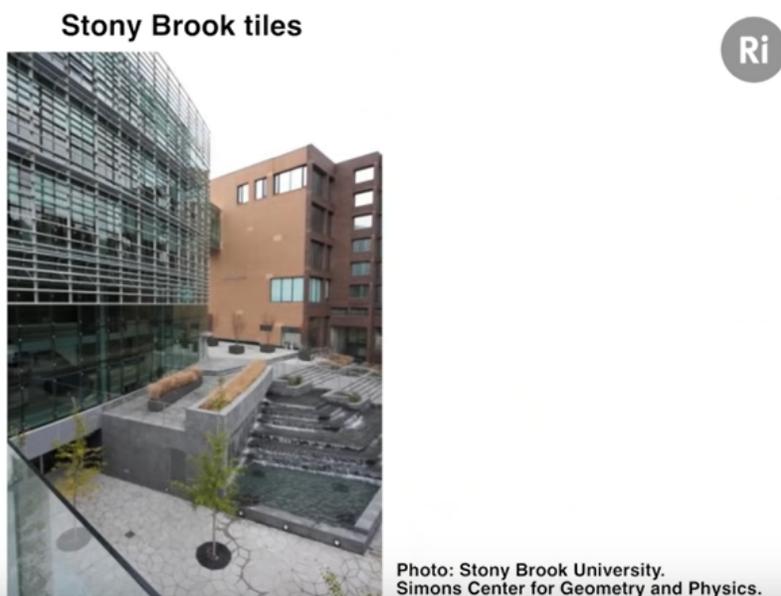


Symétries interdites

SIR ROGER PENROSE

(20 dernières minutes à la fin de l'exposé)

Continuons.



C'est à Stony Brook, le Simons Center, je crois que ça s'appelle, c'est un institut et sur le terrain, vous verrez ici, donc on va d'abord y aller.

Ici, nous avons les losanges simples, pas d'ornements, juste des losanges et ici nous avons une vue, c'est plutôt joli, bien refait. Mais les deux dalles sont toutes les deux identiques, vous devez donc savoir ce que vous faites, pour voir de quoi il s'agit, mais vous voyez des régions de 5-symétrie comme ici, et ainsi de suite, dans cette région de 5-symétrie. Cela s'étend quelque part au-delà, alors vous faites cela pendant un moment, puis quelque chose d'autre arrive.

Transcription par Denise Vella-Chemla, octobre 2022, de la vidéo *Symétries cristallines interdites en mathématiques et architecture* visionnable ici : <https://www.youtube-nocookie.com/embed/th3YMEamzmw>, Royal Institution (RI) Event, 2013.

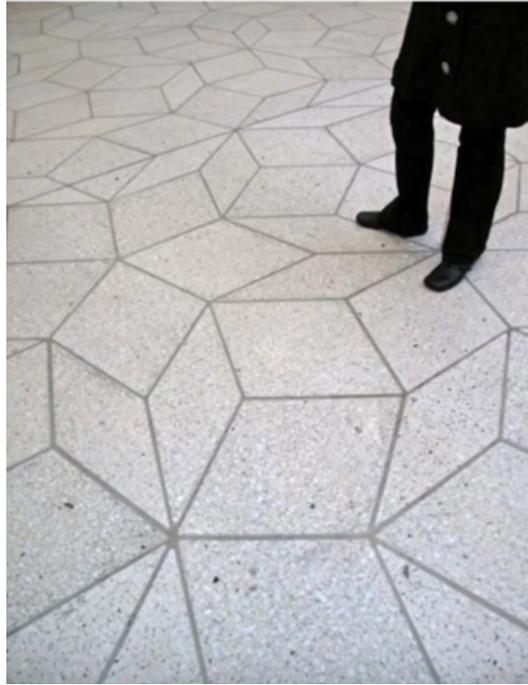


Oui, c'est maintenant l'étage du département de chimie de l'Université d'Australie occidentale. Et c'est un très grand pavage. Je suis monté haut pour regarder en bas et voir si je pouvais voir des erreurs. Je n'en ai repéré aucune, j'ai eu de la chance. Je pense que le pavage est probablement correct, oui, je l'ai bien regardé, et je pense que c'est correctement carrelé. Mais vous trouvez parfois des erreurs dans ces choses. Et là, vous avez une idée de sa taille parce que quelqu'un se tient debout dessus.

University of Western
Australia, Perth.



Or les deux tuiles ne se distinguent pas dans leur nature, mais seulement dans leur forme et leur taille.



