

LES MODÈLES DE SECTIONS DE POLYTOPES D'ALICIA BOOLE STOTT IRENE POLO BLANCO

Résumé : Alicia Boole Stott (1860–1940) était une mathématicienne amatrice qui a travaillé sur la géométrie à quatre dimensions. On se souvient d'elle pour avoir trouvé toutes les sections tridimensionnelles des polytopes quadridimensionnels (c'est-à-dire les analogues des solides platoniciens tridimensionnels) et pour la découverte de nombreux polytopes semi-réguliers. Dans ce texte, nous donnons sa courte biographie et nous expliquons sa méthode pour calculer les sections tridimensionnelles des polytopes à quatre dimensions. Nous illustrons ses résultats en montrant des images de ses modèles et dessins originaux.

1. Introduction

On se souvient surtout de l'extraordinaire mathématicienne amatrice Alicia Boole pour sa contribution à quatre géométrie dimensionnelle (Fig. 1). Née dans la seconde moitié du XIX^e siècle, ses possibilités d'éducation formelle étaient assez limitées. Elle a passé la plus grande partie de sa vie d'adulte en tant qu'épouse et mère à plein temps. Malgré cela, elle obtint d'importants résultats en mathématiques, grâce à sa surprenante capacité à visualiser la quatrième dimension. Alicia Boole Stott a calculé les sections tridimensionnelles des polytopes quadridimensionnels réguliers (i.e. les analogues des solides de Platon en quatre dimensions) et elle a découvert de nombreux polytopes semi-réguliers à quatre dimensions. Au cours de sa vie, elle rencontre deux géomètres importants de l'époque, P.H. Schoute et H.S.M. Coxeter, avec lesquels elle collabore sur divers aspects de la géométrie quadridimensionnelle.



Figure 1 : Alicia Boole Stott (1860 - 1940) (Photo © Collections spéciales de l'Université de Bristol).

Publié en ligne : 9 septembre 2014

© Centre P.R.I.S.T.E.M, Université Commerciale Luigi Bocconi 2014

I. Polo Blanco, Département de mathématiques, Statistiques, Calcul, Faculté de Science, Université de Cantabrie, Avenue de los Castros s/n, 39005 Santander, Espagne

Référence du texte original en anglais sur la toile ici : <https://mathwomen.agnesscott.org/women/stott.htm>.

Traduction : Denise Vella-Chemla, assistée de Google translate, mars 2023.

2. Une courte biographie

Alicia Boole Stott, née en 1860 à Castle Road, en Irlande, était la troisième des cinq enfants du célèbre logicien George Boole et de sa femme, Mary Everest Boole. George Boole est décédé en 1864 à l'âge de 49 ans, alors qu'Alicia n'avait que quatre ans. Sa femme resta avec les cinq enfants et très peu de moyens pour les entretenir. Pour cette raison, elle a été forcée de déménager à Londres avec les quatre sœurs d'Alicia, tandis qu'Alicia a été laissée à Cork pour y vivre chez un autre membre de la famille.

À l'âge de onze ans, elle vient vivre à Londres avec sa mère et ses sœurs. Les quatre sœurs sont également devenues des personnages importants de l'époque pour diverses raisons. Pour un compte-rendu détaillé de la famille Boole, nous renvoyons le lecteur à [6]. La figure 2 montre Alicia avec ses sœurs, sa mère et plusieurs descendants.



Figure 2 : de gauche à droite et de haut en bas : Margaret Stott Taylor, Ethel L. Voynich, Alicia Boole Stott, Lucy E. Boole, Mary E. Hinton, Julian Taylor, Mary Stott, Mary Everest Boole, George Hinton, Geoffrey Ingram Taylor, Leonard Stott. (© Photo Collections spéciales de l'Université de Bristol).

