65-68 ans, et je pense que c'est une erreur. Aux États-Unis, il n'y a pas cette obligation, et je pense que c'est mieux ainsi. On devrait pouvoir enseigner quand on en a la possibilité. Est-ce que vous apprenez par vous-même ?

MARIA YAKERSON : Oh non, je crée des chaînes YouTube quand j'ai envie de me sentir utile. Et ce semestre, je n'enseigne pas, mais l'année prochaine, j'espère donner mon premier cours magistral. La géométrie algébrique, eh bien, c'est important, il est important d'enseigner parce que, comme vous l'avez dit, il est également important d'avoir une relation avec les autres, avec les gens que vous voyez lorsque vous enseignez, et même pour la recherche, il est important d'enseigner car vous articulez votre argumentation. Vous voyez, il est très important d'enseigner pour cela. Je serais très heureux si des gens comme vous enseignaient bien plus longtemps que jusqu'à 65 ans, mais ayant une expérience dans une université russe où il n'y a pas d'âge de la retraite, je peux vous dire que beaucoup de gens ne réalisent pas qu'ils ne peuvent plus enseigner.

MAX KAROUBI : Non, mais j'ai posé une condition : l'évaluation par les étudiants. Les étudiants devraient évaluer l'enseignant au fil de son évolution. Par exemple, lorsque j'enseignais aux États-Unis dans les années 80... au début, j'avais 120 étudiants, et à la fin, il ne m'en restait que 18, car j'enseignais à la française. C'était très mauvais. La méthode française consistait à commencer par la définition, puis la démonstration, puis l'exemple. La méthode américaine, elle, commence par l'exemple, puis on motive les étudiants, etc. On crée un environnement attrayant. Je l'ai compris en enseignant aux États-Unis, et j'ai donc changé ma façon d'enseigner après cela. C'est très important d'être évalué par les étudiants. Si vous êtes âgé et que vous n'êtes plus capable d'enseigner, les étudiants doivent pouvoir vous le dire. Mais il devrait y avoir une condition : pas de limite d'âge, mais une évaluation. C'est mon avis, mais quand je dis ça, je me fais des ennemis.

MARIA YAKERSON : J'aime aussi votre franchise, votre franchise face aux autres opinions. C'est formidable. Votre description de la Société mathématique de France la dépeint comme une société ne semble pas très conviviale.

MAX KAROUBI : Je pense que cette société était très arrogante, car ses membres se croyaient les meilleurs au monde. Je n'ai pas décrit cette ambiance dans les années 60, mais cela a un peu changé. Nous sommes... Un peu moins arrogants, par exemple, quand les étudiants veulent faire une thèse, il est très important que le directeur de thèse ne soit pas arrogant, car cela décourage la recherche. C'est une bonne question, vous voyez. Donc, nous sommes moins arrogants, mais encore un peu. Pourquoi en France ? Je veux dire, je n'ai pas besoin d'arrogance parmi les mathématiciens. Vous voulez dire, pourquoi en France ? Eh bien, je ne sais pas, peut-être parce que... vous savez, nous sommes le pays de la Révolution française. Nous voulons être les meilleurs au monde, etc. En Europe, nous voulons dire comment l'Europe devrait aller. Je ne sais pas, je sais que c'est une longue tradition qui vient de la France. La France est le pays de Napoléon, elle est comme il était, mais je ne veux pas comparer la France avec le reste du monde. C'était il y a seulement 200 ans. Nous vivons encore sur cet héritage, d'une certaine manière, je pense. Encore une fois, cela explique beaucoup de choses. Je pensais qu'on avait dépassé cette phase, mais bon, en fait, c'était il y a 100 ans. En Europe, la France, jusqu'au début du XIXe siècle, avait une bonne réputation, notamment en matière militaire. Par exemple, nous avons réussi à lutter contre l'Allemagne en 1918. Mais bien sûr, la grande erreur a été de ne pas créer l'Europe à cette époque. C'était une grave erreur pour l'Europe. J'étais bon en Histoire, comme quand j'étais à l'école. J'aime l'Histoire, oui, parce que ma femme est historienne, oui, et mon fils aime beaucoup l'Histoire.