Maintenant, voici un autre pavage, ce sont des cerfs-volants et des fléchettes, c'est l'Université Carleton, et ce sont des cerfs-volants et des fléchettes joliment colorés, bien disposés là, comme c'est joli, je ne sais pas si c'est à cause du codage couleur mais c'est intéressant, ça a l'air sympa.

Carleton College



Carleton College



Maintenant, c'est un endroit en Inde, Allahabad, où ils ont un grand complexe de bâtiments, et c'est censé être ce dessin-là, les arrangements des bâtiments et les conceptions du bâtiment sont tous censés être basés sur une grande version d'un de ces pavages. Et je voulais avoir une vue aérienne de ce complexe de bâtiments et j'ai utilisé Google Map. J'ai jeté un coup d'œil et je pouvais à peu près voir alors que certains d'entre eux avaient une vague relation avec le motif. Et je soupçonne qu'ils n'ont pas fini ou qu'ils ont essayé de le faire d'une manière, puis l'ont fait d'une manière différente. Je n'en ai aucune idée, mais il était difficile de voir les nouveaux motifs dans le grand espace construits selon l'un de ces pavages, mais peut-être qu'ils sont corrects. D'un autre côté, vous voyez dans le bâtiment ici, il y a un motif de cerf-volants et de fléchettes qui semble être assez précis. Le bâtiment lui-même est un bâtiment à 10 côtés et cela reflète en quelque sorte le caractère à 10 côtés que vous avez vu dans ce modèle au milieu. Donc, cela semble assez bien fait, pour autant que je puisse voir. Je ne pouvais pas donner de très bonnes images de ce pavage et de ce qui se passait là-bas.

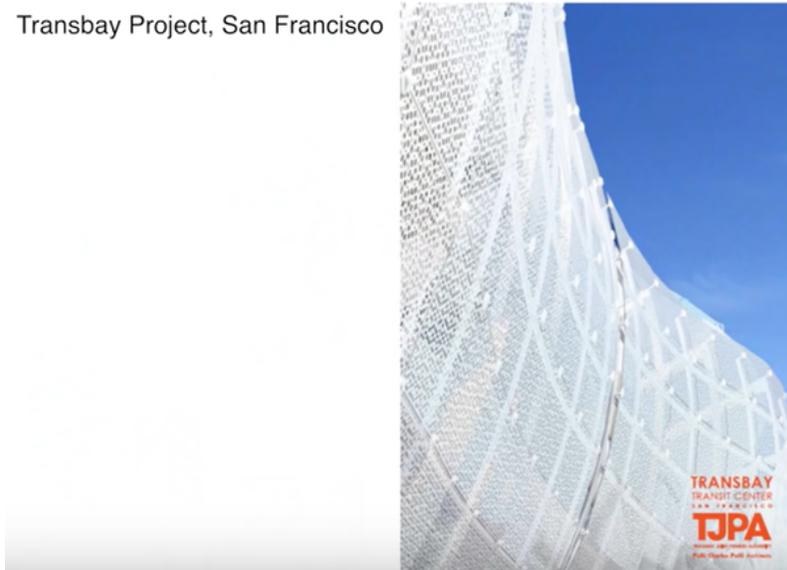
Indian Institute
of Information Technology,
Allahabad - interior of library



Maintenant, voici autre chose. Tout ce que je vous ai montré jusqu'à présent est réel.

Je veux vous montrer un projet, c'est un projet pour une chose appelée le Transbay, une zone de transit qui est un centre ferroviaire à San Francisco. Maintenant, vous n'associez pas les chemins de fer aux États-Unis, mais je pense que c'est l'idée que les chemins de fer devraient devenir plus importants. C'était un gros projet et il a été annoncé et cette entreprise particulière semblait avoir remporté le travail avec ce design particulier. Maintenant, je veux vous montrer quelques photos d'elle,

