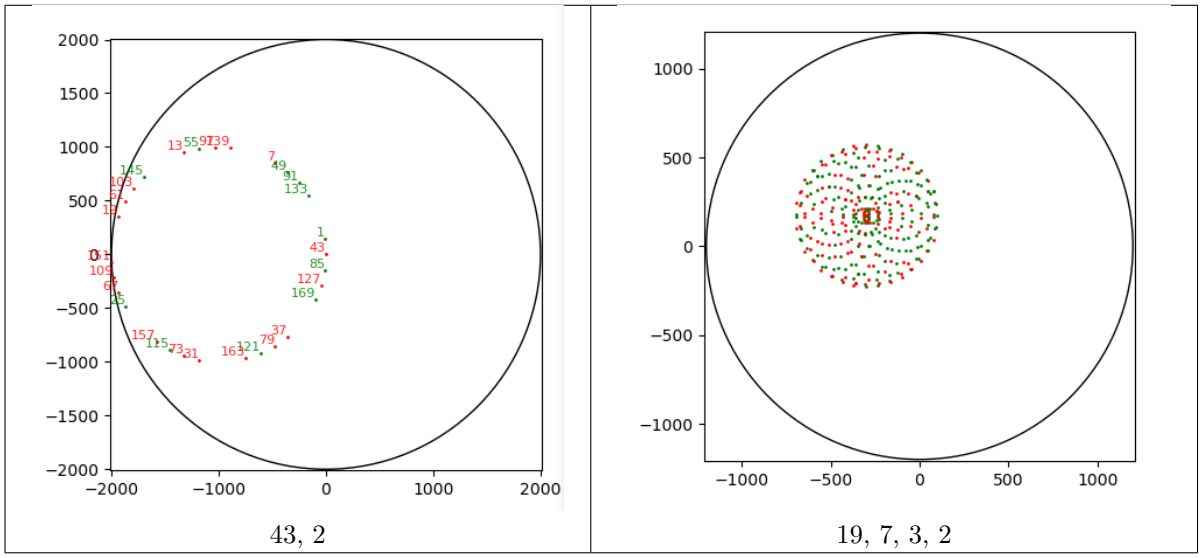
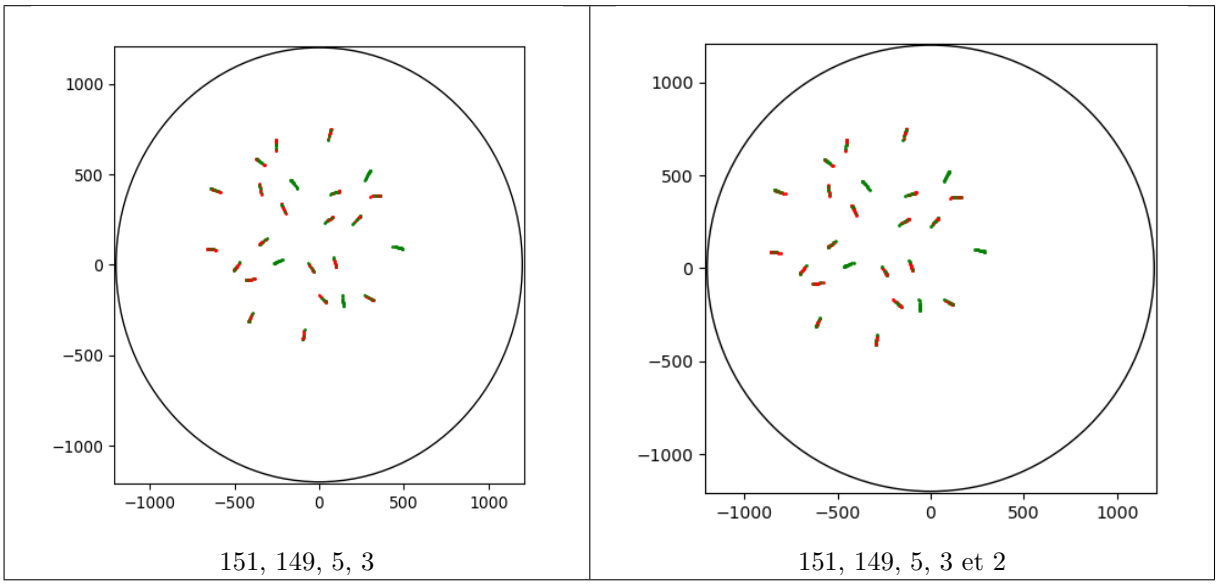
D'autres visualisations issues de rotations sur le disque unité (Denise Vella-Chemla, 31.8.2020)

On fournit d'autres visualisations faisant suite à la note "aligner les premiers" consultable ici : http://denisevellachemla.eu/aligner-les-premiers.pdf.



