

Toutes les inégalités sont deux à deux dans le même sens pour les nombres 97 et 98, 97 est premier (les inégalités fausses sont barrées).

3.48 ≥ 97	3.47 ≥ 97	3.46 ≥ 97	3.45 ≥ 97	3.44 ≥ 97	3.43 ≥ 97	3.42 ≥ 97	3.41 ≥ 97	3.40 ≥ 97	3.39 ≥ 97
3.48 ≥ 98	3.47 ≥ 98	3.46 ≥ 98	3.45 ≥ 98	3.44 ≥ 98	3.43 ≥ 98	3.42 ≥ 98	3.41 ≥ 98	3.40 ≥ 98	3.39 ≥ 98
3.38 ≥ 97	3.37 ≥ 97	3.36 ≥ 97	3.35 ≥ 97	3.34 ≥ 97	3.33 ≥ 97	3.32 ≥ 97	4.32 ≥ 97	4.31 ≥ 97	4.30 ≥ 97
3.38 ≥ 98	3.37 ≥ 98	3.36 ≥ 98	3.35 ≥ 98	3.34 ≥ 98	3.33 ≥ 98	3.32 ≥ 98	4.32 ≥ 98	4.31 ≥ 98	4.30 ≥ 98
4.29 ≥ 97	4.28 ≥ 97	4.27 ≥ 97	4.26 ≥ 97	4.25 ≥ 97	4.24 ≥ 97	5.24 ≥ 97	5.23 ≥ 97	5.22 ≥ 97	5.21 ≥ 97
4.29 ≥ 98	4.28 ≥ 98	4.27 ≥ 98	4.26 ≥ 98	4.25 ≥ 98	4.24 ≥ 98	5.24 ≥ 98	5.23 ≥ 98	5.22 ≥ 98	5.21 ≥ 98
5.20 ≥ 97	5.19 ≥ 97	6.19 ≥ 97	6.18 ≥ 97	6.17 ≥ 97	6.16 ≥ 97	7.16 ≥ 97	7.15 ≥ 97	7.14 ≥ 97	7.13 ≥ 97
5.20 ≥ 98	5.19 ≥ 98	6.19 ≥ 98	6.18 ≥ 98	6.17 ≥ 98	6.16 ≥ 98	7.16 ≥ 98	7.15 ≥ 98	7.14 ≥ 98	7.13 ≥ 98
8.13 ≥ 97	8.12 ≥ 97	9.12 ≥ 97	9.11 ≥ 97	9.10 ≥ 97	10.10 ≥ 97				
8.13 ≥ 98	8.12 ≥ 98	9.12 ≥ 98	9.11 ≥ 98	9.10 ≥ 98	10.10 ≥ 98				

Certaines inégalités ne sont pas deux à deux dans le même sens pour les nombres 99 et 100, 99 est composé.

3.49 ≥ 99	3.48 ≥ 99	3.47 ≥ 99	3.46 ≥ 99	3.45 ≥ 99	3.44 ≥ 99	3.43 ≥ 99	3.42 ≥ 99
3.49 ≥ 100	3.48 ≥ 100	3.47 ≥ 100	3.46 ≥ 100	3.45 ≥ 100	3.44 ≥ 100	3.43 ≥ 100	3.42 ≥ 100
3.41 ≥ 99	3.40 ≥ 99	3.39 ≥ 99	3.38 ≥ 99	3.37 ≥ 99	3.36 ≥ 99	3.35 ≥ 99	3.34 ≥ 99
3.41 ≥ 100	3.40 ≥ 100	3.39 ≥ 100	3.38 ≥ 100	3.37 ≥ 100	3.36 ≥ 100	3.35 ≥ 100	3.34 ≥ 100
3.33 ≥ 99	3.32 ≥ 99	4.32 ≥ 99	4.31 ≥ 99	4.30 ≥ 99	4.29 ≥ 99	4.28 ≥ 99	4.27 ≥ 99
3.33 ≥ 100	4.33 ≥ 100	4.32 ≥ 100	4.31 ≥ 100	4.30 ≥ 100	4.29 ≥ 100	4.28 ≥ 100	4.27 ≥ 100
4.26 ≥ 99	4.25 ≥ 99	4.24 ≥ 99	5.24 ≥ 99	5.23 ≥ 99	5.22 ≥ 99	5.21 ≥ 99	5.20 ≥ 99
4.26 ≥ 100	4.25 ≥ 100	4.24 ≥ 100	5.24 ≥ 100	5.23 ≥ 100	5.22 ≥ 100	5.21 ≥ 100	5.20 ≥ 100
5.19 ≥ 99	6.19 ≥ 99	6.18 ≥ 99	6.17 ≥ 99	6.16 ≥ 99	7.16 ≥ 99	7.15 ≥ 99	7.14 ≥ 99
5.19 ≥ 100	6.19 ≥ 100	6.18 ≥ 100	6.17 ≥ 100	6.16 ≥ 100	7.16 ≥ 100	7.15 ≥ 100	7.14 ≥ 100
8.14 ≥ 99	8.13 ≥ 99	8.12 ≥ 99	9.12 ≥ 99	9.11 ≥ 99	9.10 ≥ 99	10.10 ≥ 99	
8.14 ≥ 100	8.13 ≥ 100	8.12 ≥ 100	9.12 ≥ 100	9.11 ≥ 100	10.11 ≥ 100	10.10 ≥ 100	

Utiliser la notion de maximum (étant donné un ensemble de variables x , trouver pour chacune d'elles le plus grand y tel que $xy < n$) allège la modélisation :

$$97 \mapsto \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \xrightarrow{\varphi_{97}} \{32, 23, 19, 15, 13, 11, 10, 9\}$$

$$98 \mapsto \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \xrightarrow{\varphi_{98}} \{32, 23, 19, 15, 13, 11, 10, 9\}$$

$$99 \mapsto \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \xrightarrow{\varphi_{99}} \{32, 24, 19, 16, 14, 12, 10, 9\}$$

$$100 \mapsto \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \xrightarrow{\varphi_{100}} \{33, 24, 19, 16, 14, 12, 11, 9\}$$

97 a pour image φ_{97} , 98 a pour image φ_{98} . Puisque $\varphi_{97} = \varphi_{98}$, i.e. puisque 97 et 98 ont même image, 97 est premier. $\varphi_{99} \neq \varphi_{100}$, 99 et 100 n'ont pas comme images la même fonction, 99 est composé.

Le diagramme associé aux nombres premiers n est caractérisé par le fait qu' n et $n + 1$ ont comme image la même fonction, ce qui est noté par la fonction Id sur la flèche descendante droite du diagramme.

$$\begin{array}{ccc} n & \xrightarrow{f_n} & \varphi_n \\ \downarrow +1 & & \downarrow Id \\ n+1 & \xrightarrow{f_{n+1}} & \varphi_{n+1} \end{array}$$

φ_n et φ_{n+1} sont deux fonctions de $\{3, \dots, l_n\}$ dans \mathbb{N} avec $l_n = \lfloor \sqrt{n} \rfloor - 2$. L'image d'un x compris entre 3 et $\lfloor \sqrt{n} \rfloor - 2$ est le plus grand des y tel que $xy < n$.

La fonction f_n associe à n la fonction φ_n .

On préfère écrire plus simplement ce qui vient d'être vu par l'assertion logique suivante :

$$n \text{ (impair)} \in \mathbb{N} \text{ est un nombre premier} \iff \forall x, 3 \leq x \leq \lfloor \sqrt{n} \rfloor, \max\{y / xy < n\} = \max\{y' / xy' < n+1\}.$$