Transbay Project, San Francisco

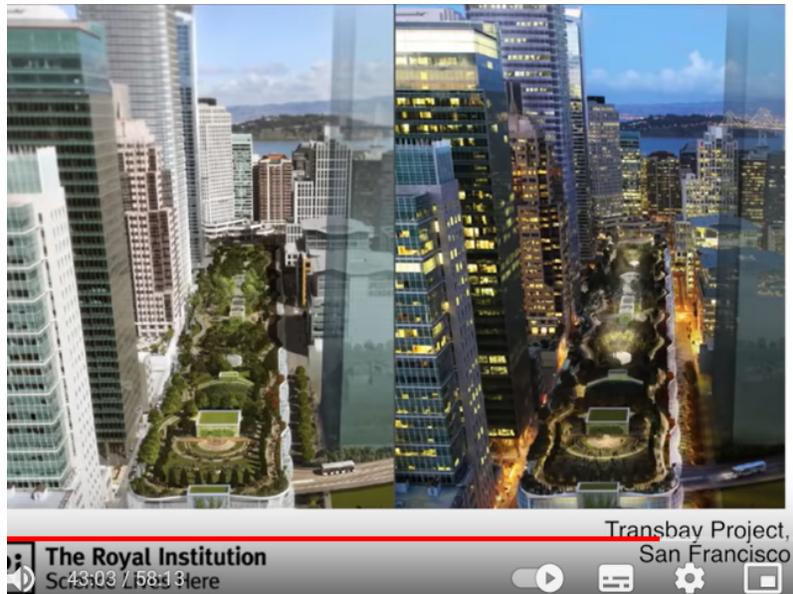


juste pour vous donner une idée de l'échelle. C'est à l'intérieur, les trains seront en dessous, et c'est juste pour vous donner une image, toutes ces choses, dis-je, ne sont pas réelles, ce sont des simulations, mais l'intention est que cela deviendra réalité dans un certain temps. J'oublie qu'ils m'ont donné une sorte de date, je ne sais pas si j'étais censé les croire, je ne suis pas tout à fait sûr, mais je pense que ça existera en 2017, ce qui ne semble pas si lointain dans le futur. Je ne suis pas sûr que les carrelages au sol aient quoi que ce soit à voir avec ces carrelages. Mais cela vous donne une image de l'échelle.

Transbay Project, San Francisco



Et encore plus extraordinaire, au sommet de ce centre de transit, il y aura un parc. Donc ceci, à gauche, c'est le parc le jour, ceci, à droite, c'est le même parc la nuit. Bien sûr, comme je l'ai dit, rien de tout cela n'est réel, c'est réel dans le futur, je suppose que c'est l'idée, mais c'est une simulation. Mais ça a l'air merveilleux, vous avez ce magnifique parc, au milieu de San Francisco, installé au-dessus du niveau du sol qui est ici et là-bas et d'énormes bâtiments qui s'étendent et le voici la nuit.



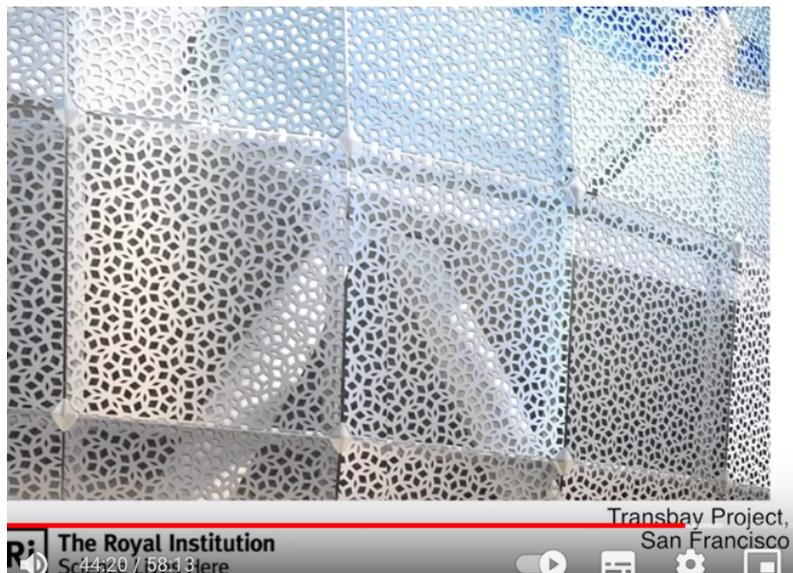
Maintenant, c'est le genre de taille de ce parc, puis vous voyez cette zone que nous venons de regarder auparavant avec les gens qui se promènent, puis il y a une surface ici qui est accrochée autour et en dessous ce serait la gare, ce serait la partie construite en dernier. Je suppose que c'est un gros projet à obtenir des chemins de fer, vous devez obtenir des financements de divers États, mais vous verrez si vous regardez attentivement la couverture qu'ils voient.