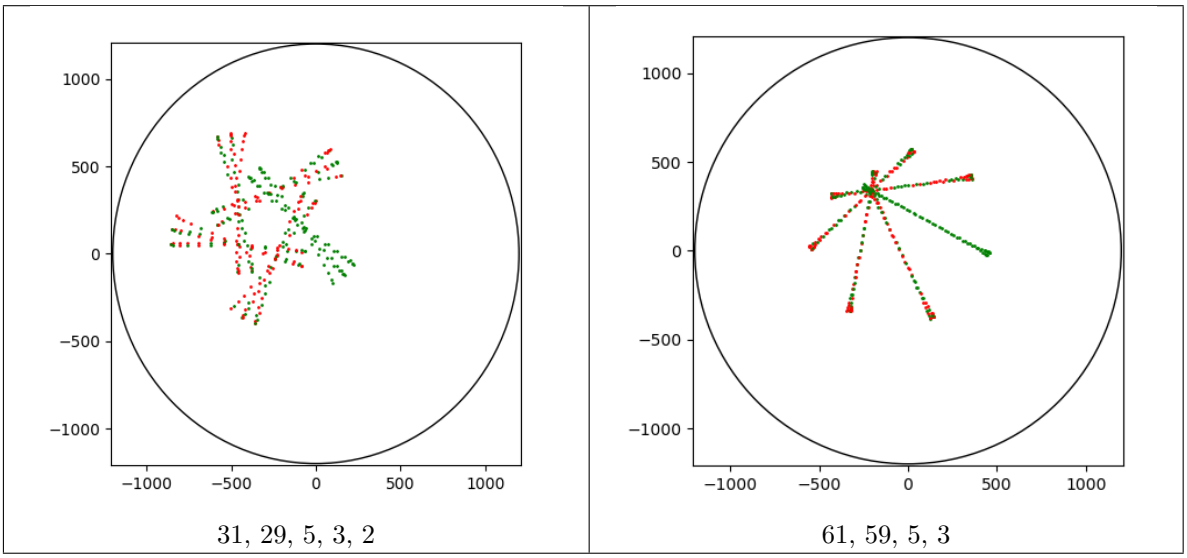
43, 2 | 19, 7, 3, 2

Sur le dessin de gauche n'utilisant que des rotations dans $\mathbb{Z}/43\mathbb{Z}$ et dans $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$, on peut voir que deux points symétriques l'un de l'autre par rapport à l'axe des abscisses (l'un en haut, l'autre en bas), ont systématiquement pour somme le produit 86=43.2 (ou l'un de ces multiples lorsque les nombres envisagés augmentent).



151, 149, 5, 3 | 151, 149, 5, 3 et 2

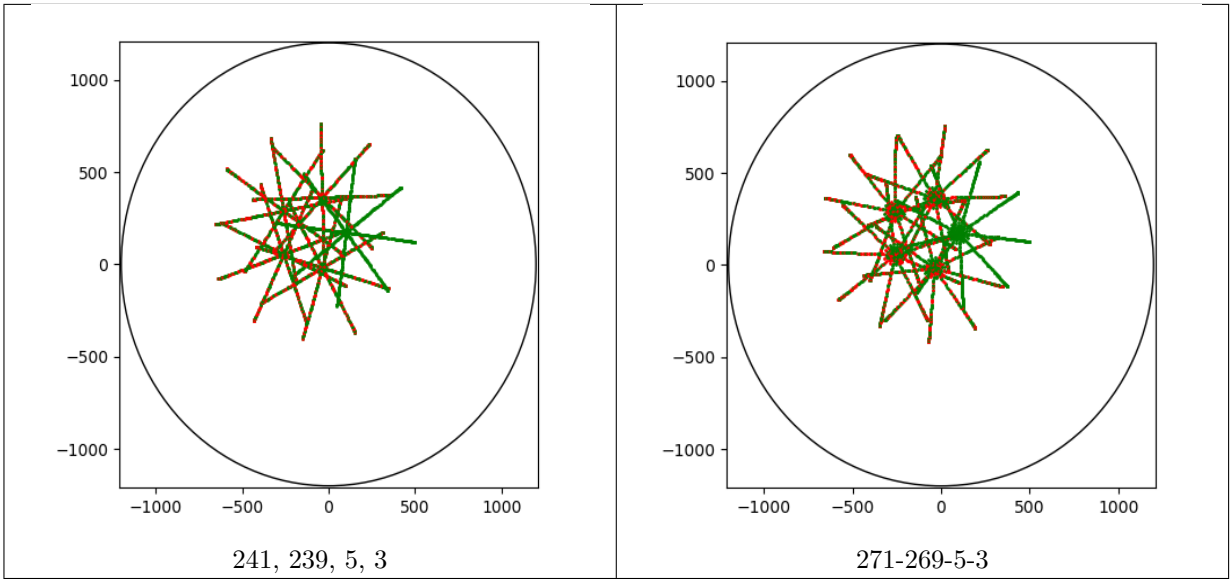
Ces deux dessins montrent bien une structure décomposée en 4 (compris entre 3 et 5). Le fait de considérer également le nombre premier 2 ou pas ne fait que translater le dessin global.



