

Les centres du graphe triangulaire, Roy-Floyd-Warshall et l'algèbre min-plus : une authentique approche min-plus de la conjecture de Goldbach ? Ce qu'elle prouve, ce qu'elle visualise, ce qu'elle n'apporte pas, Denise Vella-Chemla pilotant claude, juillet 2026

Cette note fait suite à la précédente sur l'identité de Connes appliquée à Goldbach [1], dont la conclusion affirmait un peu vite l'absence d'approche min-plus de la conjecture. La construction par centres de graphe triangulaire [2], [3], [4], dont le calcul repose sur l'algorithme de Roy-Floyd-Warshall exécuté dans le semi-anneau $(\min, +)$, mérite d'être examinée pour elle-même : est-ce là, effectivement, une approche min-plus au sens plein ?

1. Une différence de nature avec l'identité de Connes

L'identité de Connes travaille dans $(\mathbb{R}_+^*, +, \times, \max)$: pour x, y réels positifs quelconques,

$$x + y = \max_{0 \leq \alpha \leq 1} \{e^{S(\alpha)} x^\alpha y^{1-\alpha}\}.$$

Rien, dans cette opération, ne distingue un couple de premiers (p, q) d'un couple quelconque de réels : la primalité est imposée *de l'extérieur*, en restreignant $p, q \in \mathcal{P}$ après coup. L'outil est, par construction, aveugle à l'arithmétique des entiers sur lesquels il opère ; il ne voit que des magnitudes.

La construction par centres de graphe est différente dans son principe : le graphe T est bâti à partir des écarts entre nombres premiers eux-mêmes (la suite $\Delta_n = [s_1, \dots, s_k]$), et l'algorithme de Roy-Floyd-Warshall

$$M_{ij}^k = \min(M_{ij}^{k-1}, M_{ik}^{k-1} + M_{kj}^{k-1})$$

opère authentiquement dans $(\min, +)$ sur une matrice dont les données initiales encodent directement la primalité. En ce sens précis, oui : c'est une véritable approche min-plus, et elle n'est pas de même nature que celle de Connes.

2. La reformulation exacte

Théorème 1 (reformulation, d'après [2]). *Un sommet $s = (p, q)$ de T (distinct de la pointe) vérifie $e(s) = n$ si et seulement si $p + q = n$ avec p, q premiers. Les centres de T d'excentricité n , s'ils existent, sont exactement les décompositions de Goldbach de n .*

Cette équivalence est exacte, terme à terme : elle ne perd ni ne gagne d'information. Mais, comme pour Connes, elle a une conséquence immédiate : *prouver l'existence d'un tel centre est exactement aussi difficile que prouver la conjecture elle-même* - ni plus, ni moins.

3. Une précision structurelle : la séparabilité des poids

C'est ici que la nature du rôle joué par le "min" mérite d'être précisée, et le point est déjà, en germe, dans vos propres résultats.

Lemme 2 (cf. Lemme 2-3 de [2]). *Pour tout sommet $s = (p, q)$ de T ,*

$$d(s, S) = p + q, \quad d(s, P) = 2n - p - q, \quad e(s) = \max(d(s, S), d(s, P)),$$

ces quantités étant calculables directement à partir des coordonnées de s , sans recours à Floyd-Warshall.

Cette forme close révèle une propriété structurelle du graphe T : les poids des arêtes sont *séparables* - le poids d'une arête horizontale ne dépend que de sa position en colonne, celui d'une arête verticale que de sa position en ligne, et ce uniformément sur toute la grille. Dans un graphe à poids séparables, tous les chemins monotones reliant deux sommets donnés ont *exactement la même longueur* : il n'existe jamais deux chemins concurrents de poids différents entre deux sommets comparables. On le vérifie directement sur les matrices terminales des exemples $n = 6$ et $n = 12$ [4] : chaque valeur finale est la somme directe, sans surprise, des écarts traversés le long des deux axes.

Proposition 3. *Dans le graphe T , l'opérateur min de l'algèbre min-plus n'arbitre jamais entre deux valeurs concurrentes lors du calcul de M' . L'algorithme de Roy-Floyd-Warshall y est correct mais redondant : il recalcule, sommet par sommet, une fonction déjà accessible par addition directe des coordonnées.*

Ce n'est pas une objection à la construction - c'est exactement ce qu'établissent déjà, honnêtement, les Lemmes 2 et 3 de [2], et c'est cohérent avec la conclusion de cette même note, qui range d'elle-même l'approche du côté du "caractère pédagogique".