Or la surface n'est pas plate, ce qui pose de curieux problèmes ; ici vous y voyez plus clair : il y a ces panneaux, et il y a le carrelage en losange sur les panneaux. Maintenant, la raison pour laquelle ils ont fait cela est apparemment qu'ils ont choisi un carrelage régulier, alors quand ils ont assemblé les panneaux, vous avez vu qu'ils ne correspondaient pas et que cela avait l'air épouvantable, alors ils ont pensé que ce serait une bonne idée d'utiliser ces carreaux où vous ne sauriez pas ce qui se passait de toute façon (*grands éclats de rire*) et donc vous ne remarqueriez pas qu'ils ne correspondent pas le long des bords bien sûr. Et puis ils ont dit eh bien c'est une belle construction sans couture et les architectes sont tombés sur moi et m'ont rendu visite à Oxford, normal, c'étaient des gens très charmants et j'ai dit eh bien ça ne correspond pas tout à fait, n'est-ce pas ? Et il a dit eh bien oui, nous le savons, mais je pensais que cela n'avait pas trop d'importance, alors j'ai dit eh bien il y a deux choses que vous pouvez faire maintenant : vous voyez que c'est le fait que ça soit plat qui est le problème et donc vous devez avoir une surface intrinsèquement

incurvée, et vous voulez avoir un carrelage qui fonctionne réellement sur une surface incurvée. Et alors ils ont pensé, ils l'ont modifié de cette façon. Donc j'ai dit bien en fait, vous pourriez faire en sorte que ça corresponde bien, vous voyez qu'il y a ces jointures ici entre les parties, d'accord, les dallagez ne sont pas censés correspondre parce que les choses pourraient se dilater et se contracter et alors vous n'auriez pas d'espace ici.

Cependant, tous ces autres sont censés correspondre, alors je dis bien que vous pouvez le faire, si cela ne vous dérange pas qu'il y ait de légers changements dans la taille. Vous pouvez donc avoir une carte conforme, ce qui signifie que localement, ils ont la bonne forme, mais les tailles peuvent varier légèrement. Et ils ont dit qu'ils allaient le faire donc c'est ce qu'ils vont faire, je pense. Maintenant, la dernière chose ici que je veux vous montrer, revenons à la réalité maintenant.

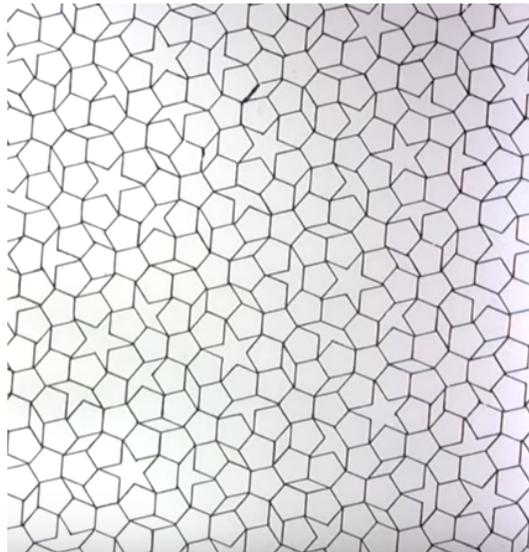


Ce sont de vrais pavages que nous avons au collège Wadham, mon collège, et ce sont des losanges simples, mais vous voyez, j'ai insisté pour avoir quelque chose qui corresponde correctement. Donc vous avez ceux-ci ; ce sont deux formes de même style, la grosse et la fine, et toutes les grosses sont marquées de la même manière, et toutes les fines sont marquées de la même manière et vous devez les assortir. Et puis vous obtenez ces modèles non périodiques. Eh bien, j'ai été loin de l'endroit où ils posaient ces choses. Je suis allé voir une pièce de théâtre avec ma femme, et nous sommes rentrés à Londres, alors qu'ils posaient ces dallages. Et quand j'ai vu comment ils s'en sortaient, ils étaient plutôt bien faits, je n'irais pas y jeter un coup d'oeil, ça avait l'air très sympa mais j'avais un peu un malaise alors je suis monté un peu plus haut, j'ai regardé cela de haut, j'avais encore plus un sentiment de malaise. Je pouvais tout à fait savoir où c'était et ensuite j'ai regardé juste au-dessus du bord, les constructeurs avaient mis une tuile supplémentaire et ils pouvaient voir que ça irait, une autre irait juste au bord, ça correspondrait parfaitement et ça irait, mais si vous mettiez ce carreau quelque part au milieu du dallage, ça irait mal... ça n'irait pas... tout là-bas, et nous n'avions pas le choix ! (*gros éclats de rire*) alors ils l'ont retiré même si plus loin, vous ne voyez pas cette dalle qui pose problème. Quoi qu'il en soit cela va. Cela vous donne une version de la façon de marquer les tuiles mais j'ai pensé, puisque nous avons ce nouveau bâtiment, ce merveilleux nouveau bâtiment est vraiment impressionnant, je ne dis pas, et peut-être que nous allons avoir un ces pavages qui sont là et j'ai pensé "bien bien, faisons quelque chose de différent alors je vais vous montrer quelque chose de différent".