Il convient de noter que les universités anglaises de l'époque n'offraient pas de diplômes aux femmes, qui ne pouvaient qu'aspirer à étudier certains classiques de la littérature et d'autres arts. La connaissance scientifique formelle d'Alicia était composée uniquement des deux premiers livres d'Euclide. Comment lui a-t-il alors été possible d'obtenir de son vivant des résultats mathématiques aussi surprenants ? L'une des raisons tient sans doute à l'atmosphère unique dans laquelle elle a grandi et à l'éducation spéciale qu'elle a reçue de sa mère. Mary Everest Boole était connue à son époque pour ses idées particulières sur l'éducation. Elle a écrit plusieurs livres sur l'apprentissage des mathématiques, et croyait fermement en l'importance de la stimulation précoce des enfants pour un apprentissage efficace de la géométrie et d'autres aspects des mathématiques. Pendant les années où elle a vécu à Londres, Mary Everest Boole a reçu de nombreux visiteurs chez elle, parmi lesquels se trouvait le mathématicien amateur Howard Hinton. Hinton était professeur de mathématiques et s'intéressait énormément à la quatrième dimension. Il est devenu célèbre avec son livre *La quatrième dimension* [5], dans lequel le sujet est traité d'un point de vue philosophique. Lors de ses visites à la famille Boole, Hinton avait l'habitude d'empiler des groupes de blocs de bois pour essayer de permettre aux cinq filles de visualiser l'hypercube à quatre dimensions. Cela a grandement inspiré Alice dans ses futurs travaux, et elle a rapidement commencé à surprendre Hinton

par sa capacité à visualiser la quatrième dimension. Alicia a contribué à l'écriture d'une partie du livre [4].

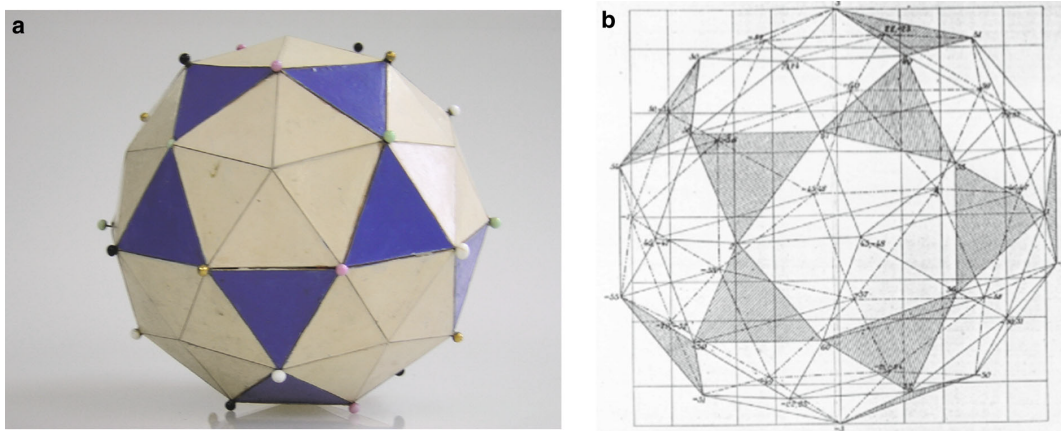


Fig. 3 : section centrale du 600-polytope. à gauche, le modèle d'Alicia Boole Stott ; à droite, le dessin de Schoute dans [11]

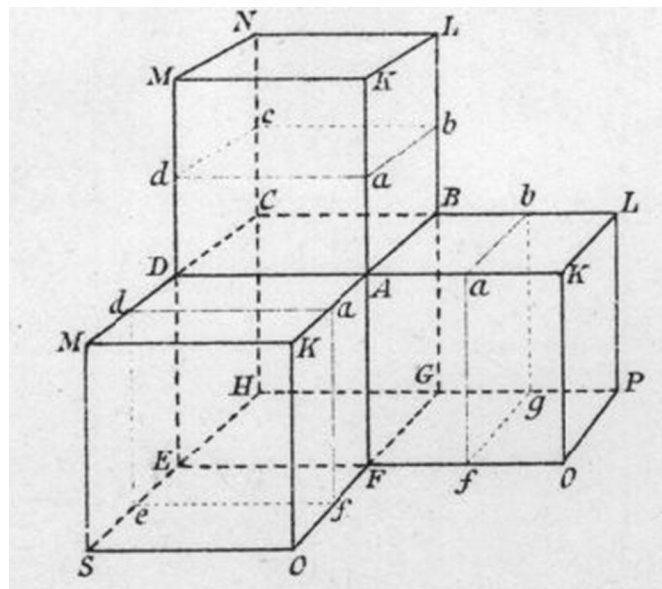


Fig. 4 : le dépliage en trois dimensions d'une partie de l'hypercube (reproduit à partir de [1])