MARIA YAKERSON : Nous vivons maintenant dans cette nouvelle ère où les archives servent à stocker des articles et à recevoir des actualités mathématiques tous les matins. Comment était-ce avant, à votre époque ? L'effet de la diffusion des mathématiques était-il différent ?

MAX KAROUBI : Oui, oui, nous tapions à la machine. En fait, on connaissait aussi la photocopie. Je me souviens, j'avais une machine à écrire et j'avais une copie carbone. J'envoyais une copie carbone à des collègues lointains afin de leur dire ce que je faisais. Il n'y avait pas d'e-mail, donc c'était uniquement par courrier, c'est tout. Pour les conférences, nous n'étions pas si nombreux, le nombre de participants n'était pas si important. Voilà ce qui était possible à l'époque, mais ce serait impossible aujourd'hui. Nous sommes des milliers de mathématiciens, mais dans les années 60, nous n'étions pas si nombreux. Il faut bien comprendre qu'en France, nous n'étions pas plus de 200 ou 300 personnes.

Les recherches de l'époque... vraiment non, non, oh mon Dieu, c'est difficile à imaginer maintenant. Par exemple, j'étais un peu arrogant aussi parce que, quand j'ai obtenu mon premier poste à Strasbourg, j'ai dit au département que je voulais d'abord aller en prison et peut-être que j'étais trop arrogant, je n'ai pas pu démontrer la conjecture que je voulais, et pourtant, cet homme m'a dit que j'étais arrogant. Mais à l'époque, il n'y avait pas beaucoup de postes disponibles. Cela signifie que les gens cherchaient. Il y avait tellement de postes et très peu de mathématiciens. Vous voyez, c'était le meilleur moment pour trouver un emploi. Maintenant, c'est beaucoup plus difficile, mais à l'époque, c'était très facile.

MARIA YAKERSON : Que pensez-vous de ce changement ? Comment pensez-vous que les mathématiques sont affectées par le fait que nous ayons maintenant tant de mal à trouver un emploi ?

MAX KAROUBI : Je pense que la concurrence est trop forte. Je veux dire, ce n'est pas ce qu'il faut faire. Être mathématicien, c'était un plaisir. Et je n'aime pas que les mathématiques subissent une telle pression de publication, par exemple. Voilà, je ne pense pas que ce soit bon. On ne devrait pas publier sous pression, mais selon ses propres sentiments, on ne devrait pas avoir la pression de trouver un emploi, je ne pense pas que ce soit bon.

MARIA YAKERSON : J'avais une autre question sans rapport, j'imagine... Vous vous souciez du développement des mathématiques, par exemple en Afrique du Nord, d'où vous venez. Quelles seraient selon vous les initiatives importantes pour améliorer la situation là-bas ? Comment pourrait-on renforcer les liens entre l'Europe et l'Afrique du Nord ?

MAX KAROUBI : Personnellement, je pense qu'il faudrait envoyer davantage de personnes. J'ai moi-même passé un an à Alger après la guerre, en tant que militaire, pour enseigner les mathématiques à l'université. Il est essentiel d'y envoyer des jeunes, ainsi que des personnes expérimentées, bien sûr. Mais en général, les personnes expérimentées ont un emploi, et un séjour peut donc être long. Imaginez un service militaire qui aiderait les pays en développement, par exemple, au lieu de faire la guerre. Je pense qu'au lieu de travailler pour la paix, comme le Corps de la paix aux États-Unis, des personnes étrangères pourraient se rendre en Afrique du Nord ou dans d'autres pays pour enseigner. Ce serait très important, c'est mon idée.

MARIA YAKERSON : Elle me paraît merveilleuse. Je me souviens avoir rêvé d'aller enseigner en Afrique pendant un certain temps, et tu m'as dit que je devrais apprendre le français. Oui, j'ai essayé, mais je n'ai pas encore un niveau suffisant. Peut-être plus tard. J'espère que ce sera plus facile d'apprendre le français quand on vit en France.