31, 29, 5, 3, 2

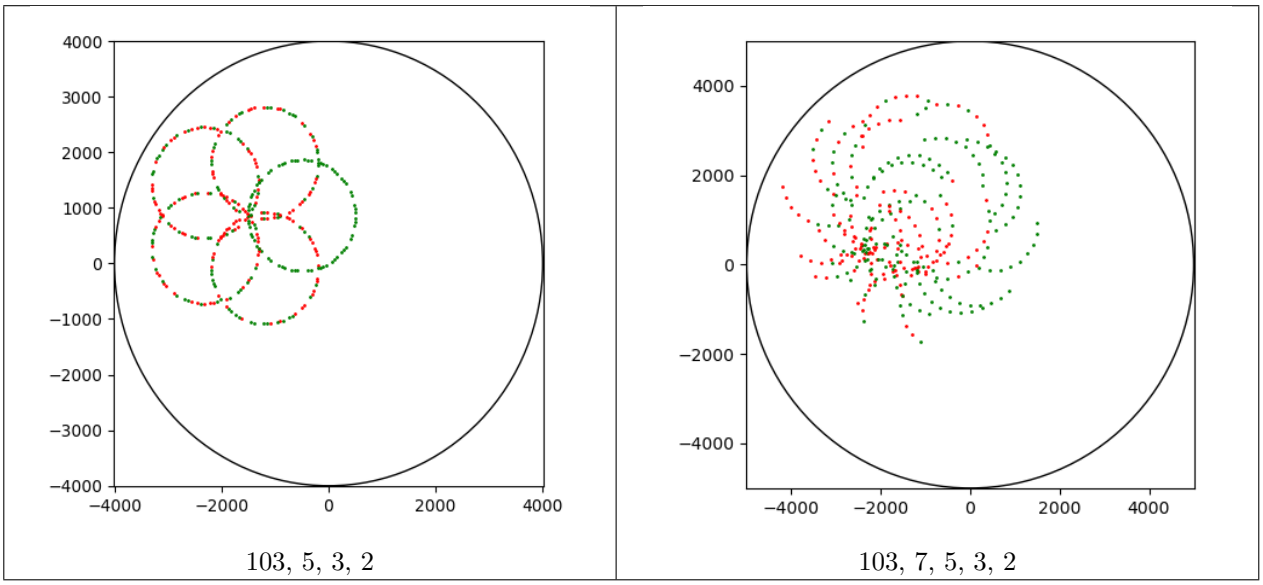
61, 59, 5, 3

Sur les quatre dessins (2 ci-dessus et 2 ci-après), on distingue clairement les parties toutes vertes (sans aucun nombre premier). De façon générale, la divisibilité correspondant au fait d'avoir un reste nul fait que les concentrations de nombres composés sont dans la partie du dessin la plus à droite.



241, 239, 5, 3

271-269-5-3

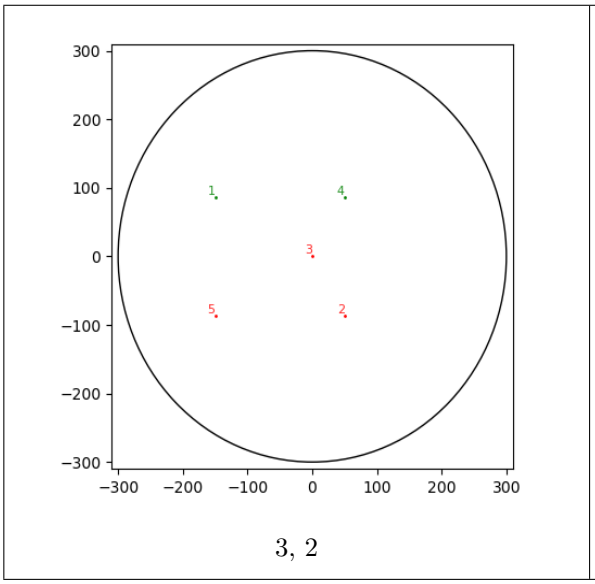


103, 5, 3, 2

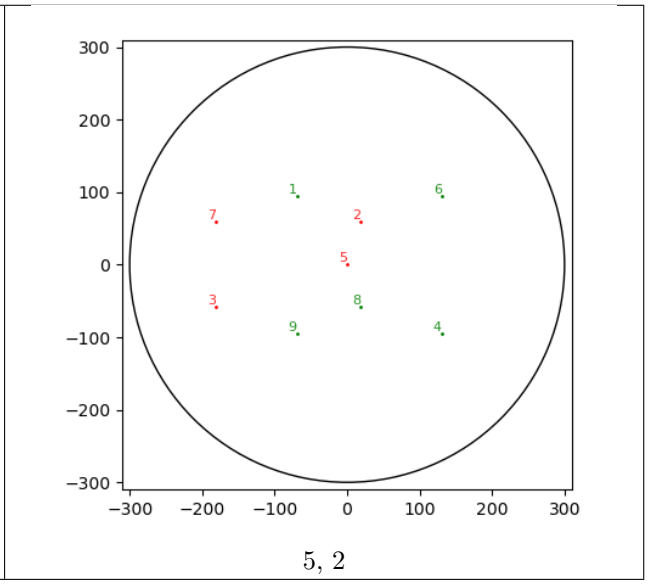
103, 7, 5, 3, 2

Le fait de ne considérer, sur le dessin de gauche, que les nombres premiers 5, 3 et 2, fait apparaître très clairement une structure à 5 cercles ; le dessin de droite montre qu'il suffit de considérer également, en plus des nombres premiers 2, 3 et 5, le nombre premier 7 (en considérant à peine les rotations dans les corps de 5 nombres premiers seulement en tout) pour que toute la structure disparaisse et que le dessin se complexifie complètement.

Voyons maintenant ce que donne les rotations composées d'un seul premier (compris entre $p = 3$ et $p = 23$ [1]) et de 2 :

