## Synthèse approche 4 lettres, 16 règles par l'ia claude

*Verdict.* Non, rien de ce que contiennent ces notes n'irait vers une démonstration. Pour un professionnel, le treillis est le tableau des sommes d'une suite de bits : Goldbach équivaut à dire que l'ensemble $A = \left\{\frac{p-3}{2}, p \text{ premier impair}\right\}$ vérifie $A + A \supseteq \mathbb{N}$. C'est la formulation de base de la combinatoire additive, et le blocage connu est la parité. Les notes 98 et 214 sont de bonnes notes d'exposition, mais elles ne contiennent pas d'objet nouveau à soumettre.

### Note 98

https://denisevellachemla.eu/ia98.pdf

Le théorème 2 (non-périodicité) est correct, mais il est élémentaire : $p_0$ et $p_0(1+T)$ sont congrus modulo $T$, l'un est premier et l'autre composé. La note dit pourtant au § 5 que cette non-périodicité des premiers est "bien plus difficile à établir que celle de Penrose". Cela contredit sa propre preuve de cinq lignes.

La proposition 3 est trop rapide. Elle affirme que l'argument vaut pour toute progression arithmétique. C'est faux quand $\text{pgcd}(a, d) > 1$, car la progression contient alors au plus un premier et la suite y est constante. La preuve utilise justement $p_0$ premier pour avoir pgcd $= 1$. Il faut traiter chaque direction du réseau séparément.

La règle est bien écrite dans cette note : $(q_X, p_Y)$, c'est-à-dire $(p_2, q_1)$ si l'on ordonne les coordonnées $(p, q)$.

### Note 214

https://denisevellachemla.eu/ia214.pdf

Le lemme 5 (extensibilité des deux côtés) n'est pas démontré. L'argument des tiroirs donne une extension d'un seul côté. Un mot qui n'apparaîtrait toujours qu'en tête des $w_n$ ne serait pas extensible à gauche.

Il y a une correction simple : prendre des fenêtres centrées au milieu de $w_n$, dont la longueur tend vers l'infini, et extraire une limite par compacité. Mais alors l'existence du sous-shift devient vide, puisque le shift plein $\{b, c, d\}^{\mathbb{Z}}$ existe déjà. Le contenu serait dans le langage $L$, qui reste inconnu, comme la note le dit elle-même.

L'étiquette "Matsumoto/Carlsen" ne convient pas. Sur un sous-shift bilatère, $\sigma^k(x) = \sigma^\ell(y)$ signifie $y = \sigma^{k-\ell}(x)$. Le groupoïde est donc celui de l'action de $\mathbb{Z}$, et la $C^*$-algèbre est le produit croisé $C(X) \rtimes \mathbb{Z}$, un objet classique (Putnam, Giordano-Putnam-Skau). Matsumoto et Carlsen travaillent avec le shift unilatère.

Le mot $w_n$ est obtenu en supprimant les a. Ses lettres voisines ne sont donc pas voisines dans la colonne, et la construction ne voit pas si $r(n)$ vaut 0 ou 1. Elle est aveugle à Goldbach par construction, ce qui est plus fort que "n'apporte rien".

Le lemme 1 est excessif. La borne de Chebyshev, $r(n) \le \pi(n/2) = o(n)$, suffit, sans crible de Selberg.

La convention des lettres est inversée par rapport aux autres notes (ici $b = premier + composé$, ailleurs $composé + premier$). C'est sans conséquence mais source de confusion.

**Erreurs dans d'autres notes**

**Note 137**

https://denisevellachemla.eu/ia137.pdf

la "correction" signée claude. Elle affirme que la loi $(u_2, v_1)$ n'est pas associative. C'est faux : les deux parenthésages donnent $(u_3, v_1)$, comme le calcule correctement la note 251. La loi est une bande rectangulaire, et la conclusion de la correction est juste, mais sa remarque ne l'est pas.

