Revenir à une note de janvier 2019 qui proposait une modélisation des nombres premiers utilisant le paradigme quantique [1], Denise Vella-Chemla pilotant claude, juillet 2026.

1. Résumé

Ce document ne propose pas une nouvelle méthode de résolution de la conjecture de Goldbach. Il fait quelque chose de plus modeste et, on l'espère, de plus utile : il identifie précisément le problème posé dans [1] à un objet déjà étudié en théorie des nombres - une variante de la fonction de Jacobsthal - et rapporte ce que la littérature dit rigoureusement des limites de ce type de construction. Aucun formalisme quantique n'est utilisé : il n'apporte rien à ce problème précis, et ce document explique pourquoi.

2. La construction de [1]

On part du nombre 1 et on cherche, par sauts additifs, le plus petit entier x strictement supérieur à un nombre premier donné p_k, qui n'est congru ni à 0 ni à $p_i - 1$ modulo chaque nombre premier p_i d'un ensemble fixé $\{p_1, \ldots, p_k\}$ (par exemple $\{3, 5, 7\}$).

Constat 1. *Ce problème n'est pas propre à Goldbach : c'est un problème général de recherche du plus petit entier échappant simultanément à deux classes de résidus interdites par module premier.*

3. Identification : la fonction de Jacobsthal

La fonction de Jacobsthal $g(n)$ est définie ainsi : c'est le plus petit entier m tel que toute suite de m entiers consécutifs contient un entier premier avec n. Pour $n = P_k$, le produit des k premiers nombres premiers, on note traditionnellement $h(k) = g(P_k)$: c'est la plus grande longueur possible d'une chaîne d'entiers consécutifs dont chacun est divisible par l'un des k premiers nombres premiers.
Le problème de [1] est une variante à *deux* résidus interdits par module (0 et $p_i - 1$) plutôt qu'un seul (0), mais c'est rigoureusement la même famille de question : quelle est la taille de la solution minimale d'un criblage selon de petits modules.

Théorème 2 (Iwaniec, 1978)**.** *On a*

$$h(k) \leq C\,(k \log k)^2$$

pour une constante C non précisée, via une application du grand crible (large sieve). C'est la meilleure borne asymptotique connue à ce jour.

Ce résultat répond exactement à l'intuition que vous formuliez en 2016 et 2019 : *"Il faut respecter les congruences modulaires simultanément selon tous les modules"*. Le grand crible est précisément l'outil rigoureux qui réalise cette opération de criblage simultané selon plusieurs modules - ce n'est pas une métaphore physique, c'est une inégalité (l'inégalité du grand crible de Montgomery-Vaughan) qui borne la variance du comptage des solutions qui vérifient les incongruences selon tous les modules considérés en même temps, au lieu de les traiter en séquence (comme le fait par exemple le programme Perl consultable à cette adresse).

4. La limite infranchissable et démontrée de cette approche

Il est essentiel de savoir, avant d'investir davantage de temps dans cette direction, que la limite n'est pas seulement une limite pratique : Maier et Pomerance ont noté que la fonction de Jacobsthal ne capture qu'un type particulier de grand écart entre nombres premiers - celui provoqué par une chaîne de nombres ayant chacun un *petit* facteur premier. Elle ne dit rien des écarts provoqués par des nombres composés à *grands* facteurs premiers. Le modèle de Cramér suggère que ce second type d'écart est celui qui domine réellement, et échappe par construction à toute méthode fondée sur la fonction de Jacobsthal, aussi raffinée soit-elle.

Constat 3. *Cette limite ne dépend pas du formalisme utilisé pour l'exprimer (classique, probabiliste, ou quantique). C'est une propriété de la structure du problème lui-même (crible par petits modules), pas de l'habillage mathématique qu'on lui donne.*

5. Réponse à une question ouverte de 2019

"Ne pourrait-on être assuré de trouver une solution avec un ou deux pas selon chaque module ?".

C'est essentiellement la question posée par Iwaniec et résolue asymptotiquement par le théorème ci-dessus : le nombre de pas nécessaire croît comme $(k \log k)^2$, pas comme une constante indépendante de k. Pour $k = 3$ (vos trois modules 3, 5, 7) cette borne asymptotique n'est pas encore discriminante, mais elle montre que la croissance n'est pas bornée par un petit nombre fixe de pas par module lorsque k grandit.

6. Conclusion

Le fil que vous avez ouvert en 2019 dans [1] est réel et rattaché à une littérature solide (Jacobsthal, Iwaniec, Kanold, Erdős, Hagedorn, Maier-Pomerance). Ce n'est cependant pas un chemin vers une preuve de Goldbach : c'est un problème cousin, avec sa propre limite démontrée, qui éclaire - de façon rigoureuse plutôt que métaphorique - la nature de la difficulté que vous aviez pressentie. Le vocabulaire quantique n'ajoute rien ici : l'outil qui fait le travail réel de "criblage simultané" que vous cherchiez existe déjà, s'appelle le grand crible, et sa portée est connue et limitée.

Référence

[1] Denise Vella-Chemla, https://denisevellachemla.eu/balade.pdf, janvier 2019.