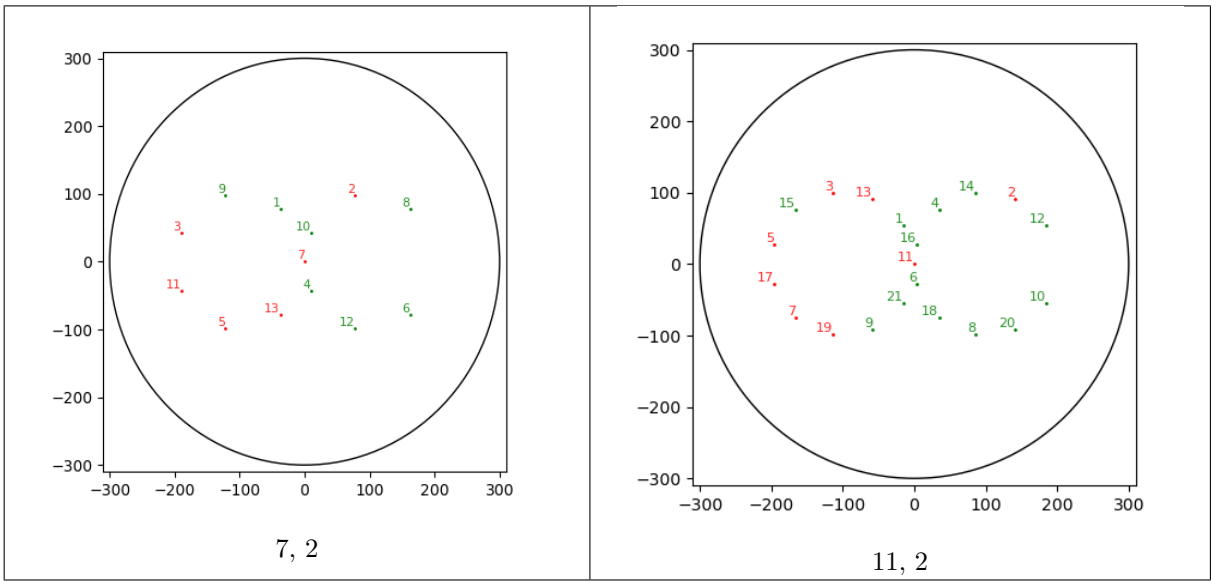


3, 2



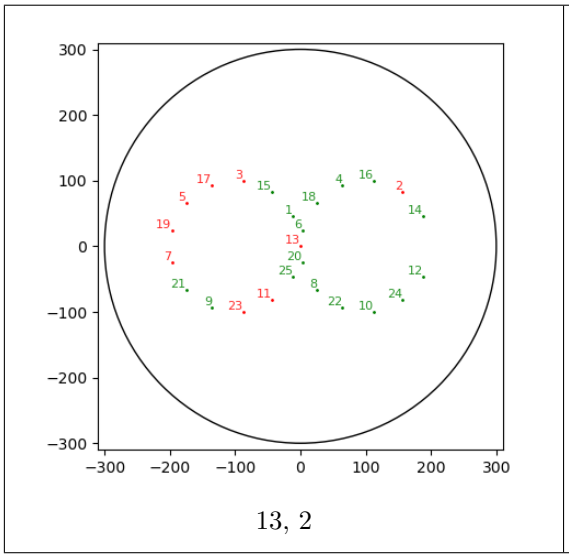
5, 2

1. parce que l'infini, c'est trop loin.

