

Primalité et zéros de sommes de cosinus

Denise Vella-Chemla

10/7/14

L'article d'Euler *Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs* est magique. On reste subjugué par la manière dont le mathématicien a trouvé la formule récurrente de la somme des diviseurs.

On peut trouver sur un forum de mathématiques à l'adresse <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?5,892412,892599> une autre formule :

$$\sigma(n) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^k \cos\left(\frac{2\pi nl}{k}\right)$$

Les cosinus se comportent ici comme des booléens qui comptent pour chaque diviseur sa valeur comme une somme de 1, de façon analogue à la fonction *Succ* de l'arithmétique de Peano.

Du coup, on en déduit une manière rigolote de trouver les nombres premiers : ce sont les zéros de la fonction *sumsumcos* ci-dessous :

$$\text{sumsumcos}(n) = \sum_{k=2}^{n-1} \sum_{l=1}^k \cos\left(\frac{2\pi nl}{k}\right)$$

For me, that's F_{un} !