En 1890, Alicia épousa l'actuaire Walter Stott, avec qui elle eut deux enfants, Mary et Leonard. Inspirée par Howard Hinton, Alicia Boole Stott a commencé à étudier les polytopes à quatre dimensions pendant son temps libre à mesure que les enfants grandissaient. À cette époque, Alicia Boole Stott travaillait en toute indépendance, sans aucun contact avec le monde scientifique, et prouvait l'existence des six polytopes quadridimensionnels réguliers. Ces polytopes ont été répertoriés pour la première fois par Ludwig Schläfli en 1850 (publié après sa mort en 1901 dans [10]), et sont des analogues quadridimensionnels des solides platoniciens tridimensionnels. Les six polytopes quadridimensionnels réguliers sont l'hypercube, l'hypertétraèdre, l'hyperoctaèdre, le 24-polytope, le 120-polytope et le 600-polytope. En outre, pour prouver l'existence de ces polytopes, Alicia Boole Stott a calculé leurs sections tridimensionnelles et en a construit des modèles en carton coloré.

En 1894, le géomètre néerlandais Pieter Hendrik Schoute a publié un article [11] dans lequel il calculait analytiquement les sections centrales des six polytopes quadridimensionnels réguliers. Selon Coxeter [3], Alicia Boole Stott a appris l'existence de cette publication par son mari. Après avoir vérifié que les résultats de Schoute coïncidaient avec les siens, Alicia Boole Stott a envoyé des images de modèles illustrant non seulement la section centrale de chaque polytope calculé par Schoute, mais la série entière. La figure 3 montre que les sections centrales d'Alicia Boole Stott et Schoute correspondent efficacement au cas du 600-polytope.

Assez surpris par les résultats de Alicia Boole Stott, Schoute lui répond aussitôt en lui proposant une collaboration qui durera près de 20 ans, jusqu'à la mort de Schoute en 1913. Pendant cette période, Schoute se rend en Angleterre pendant les vacances d'été et travaille avec Alicia Boole Stott sur divers sujets concernant la quatrième dimension. Leur collaboration a combiné l'extraordinaire capacité de Alicia Boole Stott à visualiser la quatrième dimension avec la méthode analytique de Schoute. Les travaux de Alicia Boole Stott ont abouti à un doctorat honorifique qui lui a été décerné par l'Université de Groningue en 1914, en reconnaissance de sa contribution à la géométrie à quatre dimensions.

Après la mort de Schoute, Alicia Boole Stott a mis ses recherches mathématiques de côté pour se consacrer exclusivement à la vie domestique. En 1930, elle reprend son travail lorsque son neveu, le célèbre physicien et mathématicien appliqué Geoffrey Ingram Taylor, est présenté au géomètre H. S.M. Coxeter. Bien que Coxeter n'ait que 23 ans et Alicia Boole Stott 60 ans, ils ont développé une amitié étroite et ont travaillé ensemble sur divers aspects de la géométrie à quatre dimensions. Il n'y a pas de publications communes, mais les contributions de Alicia Boole Stott sont connues grâce à de nombreuses références à celles-ci dans l'ouvrage de Coxeter. Son livre *Regular Polytopes* [3] contient également de nombreux faits sur la vie de Alicia Boole Stott et, avec [6], il est la principale source d'informations sur sa biographie. Un récit plus détaillé de la vie de Alicia Boole Stott peut également être trouvé dans [7].

Alicia Boole Stott a publié ses principaux résultats mathématiques dans deux articles : [1] en 1900 et [2] en 1910 (voir [9] et [8] pour une description détaillée des deux articles respectivement). Dans ce qui suit, nous nous concentrerons sur la première des publications relatives aux sections de polytopes et aux dessins et modèles que Alicia Boole Stott a fait de ces sections.

