

Une gourmandise¹ (Denise Vella-Chemla, 3.1.2018)

On appelle *méridien du tore* un cercle de section du tore obtenu si on coupe des tranches de tore comme on coupe un gâteau 3-frères².



Du fait de ce à quoi on a réfléchi en 2019, la conjecture de Goldbach pourrait se modéliser ainsi³ :

Soit n un entier pair (>2) dont on cherche des décomposants de Goldbach.

Appelons p_1, p_2, \dots, p_k les nombres premiers compris entre 5 et $\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \rfloor$, au nombre de $\pi\left(\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor\right) - 2$.

On a oublié le nombre premier 2 car tous les nombres premiers potentiellement solutions sont impairs et on a oublié le nombre premier 3 car il servira à couper les tranches de biscuit.

Soit un tore. Imaginer sur ce tore un premier feuilletage non parallèle à un méridien du tore ; seules p_1 ou $2p_1$ feuilles de ce premier feuilletage contiennent au moins un point. Imaginer un second feuilletage, différent du premier, non parallèle à un méridien du tore ; seules p_2 ou $2p_2$ feuilles de ce second feuilletage contiennent au moins un point.

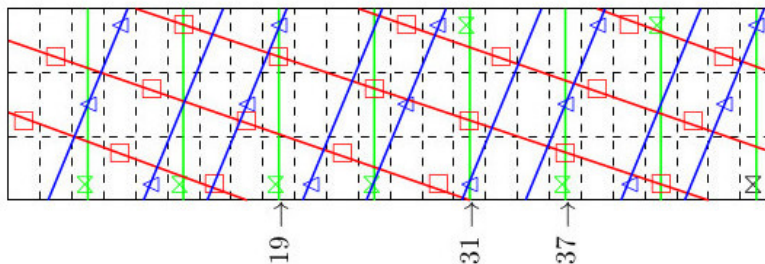
Imaginer sur ce tore un k -ième feuilletage non parallèle à un méridien du tore, différent de tous les feuilletages précédents. Seules p_k ou $2p_k$ feuilles de ce k -ième feuilletage contiennent au moins un point.

Imaginer enfin sur le tore un feuilletage parallèle à un méridien du tore, qu'on appellera le *feuilletage principal*. Certaines feuilles de ce feuilletage contiennent un point et d'autres non ; en fait, une feuille sur 3 contient un point.

Tous les feuilletages sont différents 2 à 2. Un feuilletage compte p_k feuilles lorsque p_k ne divise pas n et en compte $2p_k$ lorsque p_k divise n . On rappelle pour mémoire que pour tout feuilletage, certaines feuilles de ce feuilletage contiennent au moins un point tandis que d'autres feuilles n'en contiennent pas.

Pour démontrer la conjecture de Goldbach, il faudrait démontrer qu'une feuille au moins du feuilletage principal (i.e. *selon un méridien*) contient $k + 1$ points, tous sur autant de feuilletages non parallèles 2 à 2.

Illustration dans le cas où $n = 98$: seules les feuilles "à points" sont visualisées, celles du feuilletage principal (module 3) sont vertes et celles des $\pi\left(\left\lfloor \sqrt{98/2} \right\rfloor\right) - 2 = 2$ autres feuilletages sont bleues (module 5) et rouges (module 7).



1. C'est un très joli roman, de Muriel Barbery, dans lequel un cuisinier cherche désespérément à retrouver un certain goût de son enfance.

2. Le trois-frères est un gâteau créé au XIX^{ème} siècle par les trois frères Julien, célèbres pâtisseries parisiens, et qui est toujours cuit dans un moule spécial, en forme de grosse couronne torsadée ou non.

3. On ne sait pas si une telle modélisation permettrait la démonstration de la conjecture de Goldbach.