

- ▶ Voici une dernière façon de considérer le problème de la conjecture de Goldbach.
- ▶ On cherche les décomposants de  $2a$ , un nombre pair.
- ▶ On va associer à  $2a$  un ensemble de nombres  $E_{2a}$  initialement vide.
- ▶ On calcule  $m$ , le nombre de nombres impairs supérieurs ou égaux à 3 et inférieurs ou égaux à  $a$ .  $m = \lfloor \frac{a-1}{2} \rfloor$ .
- ▶ Pour  $i$  allant de 1 à  $m$ , on calcule les restes modulaires de  $2a$  pour les modules de la forme  $8i + 4$  (ou leur complémentaire à  $8i + 4$  si  $2a < 8i + 4$  ; nb :  $i > 0$ )
- ▶ Si  $2a \equiv 0 \pmod{8i + 4}$ , on ajoute le singleton  $\{i + 1\}$  à l'ensemble  $E_{2a}$  ;
- ▶ sinon si  $2a \equiv 4i + 2 \pmod{8i + 4}$ , on ajoute le singleton  $\{1\}$  à l'ensemble  $E_{2a}$  ;
- ▶ sinon pour  $j$  allant de 0 à  $4i + 2$  de 2 en 2,
  - ▶ on ajoute à l'ensemble  $E_{2a}$  le singleton  $\{i - \frac{j}{4} + 1\}$
  - ▶ si  $a$  est pair, on ajoute à l'ensemble  $E_{2a}$  le singleton  $\{i + \frac{j}{4} + 1\}$  si son élément est inférieur ou égal à  $m$  ;
  - ▶ sinon ( $a$  est impair), on ajoute à l'ensemble  $E_{2a}$  le singleton  $\{i + \frac{j}{4} + 2\}$  si son élément est inférieur ou égal à  $m$  ;
- ▶ lorsque  $i$  est inférieur strictement à  $m$ , on ajoute également à l'ensemble de nombres toutes les sommes inférieures à  $m$  des nombres déjà ajoutés et d'un multiple de  $i$  (c'est la "complétion des mots").
- ▶ L'ensemble  $E_{2a}$  contient une seule occurrence de certains nombres, et plusieurs occurrences d'autres nombres.
- ▶ A chaque nombre n'apparaissant qu'en une seule occurrence peut être associé un décomposant de Goldbach de  $2a$ .

- ▶ Traitement du cas  $2a = 28$  :
- ▶ Calcul des restes modulaires ou de leur complémentaire :  
 $28 \equiv 4 \pmod{12}$ ,  $28 \equiv 8 \pmod{20}$ ,  $28 \equiv 0 \pmod{28}$ ,  $28 \equiv 8 \pmod{36}$ ,  $28 \equiv 16 \pmod{44}$ ,  $28 \equiv 24 \pmod{52}$ .
- ▶ Ajout des nombres à l'ensemble  $E_{28}$  :
- ▶ *remarque : la division est une division entière (on prend la partie entière du résultat).*
- ▶  $1 - \frac{4}{4} + 1 = 1$ ,  $1 + \frac{4}{4} + 1 = 3$ , ajoutons 1 et 3 à l'ensemble,
- ▶  $2 - \frac{8}{4} + 1 = 1$ ,  $2 + \frac{8}{4} + 1 = 5$ , ajoutons 1 et 5 à l'ensemble,
- ▶  $i = 3$ ,  $28 \equiv 0 \pmod{28}$ , ajoutons 4 à l'ensemble,
- ▶  $4 - \frac{8}{4} + 1 = 3$ ,  $4 + \frac{8}{4} + 1 = 7$ , ajoutons 3 à l'ensemble (7 est strictement supérieur à 6),
- ▶  $5 - \frac{16}{4} + 1 = 2$ ,  $5 + \frac{16}{4} + 1 = 10$ , ajoutons 2 à l'ensemble (10 est strictement supérieur à 6),
- ▶  $6 - \frac{24}{4} + 1 = 1$ ,  $6 + \frac{24}{4} + 1 = 13$ , ajoutons 1 à l'ensemble (13 est strictement supérieur à 6),
- ▶ Complétion des lignes quand les mots sont trop courts
- ▶  $1 + 3 = 4$ ,  $3 + 3 = 6$ , ajoutons 4 et 6 à l'ensemble,
- ▶  $1 + 5 = 6$ , ajoutons 6 à l'ensemble.
- ▶ L'ensemble associé à 28,  $E_{28}$ , est, après exécution de l'algorithme, égal à  $\{1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6, 6\}$ .
- ▶ Seuls 2 et 5 apparaissent sous forme d'une occurrence unique dans cet ensemble. A 2 correspond le décomposant de Goldbach 11 et à 5 correspond le décomposant de Goldbach 5 pour le nombre pair 28.

- ▶ Je ne sais pas démontrer pourquoi il est obligatoire que l'un des nombres de l'ensemble apparaisse sous une unique occurrence...