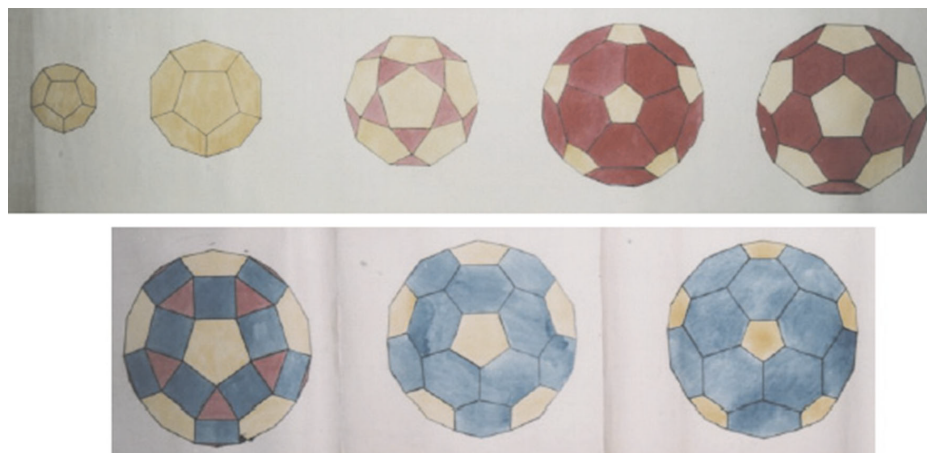


Fig. 5 : Dessins des sections parallèles du 120-polytope, conservés à l'Université de Groningen, Pays-Bas.

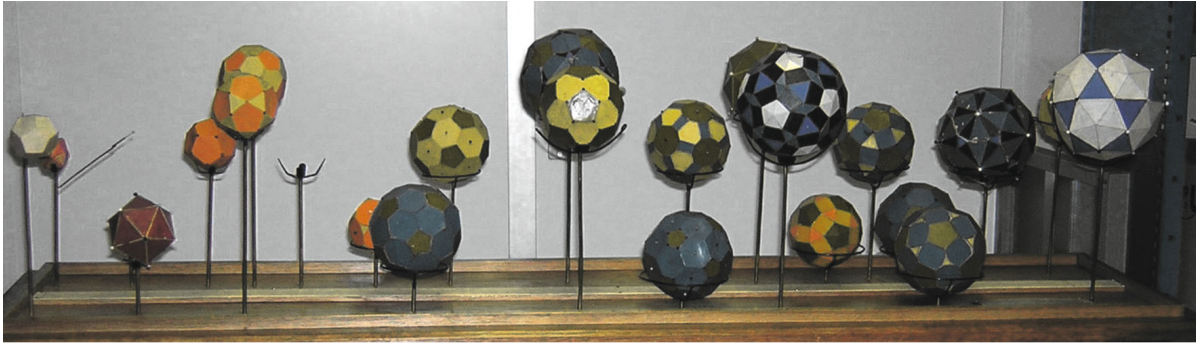


Fig. 6 : Modèles des sections perpendiculaires du 120-polytope, conservés à l'Université de Groningen, Pays-Bas (issus de [1]).

3. Sections tridimensionnelles de polytopes quadridimensionnels

La publication de Alicia Boole Stott de 1900, « Sur certaines séries de sections des hypersolides quadridimensionnels réguliers » [1] est une étude exhaustive des sections tridimensionnelles parallèles des six polytopes réguliers. Ces coupes résultent de l'intersection de l'espace tridimensionnel avec le polytope, l'espace tridimensionnel étant parallèle à l'une des faces tridimensionnelles du polytope.

En ce qui concerne la méthode utilisée par Alicia Boole Stott dans son article, plusieurs points méritent d'être mentionnés. Tout comme un solide platonicien peut être déplié dans un plan, un polytope à quatre dimensions peut être décomposé en trois dimensions. Une fois cela fait, les calculs des sections sont considérablement simplifiés, ce qui facilite grandement la visualisation.

La figure 4 montre un de ses dessins représentant une partie de l'hypercube déplié (notez que dans le dépliage, plusieurs des sommets, arêtes, etc. apparaissent plus d'une fois, et doivent être identifiés afin de reconstruire l'hypercube d'origine). Une description détaillée de cette méthode d'un point de vue moderne peut être trouvée dans [9].

Alicia Boole Stott a également étudié les sections perpendiculaires de ces polytopes, caractérisées par le fait que les espaces tridimensionnels sont considérés comme perpendiculaires au segment reliant un sommet au centre du polytope. Elle a notamment réalisé des dessins et des maquettes en carton de coupes des deux polytopes les plus complexes : le 120-polytope et le 600-polytope. Concernant les sections du 120-polytope (le polytope composé de 120 dodécaèdres), on trouve autant de dessins originaux des sections parallèles que de maquettes en carton des sections perpendiculaires réalisées par Alicia Boole Stott. Les dessins de la Fig. 5 représentent les sections parallèles du 120-polytope.