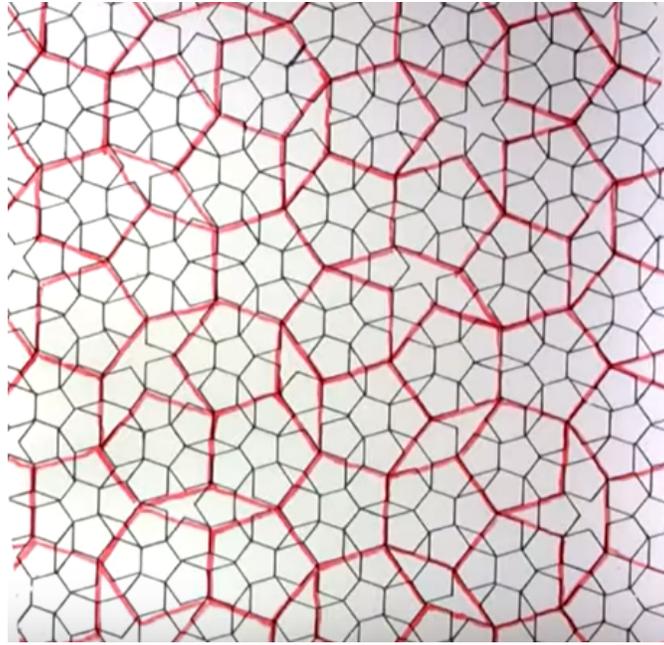
Revenons à ce carrelage d'origine, revenons à ceci.



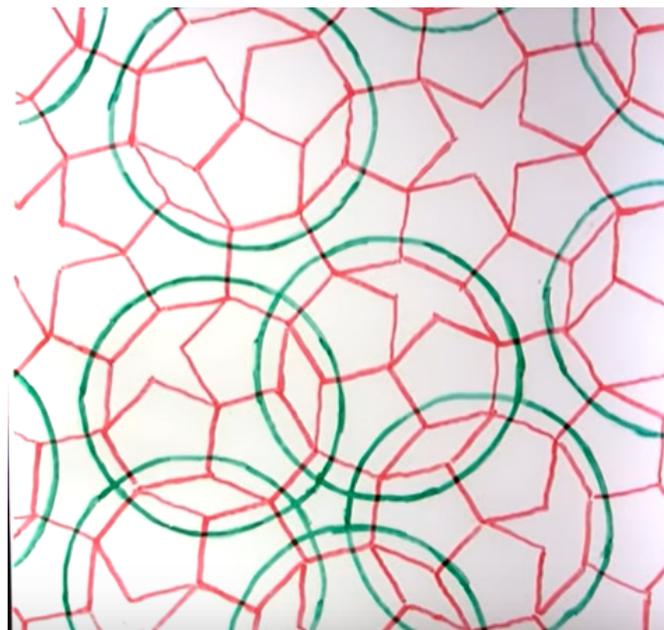
J'ai remarqué que nous avons dans ce modèle beaucoup de ces jolis petits décagones, puis des anneaux et des motifs autour. Supposons maintenant que vous preniez ces décagones, eh bien, regardons celui-ci un peu plus gros, je pense. On y est, ça y est, c'est là, c'est transparent et c'est juste de la même couleur que la couleur, du coup, je ne le voyais pas sur la table, ça y est, on l'a là. C'est le prochain niveau, c'est la même chose que vous avez, ces petits décagones et il y a un grand décagone, vous voyez, et là nous avons le petit, rappelez-vous que nous avons cet anneau de pentagones, vous obtenez aussi parfois un anneau, un plus gros anneau avec des appendices ici, vous savez les suites de pentagones en losange et le gros losange et le losange tout autour et c'est encore ce même genre de motifs. Lorsque vous accédez au plus niveau des pentagones dans la hiérarchie, vous voyez un plus grand décagone ici, et puis vous avez ici un anneau de pentagones autour de lui.



D'accord, nous obtenons ces anneaux. Et j'ai pensé que ce serait bien de mettre l'accent sur ces anneaux. Je vais prendre celui ci, ça le rendra plus clair, comme en négatif. Donc je dois marquer tous ces anneaux. Et je vais mettre, je dois le faire dans le bon sens, ce truc vers le haut, c'est tout, ces anneaux, juste un peu plus loin.