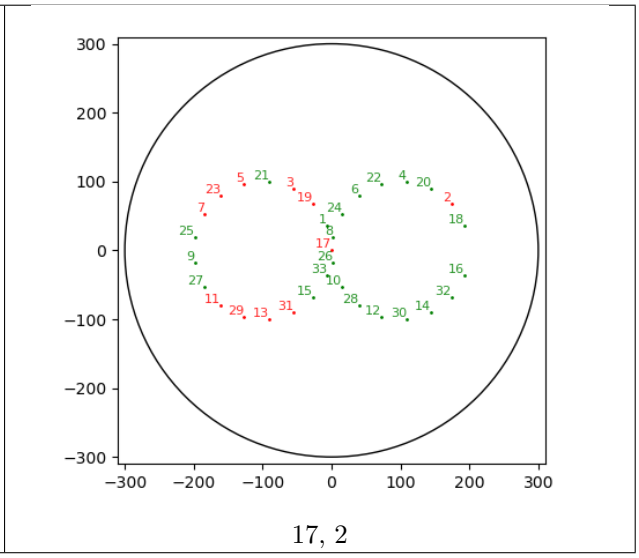


7, 2

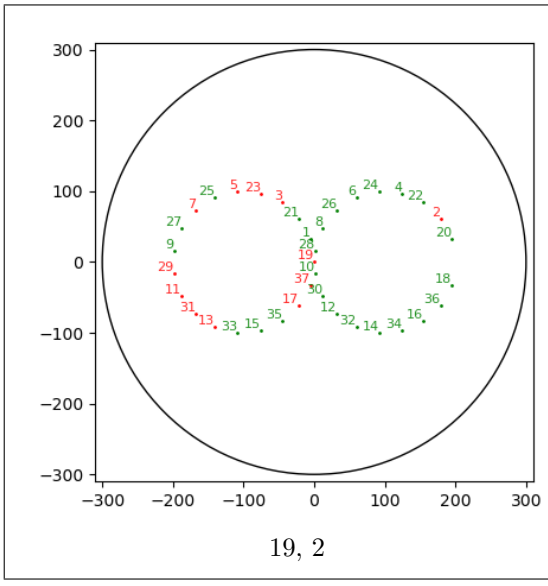
11, 2



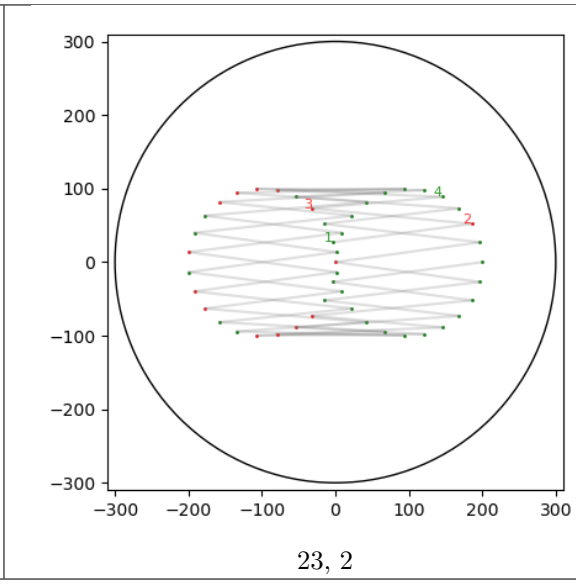
13, 2



17, 2



19, 2



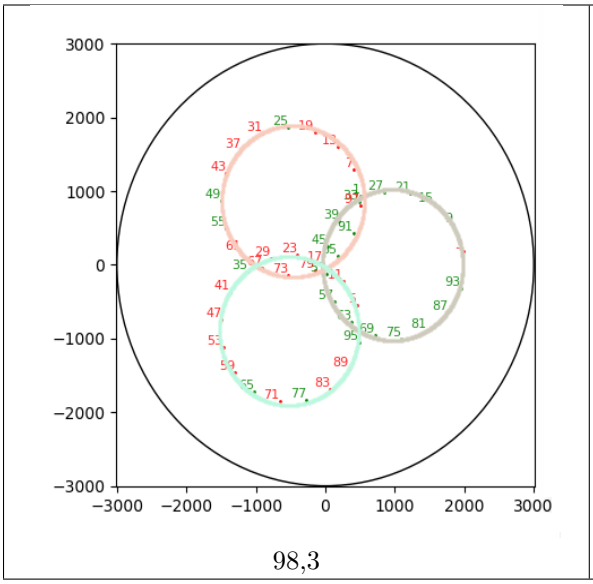
23, 2

Les rotations séparent les pairs (cercle de droite) des impairs (cercle de gauche) et symétrisent autour de l'axe des abscisses les nombres complémentaire à $2p$ puisqu'ils ont même reste modulo 2 et ont des restes opposés modulo p. Ce qui est sympathique et étonnant, c'est qu'il semblerait qu'on puisse effectuer les additions selon d'autres directions que la direction verticale et obtenir des multiples. Prenons l'avant dernière sorte de lemniscate pour $p = 19$ en bas à gauche. Dans le cercle de gauche, choisissons d'additionner 11 et

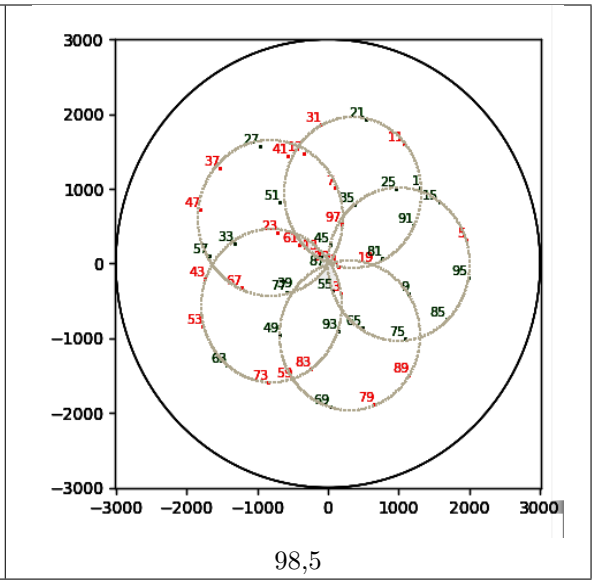
31 au sud-ouest, les doublons successifs sont alors 29+13=9+33=27+15=7+35, etc., tous égaux à 42. Le fait d'avoir représenté les nombres sur des cercles plutôt que par exemple, comme Gauss enfant, pour additionner les 50 premiers nombres, i.e. en quinconce, nous fait appréhender des connaissances nouvelles associées à la forme choisie de la représentation.

Revenons au cas qui nous guide dans nos recherches autour de la conjecture de Goldbach : le nombre pair 98 et ses 3 décomposants de Goldbach 19, 31 et 37, tous ayant un reste différent de celui de 98 lorsqu'on les divise par les nombres premiers impairs inférieurs à la racine carré de 98 que sont 3, 5 et 7.

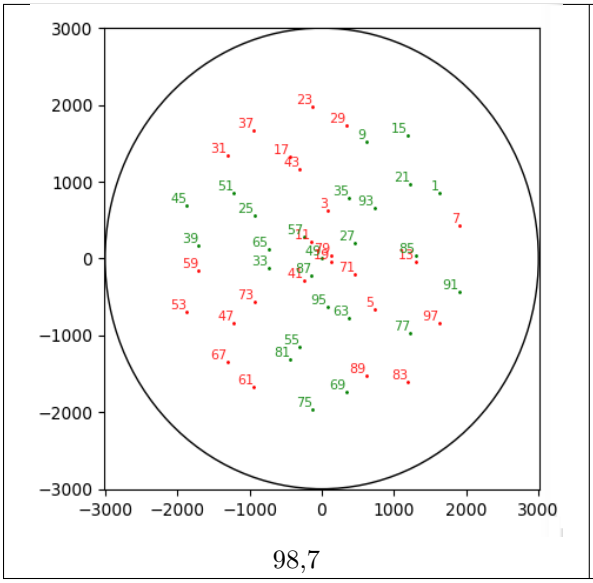
Utiliser les rotations selon $n = 98$ et l'un seulement des 3 nombres premiers 3, 5 ou 7 fournit des visualisations très compréhensibles. On a matérialisé sur le premier dessin les cercles contenant les $6x + 1$, $6x + 3$ et $6x + 5$ ou bien sur le deuxième dessin, les $10x + k$ mais on n'a pas noté les cercles correspondant aux $14x + k'$ sur le troisième dessin. Dès qu'on passe à deux nombres premiers plutôt qu'un, les visualisations sont beaucoup plus embrouillées. On montre également sur les autres dessins les "chemins" qui font passer d'un nombre au suivant, ce qui fait bien appréhender la dynamique associée aux rotations.