**Les notes 171, 137 et 185**

https://denisevellachemla.eu/ia171.pdf
https://denisevellachemla.eu/ia137.pdf
https://denisevellachemla.eu/ia185.pdf

utilisent $(x_1, y_2)$ avec des coordonnées $(p, q)$. C'est incompatible avec la table. Le bon ordre est $(p_2, q_1)$, ou $(x_1, y_2)$ si l'on écrit $(q, p)$. Ton propre exemple $7 + 15$ et $9 + 13 \to 9 + 15$ le confirme.

**Note 172 (flot de Kronecker).**

https://denisevellachemla.eu/ia172.pdf

Elle ne relève pas que la direction $\pi/4$ a pour pente $\tan(\pi/4) = 1$, donc rationnelle. Le flot correspondant est périodique, pas dense. De plus, avec les poids $\log p$, la formule de Hardy-Littlewood est $r(n) \sim 2\mathfrak{S}(n) \cdot n$, pas $\dfrac{n}{(\log\, n)^2}$.

**Note 251 (Lean).**

https://denisevellachemla.eu/ia251.pdf

Les transitions et la règle de palier sont justes, et j'ai vérifié la règle de bord. Mais le fichier ne démontre rien : il calcule. Si les accolades manquent vraiment dans les $s!$ "..." de l'affichage, il imprimera "n" et "s" au lieu des valeurs.

**Note 127.**

https://denisevellachemla.eu/ia127.pdf

Je n'y vois pas d'erreur.

Si tu veux garder un résultat prouvable dans ce tas, c'est la correction de la récurrence de la note 251 : montrer en Lean que le mot engendré par la règle de tête, les transitions et la règle de palier est exactement la colonne définie directement par la primalité. Il n'y a rien là-dedans qui touche à Goldbach, mais ce serait un vrai théorème.

**Note 222.**

https://denisevellachemla.eu/ia222.pdf

Cette note (de l'ia lumo) arrive au même verdict que moi (l'ia claude) par un autre chemin. Elle valide le cœur structurel (la bande rectangulaire), la correction de la fausse non-associativité et le diagnostic "reformulation sans contrainte". Ses deux expériences numériques sont négatives, ce qui est cohérent : le langage sans `a` est indiscernable d'un texte brassé, et la comète se comporte comme le prédit la formule heuristique d'Hardy et Littlewood avec son biais en $2/\ln n$.

*Quelques points où je nuancerais ou complèterais la note de Lumo (ia222) :*

*Parité contre corrélation.* l'ia lumo dit que le blocage n'est "pas le problème de parité" mais un défaut de contrôle des corrélations. Je (l'ia claude) ne séparerais pas les deux. Pour les méthodes de crible, la parité est précisément la manifestation rigoureuse de ce manque de contrôle. Pour la méthode du cercle, c'est le contrôle des arcs mineurs. Ce sont deux visages de la même difficulté, pas des obstacles concurrents.

*Non-périodicité.* La preuve de Lumo (densité fixe non nulle ou nulle, contre densité qui tend vers 0 sans s'annuler) est plus propre que celle de la note 98. Elle évite aussi l'écueil du pgcd de ma remarque sur la proposition 3.

*Théorème 4* ($|n_D - n_U| \leq 1$). Il est exact, mais c'est un télescopage, valable pour n'importe quelle suite de bits. Lumo le dit elle-même.

*"Théorèmes" 5 et 6.* Ce sont des constats numériques, pas des théorèmes. Et "quasi gaussien" dans le texte contre "quasi-poissonnien" dans l'énoncé ne se recoupent pas bien.

**Corrections de documents "approche spectrale"**

Verdict sur les deux : non, rien n'irait vers une démonstration. La 191 est correcte et honnête sur ses limites, la 192 contient des erreurs que sa propre conclusion ne relève pas.

**Note 191 (des sinusoïdes aux valeurs propres)**

L'identité $|1 - e^{2\pi i n/p}| = 2|\sin(\pi n/p)|$ est exacte. Le calcul de $a(n) = 4^{\pi(\sqrt{n})} \prod |1 - \omega_p^n|^2$ aussi. Le lien entre l'approche "oscillateurs" et l'approche "permutations circulaires" est donc réel, mais c'est une identité élémentaire, et la note ne prétend pas davantage.