Eh bien, disons que ça rend les choses un peu plus jolies, ce que je veux faire, mais il y a une raison mathématique à cela. Ok, ce sont les anneaux. Je veux repartir en sens inverse, j'ai juste dessiné ces anneaux, là où vous les avez, juste à l'extérieur du décagone, et en contournant les pentagones, d'accord. Maintenant, le problème est que si j'essaie de les marquer, ils ne sont pas tous marqués de la même manière, donc je dois avoir quelques arcs de plus, pour faire ça ; maintenant je vais marquer ceux-là de la même manière, oui, c'est ça, j'ai mis ces deux ensemble, que voyons-nous maintenant, eh bien, nous voyons une sorte de version mise en exergue du carrelage pentagone.

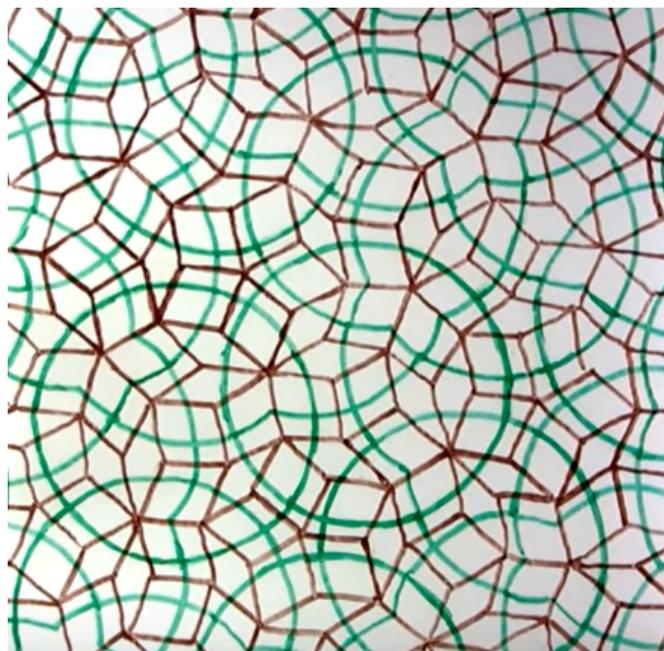


Rappelez-vous, nous avons des pentagones, avec des drôles de formes de serrure, il y a des pentagones, il y en a un là. Nous avons une drôle de forme, il y a un autre pentagone, et ici nous avons une casquette de justice, vous voyez, mais en quelque sorte écrasée de façon amusante, et ici nous avons les losanges, et ici

nous avons le pentacore. C'est donc le même schéma qu'avant, mais en quelque sorte gonflé de manière amusante, d'accord ? Maintenant, j'ai besoin de le remplir un peu plus, pour le rendre... Eh bien, je pense que c'est mieux si je mets le motif en losange là-bas, qui est ici, alors je ne peux pas trouver... rappelez-vous... il sous-tend ce modèle.



Et vous voyez que chaque losange a le même motif de conception. Donc, si vous avez marqué les losanges de cette façon pour que les minces aient juste deux petits arcs de cercle et que les gros aient deux arcs de cercle qui se croisent, c'est partout pareil, vous avez juste besoin de deux types de tuiles, marquées sur ce chemin, et alors vous verrez ce motif de lignes circulaires apparaître devant vous.



