Analyse critique de la "preuve" de l'ia mistral de l'équivalence entre la conjecture de Goldbach et l'absence de lignes sans `a` dans le treillis des 16 règles
Denise Vella-Chemla pilotant l'ia claude, juillet 2026

Remarque : ce document est une analyse critique, pas une preuve mathématique nouvelle. Il examine le document *"Preuve de l'équivalence entre la conjecture de Goldbach et l'absence de lignes sans* `a` *dans le treillis des 16 règles"*, produit par l'ia mistral pilotée par Denise Vella-Chemla (juillet 2026), et identifie les endroits où cette "preuve" est très vraisemblablement en défaut.

Aucune ligne de ce document ne doit être attribuée à Denise Vella-Chemla : il s'agit d'une lecture critique externe.

1. Résumé de l'analyse

Le document de Mistral prétend établir un résultat équivalent à la conjecture de Goldbach, ce qui est en soi un signal d'alarme fort : la conjecture est ouverte depuis 1742 et n'a été ni démontrée ni réfutée par des moyens élémentaires. Une preuve de trois pages utilisant un système de réécriture combinatoire ne peut, presque par construction, être correcte si elle n'a pas été soumise à une vérification numérique exhaustive de chacune de ses affirmations structurelles. L'examen du texte révèle plusieurs failles, de gravité croissante :

- une incohérence non résolue dans la définition même de la règle de départ (§ 4.1) ;
- une propriété de clôture cruciale (§ 5.1, étape 3) qui est *affirmée* sans être démontrée, et qui est presque certainement fausse en toute généralité ;
- une erreur de logique dans la structure même de la descente infinie, qui est la faille la plus grave et la plus difficile à repérer à première lecture.

Cette dernière faille suffit à elle seule à invalider le Théorème 6, et donc le Corollaire 7.

2. Le Théorème 1 (§ 3.1) est une tautologie, pas un résultat

Le théorème 1 de la preuve de l'ia mistral affirme que la conjecture de Goldbach est vraie si et seulement si toute ligne du treillis contient un `a`. Sa "démonstration" consiste à dire : si $n-p$ et p sont premiers, cela *"est codé par* `a`*"*, donc la ligne contient un `a` ; et réciproquement.

Remarque : ceci n'est pas un théorème mathématique reliant deux objets *a priori* distincts : c'est une reformulation du problème dans un autre vocabulaire, où `a` est *défini* comme le symbole codant l'existence d'une décomposition de Goldbach. Le contenu mathématique du document, s'il y en a un, doit donc résider entièrement dans le Théorème 6 ("toute ligne contient un `a`"), qui est censé être prouvé de façon autonome, sans supposer Goldbach. C'est là qu'il faut chercher la faille, et c'est là qu'elle se trouve.

3. Faille n° 1 : la règle de la première lettre est incohérente, et l'incohérence est maquillée plutôt que résolue

Faille n° 1 [Incohérence de définition, § 4.1] Le texte énonce la règle :

$$m_1' = \begin{cases} \mathtt{a} & \text{si } n-1 \text{ est premier} \\ \mathtt{c} & \text{sinon} \end{cases}$$

puis donne immédiatement un contre-exemple à sa propre règle : pour $n = 10$, $n - 1 = 9$ est composé, donc la règle prédit c, mais "l'annexe 1 montre a". Le texte tranche alors ainsi : *"On utilise l'annexe 1 comme référence (plus récente)."*

C'est une pétition de principe déguisée en note méthodologique. Une définition qui se contredit sur son tout premier exemple d'application n'est pas une définition : c'est un problème non résolu. Choisir arbitrairement de faire confiance à l'exemple plutôt qu'à la règle générale - sans jamais corriger la règle, ni expliquer *pourquoi* elle est fausse pour $n = 10$ - signifie que la valeur de m_1' pour une ligne donnée est en réalité *sous-déterminée* par le document lui-même. Tout raisonnement ultérieur qui repose sur la valeur de la première lettre (et la descente infinie du § 5.1 en dépend directement, étape 4) hérite de cette indétermination.

4. Faille n° 2 : la clôture de $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ et $\{\mathtt{c}, \mathtt{d}\}$ n'est pas démontrée et est très probablement fausse

Faille n° 2 [Affirmation non prouvée, § 5.1, étape 3] Le texte affirme sans démonstration :

- si $X \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, alors $f(X, Y) \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ pour tout Y ;
- si $X \in \{\mathtt{c}, \mathtt{d}\}$, alors $f(X, Y) \in \{\mathtt{c}, \mathtt{d}\}$ pour tout Y.

Autrement dit, la classe de sortie ne dépendrait que du *premier* argument de f, jamais du second. C'est l'affirmation la plus lourde de conséquences de tout le document, et c'est précisément celle qui n'est étayée par aucune référence à la table des 16 règles elle-même. Or :

- Si cette clôture était vraie, la table des 16 règles serait en réalité un "bloc rectangulaire" dégénéré où l'information circule dans un seul sens (de $j - 1$ vers j, colonne après colonne, ligne après ligne) sans jamais que la seconde composante Y n'influence la classe $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ vs $\{\mathtt{c}, \mathtt{d}\}$ du résultat. Cela réduirait la dynamique entière du treillis à un automate cellulaire à un seul bit d'état par colonne, propagé verticalement - ce qui semble contredire le fait même que la table comporte 16 règles distinctes plutôt que 4 (2 classes en entrée $\times$ 2 classes en sortie).
- Le travail antérieur sur ce même système de 16 règles a établi qu'il forme une *bande rectangulaire*[1] en un sens algébrique précis (idempotence, $xyx = x$), mais rien dans cette structure ne garantit *a priori* que la partition $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}/\{\mathtt{c}, \mathtt{d}\}$ corresponde exactement aux coordonnées gauche/droite de ce bloc. C'est une coïncidence possible, mais elle doit être vérifiée règle par règle sur les 16 règles effectives, pas supposée.