*Erreur de bord.* Avec la formule telle qu'écrite, $a(0) = a(1) = 1$ (produit vide). Je l'ai vérifié numériquement. L'équivalence (4), "$G(N) > 0 \iff N$ somme de deux premiers", est donc fausse : le terme $x = 1$ est positif dès que $N - 1$ est premier. Il faut sommer sur $2 \leq x \leq N - 2$. La correction est facile.

*Une réécriture du crible de Legendre.*
Comme $sin^2 = (1 - \cos 2\theta)/2$, on a $a(n) = 2^k \prod_{p \leq \sqrt{n}} (1 - \cos(2\pi n/p))$, avec $k = \pi(\sqrt{n})$. En dévelop-

pant, on obtient $3^k$ termes. C'est l'inclusion-exclusion de la note 193 écrite en trigonométrie, avec la même explosion combinatoire.

*Les poids ne sont pas contrôlables.* Pour un premier $p$, $a(p)$ est typiquement de l'ordre de $4^{\pi(\sqrt{p})}$, avec des écarts énormes d'un premier à l'autre. La convolution est dominée par quelques couples. Ce n'est pas comparable à la pondération par $\Lambda$ de la méthode du cercle, où les poids sont sous contrôle. La question du § 13 a donc probablement une réponse négative.

*Fourier sur une fenêtre.* Si $M > N$, il n'y a pas de repliement et la formule de Fourier est une identité sans contenu.

**Note 192 (les trois documents deepseek)**

Le titre est mérité, mais le problème est plus radical que ce que dit le document 3.

*Cause racine.* Pour $x > 0, \sin(\pi(N - ix)/p)$ ne s'annule jamais, car il faudrait $x = 0$. Donc $a(N - ix) \neq 0$ pour tout $x > 0$ : ce facteur ne voit pas du tout si $N - x$ est premier. Le document 3 le constate au § 3.4, puis affirme au § 3.5 que Goldbach équivaut à $\mathfrak{Re}\, C(N) > 0$. C'est faux : cette somme porte sur $x$ premier seulement, avec des poids qui ne dépendent pas de la primalité de $N - x$.

*Test numérique.* Pour $N$ pair, le facteur $p = 2$ vaut $\sinh^2(\pi x/2)$, toujours négatif. J'ai calculé $\mathfrak{Re}\, C_+(N)$ pour tous les $N$ pairs de 4 à 200 : il est $\leq 0$ pour 51 valeurs sur 99, dont $N = 4, 6, 8, 10$, où Goldbach est évidemment vrai. L'hypothèse de la proposition 3 ("si $\mathfrak{Re}\, C > 0$ pour tout $N$") n'est donc jamais satisfaite. En plus, $|a(N - ix)|$ croît comme $\exp(2\pi x \sum 1/p)$, si bien que les plus grands $x$ dominent la somme.

*Propositions 1 et 2 fausses.* Comme $a(N) = 0$ pour $N$ pair, la décomposition $a(N - ix) = a(N) + ib$ a une partie réelle nulle. Ce n'est pas la convolution $(aa)(N)$.

*Incohérence.* Les documents 1, 2 et 3 écrivent $C_- = C_+$, alors que le document 3 dit aussi, avec raison, que $C_-$ est le conjugué de $C_+$.

*Parité.* L'obstruction de parité ne vient ni de la symétrie $x \leftrightarrow N - x$ ni du carré du spectre. Et la phrase du § 2.12 sur la "dépendance en la parité de $x$ à travers le sinus" est fausse : $x$ n'intervient que par cosh et sinh.

*§ 2.11.* Le développement en série de $\exp(\log a)$ n'a pas de sens, puisque $\log a = \infty$ sur les composés.

*Formule de phase (§ 3.4).* Elle divise par $\sin(\pi N/p)$, qui est nul pour $p = 2$ dès que $N$ est pair, donc pour tous les $N$ considérés. Il manque aussi un facteur 2 si a est bien un produit de $\sin^2$. J'ai lu le texte extrait du pdf, pas l'image, donc à confirmer sur la page.

Le point de départ était déjà identifié par la note 191 : remplacer $x + y$ par $x + iy$ casse précisément le lien entre le support de `a` et la primalité de l'autre sommant.