4. Conséquence pour la portée de l'approche

L'apparition de n dans la matrice terminale n'est donc pas un phénomène émergent d'une véritable recherche de plus court chemin (comme il y en aurait dans un graphe où existent réellement des routes concurrentes de longueurs différentes) : c'est la réécriture, sommet par sommet, de l'énoncé "existe-t-il p, q premiers avec $p + q = n$ ". L'algèbre min-plus fournit ici un langage et un cadre de calcul légitimes, mais pas un nouveau levier : elle ne *découvre* rien que les données initiales (la liste des écarts entre premiers) ne contenaient déjà.

5. Ce que l'approche apporte malgré tout

- Une visualisation géométrique fidèle des décompositions de Goldbach comme sommets à excentricité minimale, reliant Goldbach à des notions classiques de théorie des graphes (centre, excentricité, distance de Manhattan).
- Un pont pédagogique réel et correct vers l'algorithme de Roy-Floyd-Warshall et vers l'article fondateur de Roy (1959) [5].
- Un encodage *direct* de la primalité dans la structure du graphe, ce qui distingue cette piste de celle de Connes : elle n'est pas aveugle à l'arithmétique par construction - elle l'est plutôt de façon tautologique, la séparabilité renvoyant simplement l'information qu'on y a mise.

6. Comparaison avec l'identité de Connes

Les deux approches aboutissent au même mur, mais par des chemins différents. Connes est aveugle à la primalité parce que ses opérations ne suivent que des magnitudes : c'est l'obstruction de parité de Selberg sous un nouvel habit. Le graphe triangulaire, lui, *voit* la primalité - elle est dans les poids des arêtes - mais la restitue de façon tautologique : la séparabilité fait que min-plus ne calcule rien que l'addition directe des coordonnées n'aurait déjà donné. Ce sont donc deux formes distinctes du même phénomène déjà rencontré dans les pistes précédentes (récurrence, treillis, modèle de Cramér) : un changement de représentation fidèle, jamais un affaiblissement de la difficulté.

7. Conclusion

- Oui, la construction par centres de graphe triangulaire est une authentique approche min-plus, au sens où Roy-Floyd-Warshall y opère réellement dans le semi-anneau $(\min, +)$ à partir de données encodant directement la primalité - ce qui la distingue nettement de l'identité de Connes.
- La reformulation qu'elle propose est exacte, ni plus ni moins difficile que Goldbach lui-même.
- Une précision structurelle, déjà présente en germe dans les Lemmes 2-3 : la séparabilité des poids du graphe T rend le calcul de Floyd-Warshall redondant avec une formule close, si bien que le "min" n'y arbitre jamais entre chemins concurrents.
- Elle conserve, comme vous le notiez déjà, une valeur pédagogique et visuelle réelle : c'est un vrai pont vers la théorie des graphes et vers l'algèbre min-plus, indépendamment de toute portée démonstrative sur Goldbach.

Références

- [1] Denise Vella-Chemla pilotant Claude, *L'identité de Connes $(+, \times, \max)$ appliquée à la conjecture de Goldbach : ce qu'elle prouve, ce qu'elle visualise, ce qu'elle n'apporte pas*, juillet 2026.
<https://denisevellachemla.eu/entropie-Connes-Goldbach-panier-marseille-claude-jade-dvc.pdf>.
- [2] Denise Vella-Chemla, *Modélisation de la conjecture de Goldbach en algèbre min-plus par calcul des centres de graphes triangulaires*, mai 2026.
<https://denisevellachemla.eu/synthese-cg-centres-minplus-dvc.pdf>.
- [3] Denise Vella-Chemla, *Conjecture de Goldbach, matrices, plus courts chemins, algèbre min-plus*, mars 2026.
<https://denisevellachemla.eu/piste-minplus-dedijkl-dvc.pdf>.
- [4] Denise Vella-Chemla, *Minplus et Floyd-Warshall*, mai 2026.
<https://denisevellachemla.eu/exemples-minplus-Floyd-Warshall.pdf>.
- [5] Bernard Roy, *Transitivité et connexité*, C. R. Acad. Sci., Paris, vol. 249, 1959, p. 216-218.