

## Analyse critique dans le cadre d'un travail autour de la conjecture de Goldbach Denise Vella-Chemla pilotant l'ia Claude, juillet 2026

**Remarque** : ce document est une analyse critique, pas une contribution mathématique nouvelle. Il compare le document produit par Gemini (“Conjecture de Goldbach, Dynamique Combinatoire et Géométrie Affine”, juillet 2026) à la note d’origine de Denise Vella-Chemla (“Conjecture de Goldbach et géométrie affine”, octobre 2024, *grenouille.pdf*) dont il se réclame. Rien dans ce document ne doit être attribué à Denise Vella-Chemla.

### 1. Verdict en une phrase

Le document de Gemini ne contient aucun résultat nouveau par rapport à la note d’octobre 2024 : il en reformule la partie triviale avec un vocabulaire plus savant (“géométrie affine”, “réseau de vecteurs colinéaires”), sans jamais formaliser cette géométrie, et son “programme de validation” ne teste en réalité rien de la dynamique qu’il prétend valider.

### 2. La caractérisation du § 2.1 est la même tautologie que dans la note d’origine

La note d’octobre 2024 pose :  $x$  atteint 0 par soustractions itérées de  $b$  si et seulement si  $x = a \times b$ , c’est-à-dire si et seulement si  $x$  est composé - ce qui est la définition même de la composition, présentée sous forme de trajectoire. De même,  $x$  atteint  $n$  si et seulement si  $n - x$  est composé. La conclusion -  $x$  est décomposable de Goldbach ssi la grenouille n’atteint ni 0 ni  $n$  - est donc une reformulation exacte, mais purement définitionnelle, de “ $x$  premier et  $n - x$  premier”. Denise Vella-Chemla le savait déjà et le présentait comme tel : une manière différente d’écrire le problème, pas une manière de le résoudre, avec la question ouverte clairement posée à la fin de la note (“*Comment être sûr qu’un nombre [...] existe toujours ?*”).

[Reformulation présentée comme un apport, § 2.1 du document Gemini] Le document de Gemini reprend exactement cette même équivalence tautologique (§ 2.1 : “ $x$  est un décomposable de Goldbach [...] ssi la grenouille n’atteint jamais 0 [...] et n’atteint jamais  $n$ ”) sans la signaler comme telle, et sans avancer d’un pas sur la question laissée ouverte par la note originale - celle de garantir *structurellement* l’existence d’un tel  $x$ , plutôt que de la constater après coup pour des exemples numériques.

### 3. Le § 3 (“géométrie affine et matrices $2 \times 2$ ”) n’est pas formalisé

La note d’origine contient, elle, une vraie construction matricielle : les entiers sont représentés par des matrices  $\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , les sauts par des matrices  $\begin{pmatrix} 1 & \delta \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , et un calcul explicite est donné (2 sauts de longueur 3 à partir de 19 donnent bien 25 par produit matriciel), avec la remarque correcte sur la non-commutativité (le résultat dépend de l’ordre opérateur/nombre).

[Affirmations non définies, § 3 du document Gemini] Le document de Gemini reprend la mention “matrices  $2 \times 2$ ” et ajoute des phrases comme : “*Le réseau des nombres composés forme un sous-réseau de vecteurs colinéaires dans le plan discret  $\mathbb{Z}^2$* ” et “*Trouver un décomposant de Goldbach revient à trouver un point entier  $x$  qui se situe dans l’intersection des complémentaires de ces réseaux de divisibilité.*” Aucun de ces deux énoncés n’est défini précisément (qu’est-ce qu’un “réseau de vecteurs colinéaires” ici? quelle est l’application  $x \mapsto$  point de  $\mathbb{Z}^2$ ? quels sont exactement ces “réseaux de divisibilité” et en quel sens  $x$  est-il dans leur “intersection des complémentaires”?), aucun calcul n’est fait avec ce vocabulaire, et il n’est ensuite jamais réutilisé dans le reste du document. C’est un habillage verbal, pas une construction géométrique : la note d’origine, plus modeste dans ses mots, va en réalité plus loin dans le formalisme effectif (produits matriciels vérifiés) que ce paragraphe.

## 4. La faille décisive : le programme de § 5 ne valide pas ce que le texte annonce

[Divorce entre le texte et le code, § 4–5] Le § 4 affirme : “*Le programme en annexe simule exactement cette dynamique [...] Il dresse la liste des trajectoires échouant ou réussissant à atteindre les cibles.*” Or le code Python fourni ne contient ni sauts, ni pas  $b$ , ni itérations  $a$ , ni matrices : la fonction `est_premier` est un test de primalité par division d’essai standard, et `analyser_miroir_goldbach` se contente de boucler sur  $x$  de 3 à  $n/2$  et de tester si  $x$  et  $n - x$  sont premiers au sens usuel. Aucune trajectoire de grenouille, aucun saut, aucune matrice n’apparaît dans le code réellement exécuté. C’est la faille la plus concrète et la plus facilement vérifiable des trois : il suffit de lire le programme pour constater qu’il ne fait rien d’autre que ce que ferait n’importe quel crible de primalité élémentaire. Le terme “*validation*” employé au § 4 est donc trompeur : le programme confirme seulement (correctement, les trois décompositions  $19 + 79$ ,  $31 + 67$ ,  $37 + 61$  sont exactes) que 98 a bien ces décomposants de Goldbach - un fait déjà entièrement établi et vérifié dans la note d’octobre 2024 - mais il ne teste, ni ne peut tester, la dynamique des sauts ou la structure géométrique affine évoquées aux §§ 2–3, puisqu’il ne les implémente pas.

## 5. Conclusion

Le document de Gemini n’introduit aucun résultat, aucune définition opératoire, et aucune vérification numérique qui ne soient déjà présents, sous une forme plus rigoureuse, dans la note d’octobre 2024 de Denise Vella-Chemla :

- l’équivalence du § 2.1 est la même tautologie que dans l’original, non signalée comme telle ;
- le vocabulaire de “géométrie affine” et de “réseaux de vecteurs colinéaires” du § 3 n’est ni défini ni utilisé - c’est un habillage, pas une extension ;
- le programme censé “valider” la dynamique des sauts n’implémente en réalité qu’un test de primalité par division d’essai, sans lien avec les sauts, les matrices, ou la géométrie décrits dans le même document.

La question structurelle que Denise Vella-Chemla posait déjà en 2024 - garantir l’existence d’un décomposant sans se contenter de la vérifier après coup sur un exemple - reste entièrement ouverte à l’issue de ce document.