Et j'ai pensé que ce serait plutôt sympa. En fait, il y avait quelque chose d'un peu fortuit là-dedans parce que soit vous voyez le motif de telle sorte que les losanges soient assez évidents, je ne voulais pas ça, je voulais que vous ne voyiez pas très bien les losanges, et vous avez vu ce motif qui m'a plutôt plu (le circulaire). Et c'est un peu surprenant que vous obteniez ce motif assez subtil à partir de seulement deux formes de base. Et ils ont fait ça, les dalles qu'ils ont utilisées sont en granit, et les arcs sont incrustés d'acier inoxydable. Il devrait donc être plutôt impressionnant une fois terminé. Maintenant, ils avaient quelques échantillons de ceci, devant l'ancien bâtiment de mathématiques, et j'y suis allé et j'ai regardé les dalles et les deux dalles ont l'air complètement différentes, les losanges larges et les losanges minces, ils ont l'air assez différents, je ne voulais pas ça, et les arcs de cercle ne s'emboîtaient pas, ils avaient l'air horrible. Eh bien, la raison pour laquelle ils ne s'emboîtaient pas est que c'était une journée ensoleillée et qu'ils avaient été ce que j'appelle peignés : cela signifie que la lumière les frappe selon une certaine direction et ensuite, elle se reflète vers vous, mais si vous n'êtes pas dans cette direction particulière, alors les dalles semblent sombres. Ainsi, si les dalles sont orientées différemment, les arcs sombres auront un arc sombre rejoignant un arc clair et vous perdrez complètement le motif. J'ai donc pensé que cela avait l'air épouvantable : lorsque vous regardiez le pavage, vous ne voyiez que le losange au lieu du motif. Eh bien, ils ont dit que la solution à ce problème était de le polir, car ce n'est pas directionnel. Donc cela devrait fonctionner, j'espère, l'autre chose est le fait que les carreaux aient un aspect complètement différent. Je suis revenu quelques jours plus tard, et je les ai regardés à nouveau et puis, ils avaient exactement la même apparence. Je me suis dit "que se passe-t-il avec toutes ces différentes tuiles, sont-ils retournés en Chine pour obtenir de nouveaux granits ?..." Non, cela m'est venu à l'esprit, la différence était que le premier jour, il avait plu et la texture de surface rend le type de granit légèrement différent lorsqu'il est mouillé, il a un aspect assez différent, lorsqu'il est sec, donc c'est merveilleux, cela vous donne une nouvelle perspective ; les jours humides, vous voyez un motif, et les jours secs, vous le regardez et vous voyez un modèle différent. Alors j'ai pensé que c'était plutôt sympa.

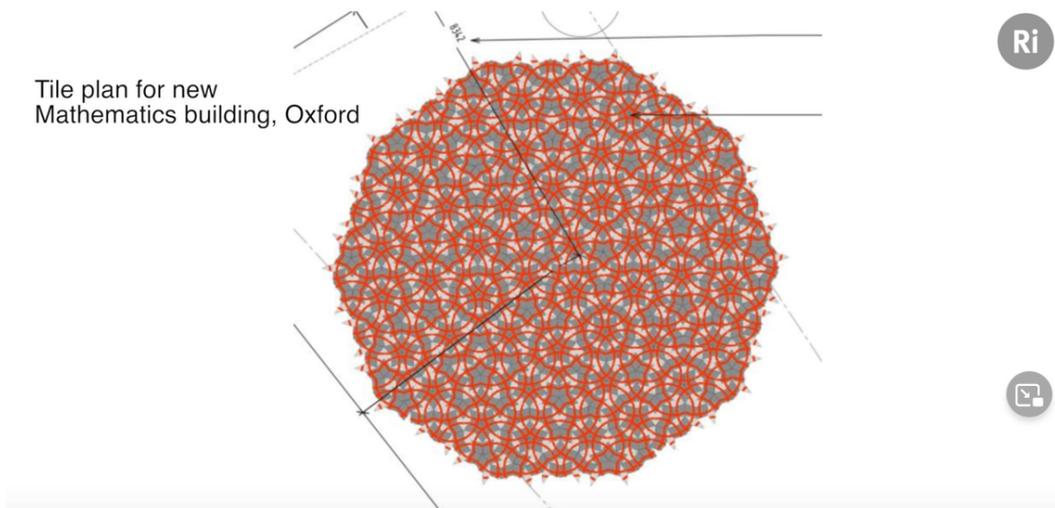


Bon, revenons au dossier de présentation s'il vous plaît. Eh bien, c'est en fait à ce moment-là que les architectes ont essayé d'élaborer le design. Il montre simplement le modèle qui est tout ce que cela fait ici. Vous voyez que les arcs sont en rouge, ils ont dit ne vous inquiétez pas, ce ne sera pas rouge, ce sera en acier inoxydable, et les dalles sont assez différentes, ne vous inquiétez pas, elles ne seront pas si différentes.



Mais il est très utile de voir ce modèle parce que vous pouvez le voir. Vous ne le voyez pas très bien, mais il y a une sorte de point central ici, et là, nous avons un cercle, vous voyez, c'est l'un des nombreux cercles, vous avez un cercle illuminé, et juste à l'extérieur, vous voyez ce plus grand arrangement floral. Maintenant, vous en voyez beaucoup, partout, il y en a tout autour du bord, vous voyez là, c'est donc tout autour. En voici un, en voici un, en voici un, en voici un. Nous avons donc voulu avoir ceci au centre et cela pour que les dalles soient d'une taille telle que vous puissiez réellement voir ces autres. Il y en a d'autres juste plus loin, il y en a un autre là-bas. Il y a donc beaucoup de ces gros anneaux. On voit que dans l'arrangement floral, alors, on en a des plus gros comme celui-là, j'ai pensé que ça pourrait être assez sympa parce que des enfants de mathématiciens pourraient venir marcher le long des motifs. Vous voyez, ceux qui reviennent là où ils ont commencé prennent des bonbons à la menthe. Je pense qu'il y a un bon théorème en attente pour dire combien il y a de types de modèles différents qui se referment. Donc, c'est agréable à regarder et c'est l'idée.