MAX KAROUBI : Oui, tu vas y arriver, ce n'est pas si difficile d'apprendre le français. *[Rires]*

MARIA YAKERSON : Euh... Permettez-moi de vous poser quelques questions agréables. Hier, je parcourais votre site web pour trouver plus d'informations et j'ai été distraite par des photos de ma ville natale, Saint-Pétersbourg. J'ai alors été prise de nostalgie. Si vous ne viviez pas à Paris, je vous demanderais de confirmer que Saint-Pétersbourg est la plus belle ville du monde.

MAX KAROUBI : Oh oui, oui, j'adore Saint-Pétersbourg ! Oui, oui ! Vous savez, je peux vous raconter une histoire sur Saint-Pétersbourg. J'étais à San Francisco en 1961, oui, et c'était en pleine crise économique. En fait, quand j'étais jeune, je ne connaissais rien à la politique. Les gens autour de moi me disaient que je devrais devenir communiste, que ce serait l'avenir du monde. D'autres me disaient que je ne devrais pas, que ce n'était pas une bonne idée. Je n'arrivais pas à me décider, alors j'ai décidé d'aller en URSS pour comprendre. J'ai donc acheté une voiture et avec des amis, nous sommes allés en Russie pour nous faire une idée sur la vie en Russie. Et parmi les étudiants, il y avait ma future femme. Je l'ai rencontrée parce que je voulais comprendre ce qu'était le communisme, et à mon retour, j'ai décidé de ne pas devenir communiste. Mais c'était mitigé, car j'avais de bons souvenirs de Russie ; les gens étaient très amicaux et il y avait aussi un bon sentiment d'avenir.

Le système était mauvais, mais les gens étaient très gentils. Oui, j'aime la Russie, j'aime Saint-Petersbourg. Je sais que pour certaines personnes, pour revenir à votre question, je suis revenu plusieurs années plus tard, à plusieurs reprises. Je crois que j'y suis allé trois fois, et l'année prochaine ce sera le congrès national. J'ai hâte d'y être. Oui, j'espère vous y rencontrer.

MARIA YAKERSON : Espérons-le. Oh, laissez-moi réfléchir, je n'avais pas prévu de poser cette question, mais cela me préoccupe beaucoup. L'année prochaine doit avoir lieu le Congrès international de mathématiques à Saint-Petersbourg, et en raison de notre situation politique compliquée et déprimante, oui, il y a eu beaucoup de discussions sur le boycott de l'ICM, ce qui me rend personnellement très triste, car cela signifie que les mathématiciens russes seront encore plus isolés. Ils le sont déjà. Quel est votre avis sur le fait de soutenir les activités de recherche dans les pays dont la politique est très différente ?

MAX KAROUBI : C'est une question difficile. Par exemple, Grothendieck a été invité au congrès de Moscou en 1966, et il n'y est pas allé. J'y suis allé parce que deux opposants étaient en prison, vous voyez, et je ne comprenais pas à l'époque, mais maintenant je comprends. Donc, pour répondre à votre question, cela dépend du nombre de personnes qui boycottent. S'il y a un mouvement important, je n'irai pas. S'il est isolé, j'irai. Je suppose que je ne suis pas encore sûr. Cela dépend. Par exemple, la situation de Navalny est très troublée. Personnellement, je n'aime pas du tout parler politique. Et boycotter le congrès n'est peut-être pas la meilleure solution.

MARIA YAKERSON : Voyez-vous, il y a peut-être d'autres solutions, comme aller à Saint-Petersbourg et organiser une réunion politique, par exemple.

MAX KAROUBI : Écoutez, je vais en parler et je finirai peut-être en prison, mais c'est difficile à dire. J'ai vécu à Saint-Petersbourg pendant 21 ans et je ne me souviens pas avoir rencontré quelqu'un qui apprécie le président. Donc, les personnes touchées par le boycott ne soutiennent absolument pas les injustices. Enfin, je vous dirai l'année prochaine.

