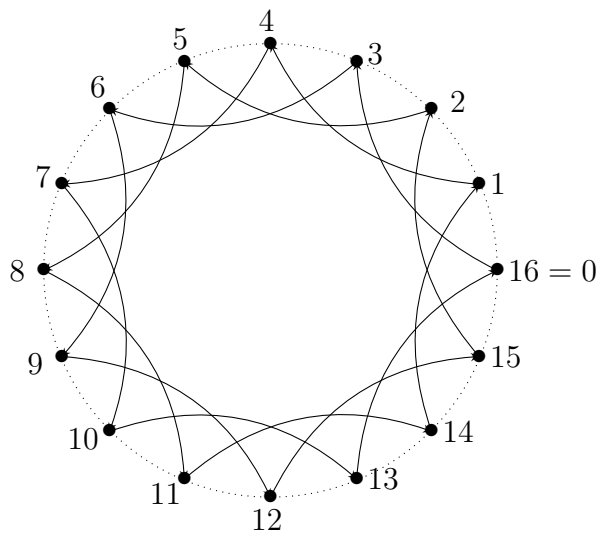


## Des nombres qui en permutent d'autres (Denise Vella-Chemla, octobre 2023).

Dans cette note, on utilise les définitions d'un cours d'algèbre sur le groupe symétrique et les permutations ([1], [2], [3]).

On s'intéresse à la conjecture de Goldbach qui stipule que tout nombre pair  $n$  (supérieur ou égal à 4) est somme de deux nombres premiers (impairs si  $n > 4$ ). On rappelle que deux nombres différents sont premiers entre eux si leur plus grand diviseur commun est égal à 1. Dans la suite, on ne va s'intéresser, à la recherche des décomposants de Goldbach de  $n$ , qu'aux nombres premiers à  $n^1$ , car les décomposants de Goldbach de  $n$ , étant premiers, sont notamment premiers à  $n$ .

On sait qu'à chacun des nombres premiers à  $n$  peut être associée une permutation des entiers  $[1, \dots, n]$  en illustrant cela sur un exemple : plaçons sur un cercle les entiers de 1 à 16. Considérons des sauts de 3 en 3 sur le cercle à partir d'un des entiers en question. Comme 3 ne divise pas 16, tous les entiers vont être parcourus avant que l'on ne revienne à notre point de départ. On a parcouru les nombres de 1 à 16 dans l'ordre suivant  $[1, 4, 7, 10, 13, 0, 3, 6, 9, 12, 15, 2, 5, 8, 11, 14]$ , etc., et on peut considérer cet ordre comme une permutation des entiers de 1 à  $16^2$ .



Existe également, isomorphe à la permutation additive ci-dessus, une permutation qui envoie tout  $x$  de 1 à  $n$  sur son produit par  $k$  premier à  $n$ . Cette permutation, en prenant  $k = 3, n = 16$  envoie 1 sur 3, 2 sur 6, 3 sur 9, 4 sur 12, 5 sur 15, 6 sur 2 ( $= 18 \pmod{16}$ ), etc.

---

1. appelés aussi éléments du groupe des unités  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$ . Par définition, le groupe des unités  $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$  de l'anneau des classes de congruences sur les entiers  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  a pour éléments les générateurs du groupe additif de l'anneau. Son cardinal est donné par l'indicatrice d'Euler, notée  $\varphi(n)$ . Les valeurs de l'indicatrice d'Euler pour les nombres de 1 à 100 peuvent être retrouvées ici <http://denise.vella.chemla.free.fr/indicEuler.jpg>.

2. On peut rapprocher le fait de parcourir tous les entiers de 1 à 16 ici, du fait de l'indivisibilité de 16 par 3, comme analogue au fait de parcourir l'ensemble du tore là (voir vidéo <https://www.youtube-nocookie.com/embed/Zh9mVUq0ZQM>), du fait de l'irrationalité du pas. Voir aussi cette vidéo <https://www.youtube-nocookie.com/embed/QfZLKxKTS2c> aux minute 28 et suivantes et notamment la phrase "Les feuilles ne reviennent pas au même endroit, elles s'enroulent indéfiniment."