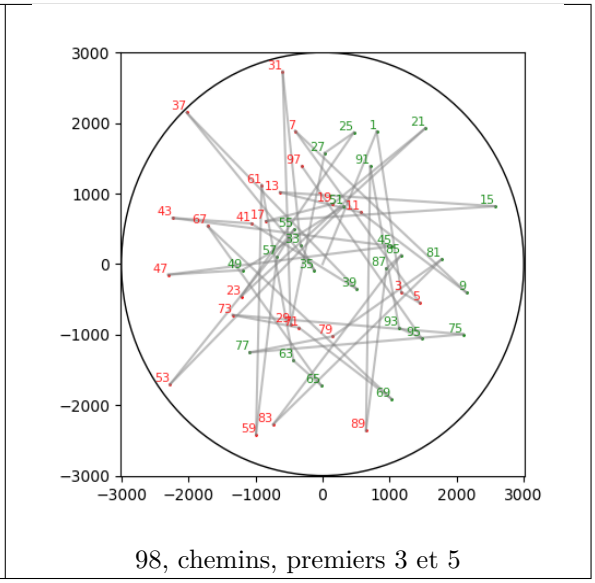
98,3



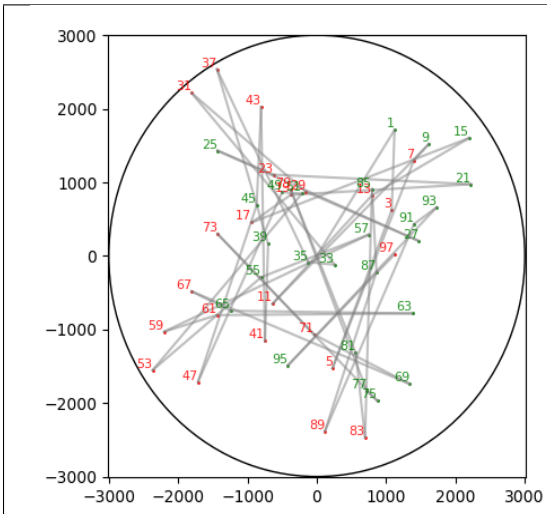
98,5



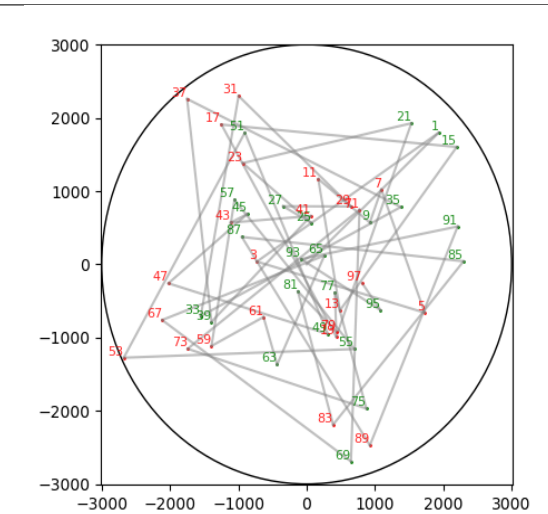
98,7



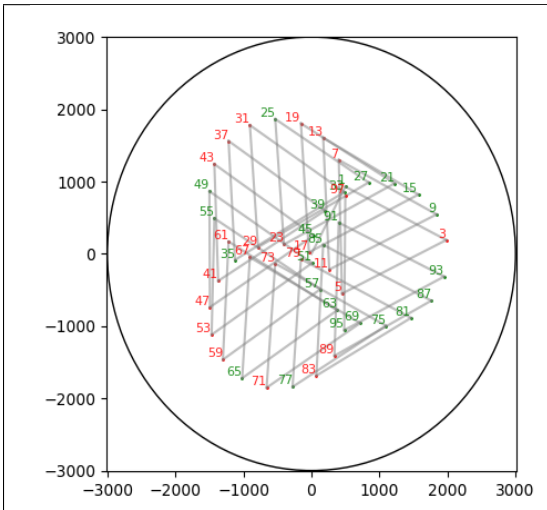
98, chemins, premiers 3 et 5



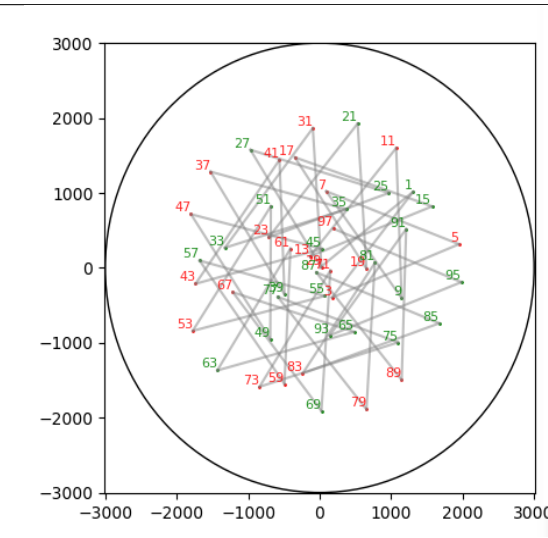
98, chemins, premiers 3 et 7



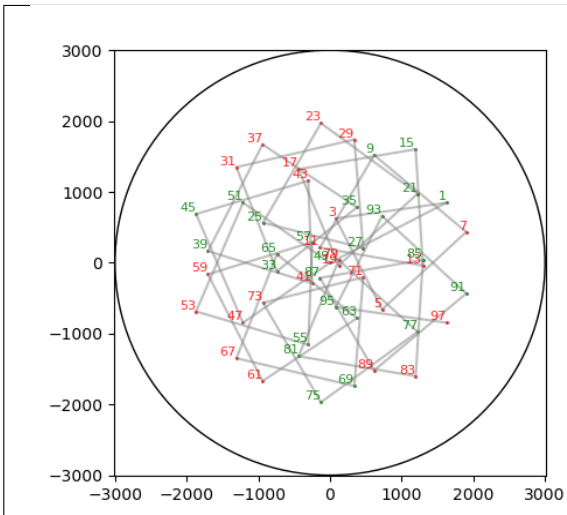
98, chemins, premiers 5 et 7



98, chemins, seul premier 3



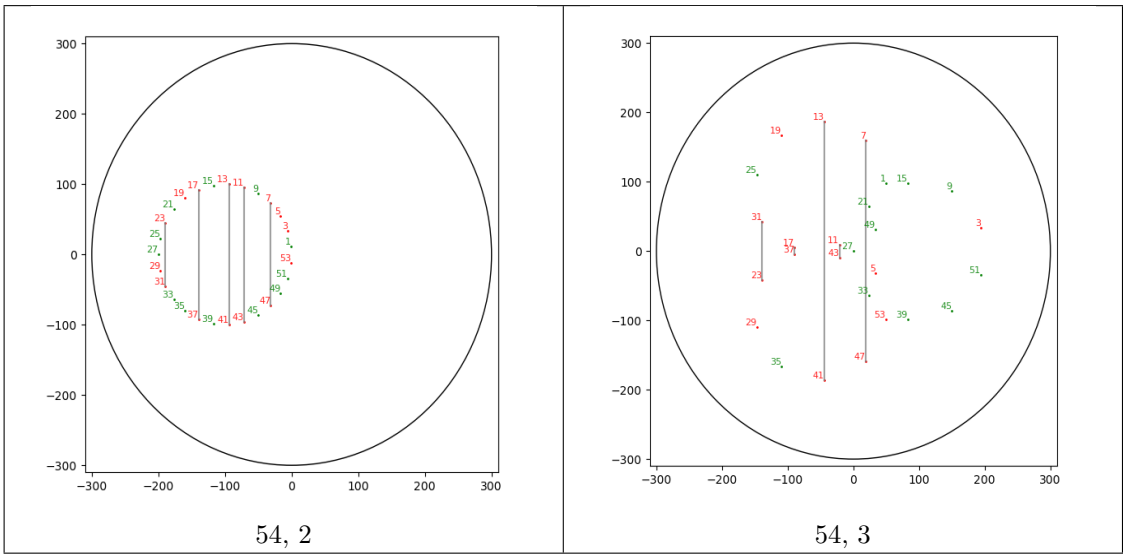
98, chemins, seul premier 5