Fig. 7 : Dessins des plans dépliés des sections perpendiculaires du 600-polytope, conservés à l'Université de Groningen, Pays-Bas. Netherlands.



Fig. 8 : Modèles des sections perpendiculaires du 600-polytope, conservés à l'Université de Groningen, Pays-Bas (de [1]).

De plus, Alicia Boole Stott a construit des modèles des sections perpendiculaires du polytope. La figure 6

montre ces modèles, aujourd'hui conservés au musée de l'Université de Groningue.

Alicia Boole Stott a également étudié les sections perpendiculaires du 600-polytope et elle a réalisé des dessins et des modèles en carton de ces sections. C'est le polytope le plus complexe et il se compose de 600 tétraèdres. À l'Université de Groningue se trouvent les dessins originaux de Alicia Boole Stott correspondant aux plans dépliés de ces coupes (Fig. 7). On trouve également des modèles de ces sections perpendiculaires au musée de l'Université de Groningue (Fig. 8), et à l'Université de Cambridge (Fig. 9).

4. Conclusion

Alicia Boole Stott est un exemple exceptionnel de mathématicienne amatrice née au XIX^e siècle. Isolée de la communauté mathématique, nombre de ses découvertes n'ont jamais été publiées. Cependant, cet isolement a peut-être aidé Alicia Boole Stott à développer une capacité intuitive à travailler avec la quatrième dimension qui était très différente de la méthode analytique utilisée à l'époque, la conduisant à ses découvertes. On se souvient de Alicia Boole Stott aujourd'hui pour sa contribution exceptionnelle à la géométrie à quatre dimensions. Ses modèles et dessins reflètent la complexité et la beauté de ses résultats.



Fig. 9 : Modèles des sections perpendiculaires du 600-polytope, conservés à l'Université de Cambridge, Royaume-Uni.

Références

1. Boole-Stott, A. : On certain series of sections of the regular fourdimensional hypersolids. *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 7(3), 1–21 (1900).
2. Boole-Stott, A. : Geometrical deduction of semiregular from regular polytopes and space fillings. *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 11(1), 3–24 (1910).
3. Coxeter, H.S.M. : *Regular polytopes*. Methuen and Co., London (1948). Rpt. Dover Publications, New York (1973).
4. Hinton, C.H. : *A New Era of Thought*. Sonnenschein & Co., Ltd., London (1888).
5. Hinton, C.H. : *The Fourth Dimension* London. Allen & Unwin, Crows Nest (1904).
6. McHale, D. : *George Boole : his Life and Work*. Boole Press, Dublin (1985).

7. Polo Blanco, I. : Alicia Boole Stott, a geometer in higher dimension. *Historia Mathematica* 35(2), 123–135 (2008).
8. Polo Blanco, I. : A classical approach to the study of Archimedean four-dimensional polytopes. *Mathematische Semesterberichte*, in press (2014).
9. Polo Blanco, I., Gonzalez Sanchez, J. : Four-dimensional polytopes: Alicia Boole Stott's algorithm. *Math Intell* 32(3), 1–6 (2010)
10. Schläfli, L. : Theorie der vielfachen Kontinuität. *Denkschriften der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft* 38, 1–237 (1910).
11. Schoute, P.H. : Regelmässige Schnitte und Projektionen des Achtzelles und des Sechszehnzelles im vierdimensionalen Räume. *Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam* 2, 3–12 (1894).

Irene Polo Blanco est diplômée en mathématiques en 2002 de l'Université du Pays Basque (Espagne) et de l'Université de Groningue (Pays-Bas). Elle a obtenu son doctorat de l'Université de Groningue en 2007. Sa thèse portait sur les mathématiques et l'histoire des modèles didactiques concrets du XIX^e siècle liés à la géométrie. Elle occupe actuellement un poste d'enseignante à l'Université de Cantabrie. Ses intérêts de recherche incluent la géométrie algébrique, l'histoire des mathématiques et la didactique des mathématiques.