D'accord, peut-être pourrions-nous y retourner maintenant, oh non désolé, je ne reviens pas là où je pensais et donc, c'est presque le dernier modèle qu'ils ont fait, pas tout à fait fini là-bas et les choses ne sont pas tout à fait finies là, et certaines parties sont finies que vous ne pouvez pas voir je pense. Oui maintenant c'est un passage humide.



Je pense que ça a été mouillé, oui, parce que vous voyez la différence dans les dalles là-bas. L'autre, je pense, était probablement assez sec, donc là, on ne voit pas très facilement la différence.



Celui-ci montre l'acier inoxydable, il semble ne rien montrer de très beau. Le blanc n'est qu'une couverture qu'ils ont placée au dessus du joint, ils ne veulent pas les enlever avant, je pense, l'ouverture officielle et ensuite vous verrez l'acier inoxydable et comment ils se rejoignent maintenant. Je pense donc que cela devrait être assez impressionnant.



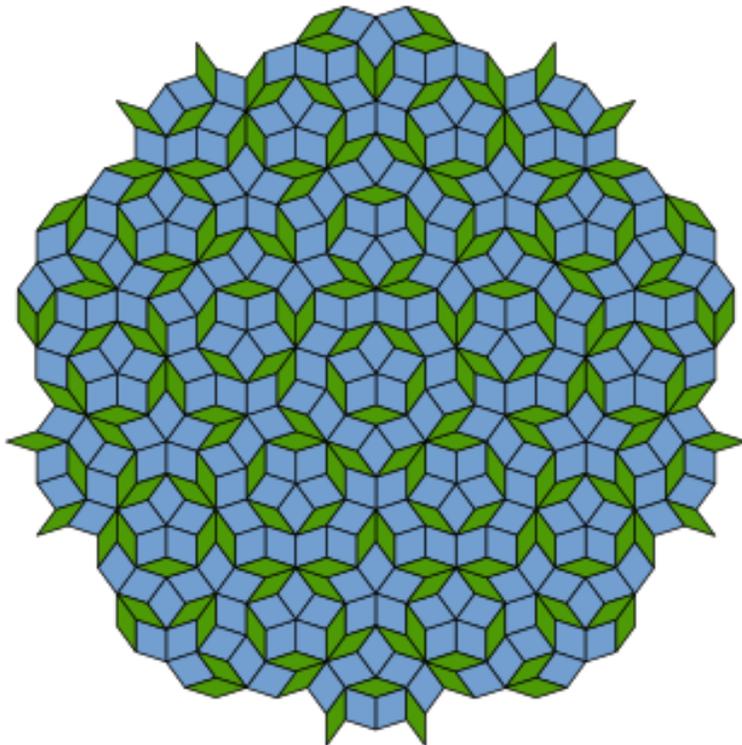
Puis enfin, le dernier.



Je sais qu'ici nous avons la dernière vue : c'est l'entrée principale du bâtiment, c'est un bâtiment magnifique comme on dit et c'est en partie le design qui a été adapté, de sorte que l'observatoire Radcliffe, qui est un bâtiment merveilleux, qui est en quelque sorte révélé maintenant, tout était caché par toutes sortes d'autres bâtiments auparavant. Et non seulement, vous pouvez en quelque sorte le voir. Mais en plus, quand on s'éloigne, on voit beaucoup plus clairement le sommet de l'autre côté du bâtiment; vous pouvez le voir très clairement.



Et depuis la salle commune, vous voyez, ils l'ont conçue pour que le bâtiment soit en deux moitiés ici, avec une pièce communicante qui est entièrement transparente pour que vous puissiez en quelque sorte voir à travers. Mais c'est vraiment une merveilleuse salle commune où vous pouvez vous asseoir, vous avez une belle vue sur l'observatoire Radcliffe à l'arrière et vous pouvez voir le dallage de l'autre côté. Je pense être arrivé à la fin de mon exposé, merci beaucoup.



4 dessins superbes de Sir Roger Penrose illustrant des passages de ses conférences :