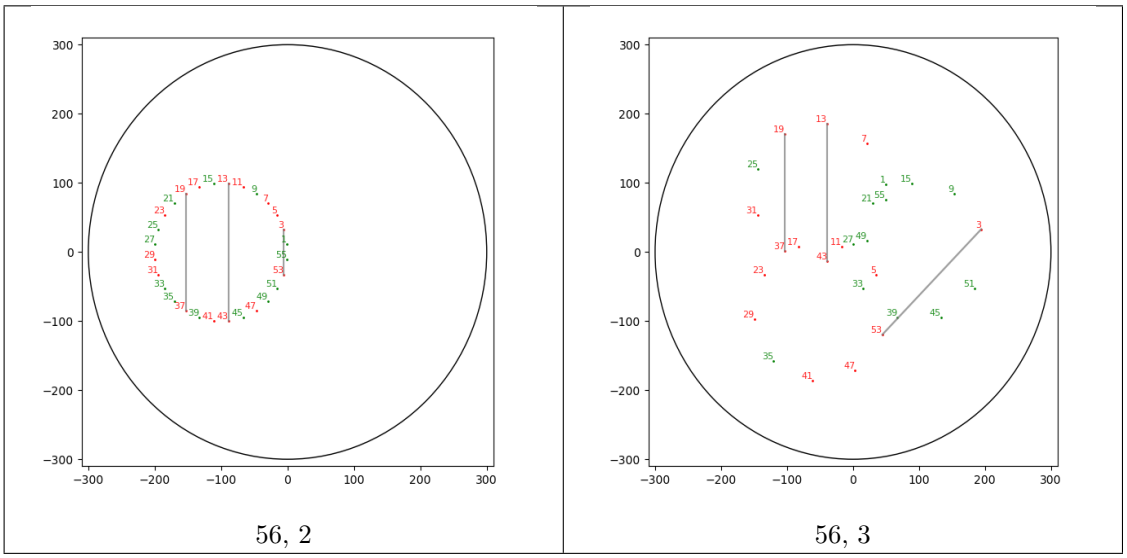
98, chemins, seul premier 7

Mercredi 2 septembre 2020

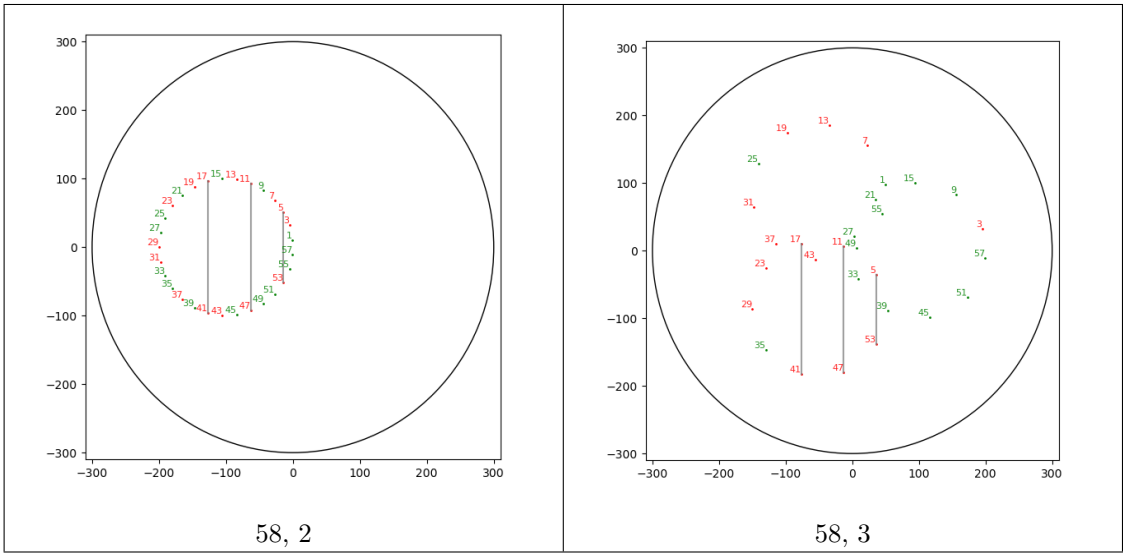
On peut observer la manière dont le passage de la combinaison avec une rotation modulo 2 (qui ne fait que séparer les pairs des impairs) à une rotation de $e^{\frac{2i\pi}{3}}$ (équivalente à l'addition dans $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$) fait "bouger" les décompositions de Goldbach, matérialisées par des traits gris entre décomposants.