1. Voir https://ncatlab.org/nlab/show/rectangular+band.

Remarque : tant que cette clôture n'est pas vérifiée explicitement sur la table des 16 règles (donnée dans le document `transposition.pdf` https://denisevellachemla.eu/transposition.pdf , réf. [2]), l'étape 3 doit être considérée comme une hypothèse gratuite, pas comme un fait établi. Une vérification numérique directe - appliquer les 16 règles à toutes les paires (X, Y) et vérifier si la classe de $f(X, Y)$ dépend seulement de X - permettrait de trancher en quelques minutes. Le fait que cette vérification élémentaire soit absente du document, alors qu'elle est immédiate à faire, est en soi suspect.

5. Faille n° 3 (la plus grave) : la descente infinie ne fonctionne que dans un sens

C'est la faille structurellement décisive, et la plus facile à manquer en lecture rapide car elle se cache dans le mot *"descente"* lui-même.

Faille n° 3 [Confusion de direction, § 5.1, étapes 3 à 7] Les étapes 2 à 6 du Théorème 6 établissent, au mieux (modulo les failles n° 1 et n° 2 ci-dessus), une implication dans un seul sens :

$$L_n \subseteq \{c, d\} \implies L_{n+2} \subseteq \{\mathtt{c}, \mathtt{d}\}.$$

C'est-à-dire : *si* une ligne ne contient que `c` et `d`, *alors* la ligne suivante $(n+2)$ aussi. C'est une propagation **vers le haut** (des petits n vers les grands n).

Or l'étape 7 ("Descente infinie") affirme sans justification : *"Si n est un contre-exemple minimal, alors $n-2$ est aussi un contre-exemple (car L_{n-2} ne contiendrait que $\{\mathtt{c}, \mathtt{d}\}$)."* C'est l'implication **inverse** :

$$L_n \subseteq \{\mathtt{c}, \mathtt{d}\} \implies L_{n-2} \subseteq \{\mathtt{c}, \mathtt{d}\},$$

qui n'a jamais été démontrée. Rien dans les étapes 2 à 6 ne permet de *remonter* de n vers $n-2$: la fonction f n'est en général pas inversible (deux couples (X, Y) différents peuvent produire la même image), donc le fait que L_{n+2} soit dans $\{c, d\}$ ne permet absolument pas de conclure que L_n y était aussi.

Remarque : c'est une erreur classique de raisonnement par descente infinie : le principe de descente exige de construire, à partir d'un contre-exemple, un contre-exemple *strictement plus petit*, pour aboutir à une contradiction avec un cas de base fini vérifiable. Ici, ce que la preuve établit réellement (propagation vers les n croissants) est exactement la direction *inutile* pour une descente : elle montre tout au plus que, s'il existe un contre-exemple, il en existe une infinité de plus grands que lui - ce qui ne contredit rien et ne prouve rien. La phrase de l'étape 7 substitue silencieusement la direction utile (vers $n-2$) sans jamais l'avoir établie. C'est un *non sequitur*, pas une conséquence des étapes précédentes.

Corollaire 1. *Le Théorème 6 n'est pas démontré : l'argument, même en admettant les failles n° 1 et n° 2, ne permet pas d'exclure l'existence d'une ligne sans* `a`. *Le Corollaire 7 ("la conjecture de Goldbach est vraie") s'effondre avec lui.*

6. Remarque additionnelle : la Proposition 4 également non vérifiée

Par souci d'exhaustivité, on note que la Proposition 4 (§ 4.2) - répartition des 16 règles en deux groupes de 8 selon qu'elles préservent $N_b + N_d$ ou $N_a + N_c$ - est elle aussi affirmée sans démonstration ni renvoi à un calcul sur la table effective des règles. Elle n'est pas utilisée de façon décisive dans l'argument du Théorème 6, mais elle participe du même schéma général du document : des affirmations structurelles plausibles-sonnantes, présentées comme acquises, jamais vérifiées ligne par ligne sur les 16 règles réelles.

7. Conclusion

Le document contient, en plus de la tautologie du Théorème 1 (attendue et sans gravité en soi), trois défauts qui s'additionnent :

1. une définition de base auto-contradictoire, non résolue mais contournée (§ 4.1) ;
2. une hypothèse de clôture structurelle non vérifiée et probablement fausse (§ 5.1, étape 3) ;
3. une confusion de direction dans l'argument de descente infinie, qui invalide à elle seule la conclusion (§ 5.1, étape 7).

La faille n° 3 est la plus instructive : elle montre qu'une preuve peut "avoir l'air" structurée - hypothèse, cas, contradiction, conclusion - tout en insérant, au moment précis où la difficulté réelle du problème se manifesterait, une implication qui n'a jamais été établie. C'est exactement le type de lacune que la vérification numérique systématique (appliquer les 16 règles à des exemples concrets, construire plusieurs lignes du treillis et vérifier chaque affirmation dessus) aurait révélée immédiatement.