MARIA YAKERSON : Y a-t-il quelque chose que vous aimeriez dire à une jeune personne comme moi concernant les mathématiques ? Quelque chose que vous souhaiteriez que les élèves sachent ?

MAX KAROUBI : La psychologie est importante. Je veux dire, ne travaillez pas sur un problème plus de deux ou trois heures d'affilée, faites autre chose ensuite, puis revenez-y. Vous devez travailler sur plusieurs problèmes en même temps. Si vous n'en résolvez pas un, vous travaillerez déjà sur un autre. Il ne faut pas être exclusif, je veux dire que vous pouvez aller jusqu'à 12 problèmes ! Et parlez aussi à d'autres personnes, car parfois, on n'est pas d'accord, on se dispute, mais en parlant de notre raisonnement avec d'autres, on se rend compte qu'il est faux parce qu'on ne peut pas l'expliquer. Vous voyez ? Il est très important de ne pas être seul dans la recherche, et la psychologie est très importante en la matière, oui, c'est très important, mais il n'est pas nécessaire de s'y consacrer entièrement. On peut faire autre chose. Je suis très fiable (!) car toutes mes conjectures ont été approuvées. Il y a d'autres idées fausses concernant la recherche en mathématiques. L'une d'elles est d'être trop ambitieux. Au contraire, il faut être modeste. Il ne faut pas essayer de résoudre de grands problèmes, mais plutôt de résoudre plein de petits problèmes en même temps.

Si vous avez un objectif ambitieux, sauf bien sûr si vous êtes un peu excentrique, la collaboration est également très importante, car elle stimule la créativité et permet de partager ses connaissances.

MARIA YAKERSON : Vous en avez déjà parlé, mais je voulais quand même en parler. Je me demande quels changements dans le monde des mathématiques au fil des ans vous avez appréciés et moins appréciés.

MAX KAROUBI : Eh bien, j'apprécie beaucoup le fait que l'on partage des idées, c'est formidable avec Internet et tout ça. Je n'aime pas trop la compétition. Voilà, je préfère les collaborations plutôt que la compétition dans un certain sens.

MARIA YAKERSON : Euh... et auriez-vous des conseils pour les étudiants de pays lointains qui aiment les maths mais qui souhaitent devenir mathématiciens ?

MAX KAROUBI : Oh, je pense que le mieux est de venir dans un pays où l'on pratique les mathématiques. C'est très difficile de faire des mathématiques seul dans un pays comme le Maroc. Je ne m'imagine pas y faire des mathématiques. Vous voyez, je dois même aller à Paris pour voir des dessins animés et autres... On ne peut pas faire des mathématiques seul, c'est une communauté, c'est un collectif. Mais pourquoi ce stéréotype du mathématicien comme profession solitaire persiste-t-il ? On croit qu'il faut travailler seul. Et pourtant, on dit qu'il ne faut pas travailler seul. Pourquoi ? Non, le mathématicien travaille seul ou en collaboration pour trouver des solutions. Mais c'est un travail à part entière, car même en collaboration, il faut être convaincu, il faut fournir des preuves. On est responsable. Par exemple, j'ai écrit un article avec un certain mathématicien il y a longtemps, et il y avait une erreur parce que je n'avais pas été assez vigilant. On a essayé de le relire, mais cet article n'a jamais été publié. On l'a retiré, mais c'était trop tard. On a dû payer l'imprimeur. On a assumé notre erreur, et c'est une bonne chose. Il faut assumer ses erreurs.

MARIA YAKERSON : Ma dernière question : quel est votre souhait pour les jeunes mathématiciens ?

MAX KAROUBI : Je souhaite qu'ils soient heureux. Il ne faut pas considérer les mathématiques comme une corvée ; il faut les faire avec plaisir. Le plaisir est très important ; les élèves doivent être fiers de leurs réalisations et satisfaits de leur travail, surtout si la démonstration est élégante, si vous découvrez de nouvelles choses et que vous proposez de changer certaines idées, c'est mon souhait. Oui, vous devriez considérer le fait de faire des mathématiques comme un plaisir, et non comme un fardeau.