54, 2 | 54, 3

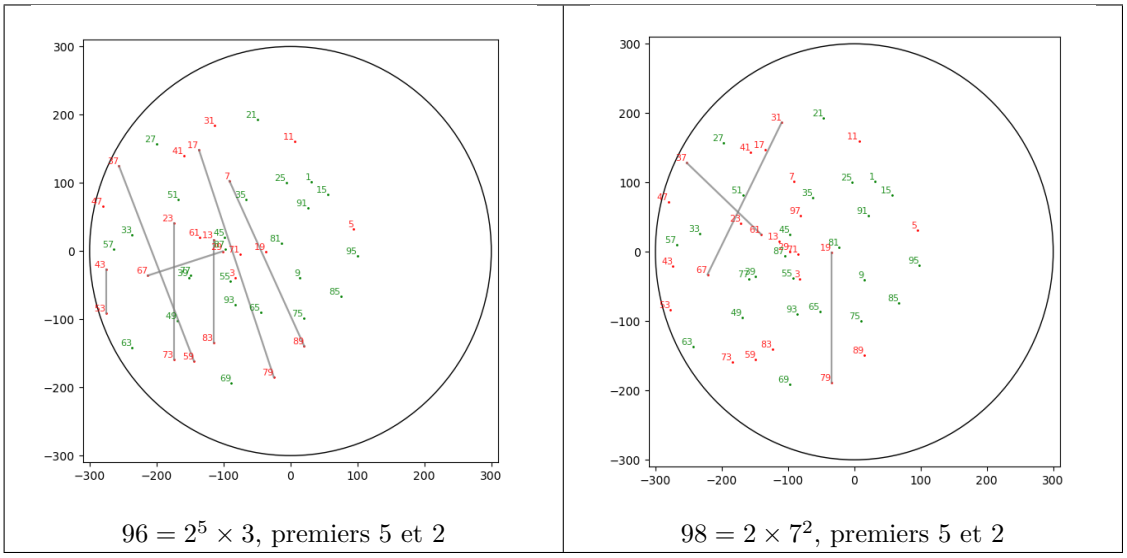


56, 2 | 56, 3



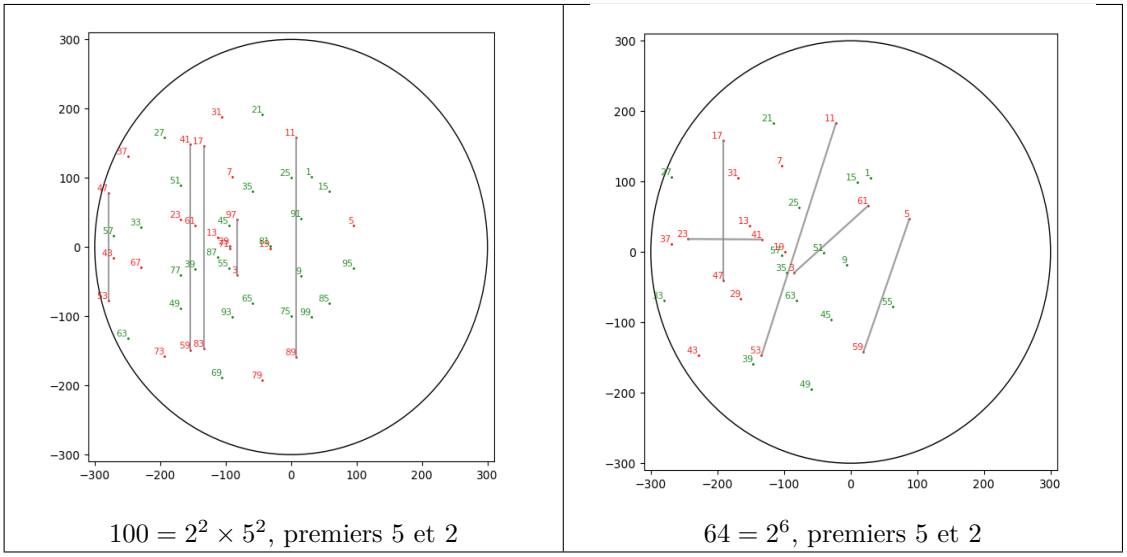
58, 2 | 58, 3

Cela fait comprendre l'effet qu'aura le fait de ne garder que des diviseurs de n, les décompositions de Goldbach seront alors toutes "parallèles".



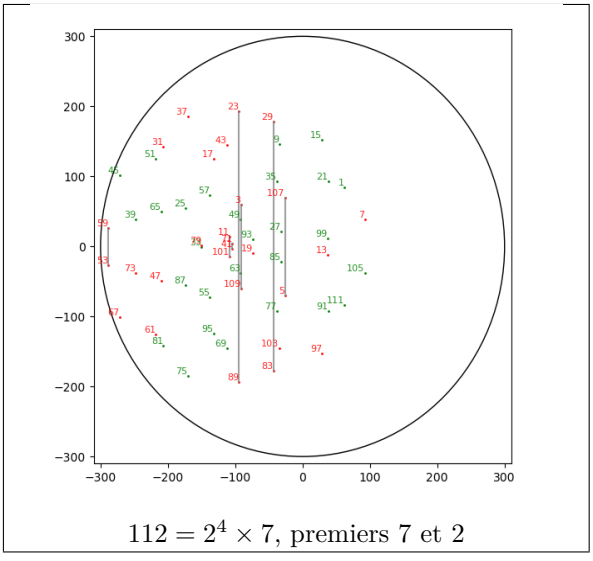
$96 = 2^5 \times 3$, premiers 5 et 2

$98 = 2 \times 7^2$, premiers 5 et 2



$100 = 2^2 \times 5^2$, premiers 5 et 2

$64 = 2^6$, premiers 5 et 2



$112 = 2^4 \times 7$, premiers 7 et 2