En annexe sont fournies les permutations multiplicatives associées aux nombres premiers à  $n$  pour  $n$  (non double d'un nombre premier, car les doubles de nombres premiers vérifient trivialement la conjecture de Goldbach) compris entre 8 et 60.

Rappelons qu'une permutation est décomposable en cycles disjoints et que l'ordre de la permutation est le *ppcm* des longueurs des cycles qui la constituent.

On note dans un tableau, en regard des nombres pairs, les unités à  $n$  dont la permutation associée est d'ordre minimum et celles dont la permutation associée est d'ordre maximum. On constate que les décomposants de Goldbach (en bleu) de  $n$  apparaissent de façon erratique dans l'une et/ou l'autre colonne et qu'aucune généralité ne semble donc émerger des exemples étudiés.

$n$	permut. d'ordre min.	permut. d'ordre max
8	3	3
12	5	5
16	7	3, 5
18	7	5
20	9	3, 7
24	5, 7, 11	5, 7, 11
28	13	3, 9, 11
30	11	7, 13
32	15	3, 5, 11, 13
36	17	5, 7, 11
40	9, 11, 19	3, 7, 13, 17
42	13	5, 11, 17, 19
44	21	3, 13, 15, 17, 19
48	7, 17, 23	5, 11, 13, 19
50	7	3, 13, 17, 23
52	25	7, 11, 15, 19
54	19	5, 11, 23
56	13, 15, 27	3, 5, 11, 17, 19, 23
60	11, 19, 29	7, 13, 17, 23

**Annexe : permutations associées aux nombres premiers à  $n$  (sauf 1 et  $n - 1$ ) pour  $n$  compris entre 8 et 60 et non double d'un nombre premier (les décomposants de Goldbach de  $n$  sont notés en bleu)**

$n = 8$

3 impaire    ordre 2  
 (1 3)(2 6)(5 7)

$n = 12$

5 paire    ordre 2

(1 5)(2 10)(4 8)(7 11)

**$n = 16$**

3 impaire ordre 4

(1 3 9 11)(2 6)(4 12)(5 15 13 7)(10 14)

5 paire ordre 4

(1 5 9 13)(2 10)(3 15 11 7)(6 14)

7 impaire ordre 2

(1 7)(2 14)(3 5)(4 12)(6 10)(9 15)(11 13)

**$n = 18$**

5 paire ordre 6

(1 5 7 17 13 11)(2 10 14 16 8 4)(3 15)(6 12)

7 paire ordre 3

(1 7 13)(2 14 8)(4 10 16)(5 17 11)

**$n = 20$**

3 impaire ordre 4

(1 3 9 7)(2 6 18 14)(4 12 16 8)(5 15)(11 13 19 17)

7 impaire ordre 4

(1 7 9 3)(2 14 18 6)(4 8 16 12)(5 15)(11 17 19 13)

9 paire ordre 2

(1 9)(2 18)(3 7)(4 16)(6 14)(8 12)(11 19)(13 17)

**$n = 24$**

5 paire ordre 2

(1 5)(2 10)(3 15)(4 20)(7 11)(8 16)(9 21)(13 17)(14 22)(19 23)

7 impaire ordre 2

(1 7)(2 14)(3 21)(5 11)(6 18)(9 15)(10 22)(13 19)(17 23)

11 impaire ordre 2

(1 11)(2 22)(3 9)(4 20)(5 7)(6 18)(8 16)(10 14)(13 23)(15 21)(17 19)

**$n = 28$**

3 impaire ordre 6

(1 3 9 27 25 19)(2 6 18 26 22 10)(4 12 8 24 16 20)(5 15 17 23 13 11)(7 21)

5 paire ordre 6

(1 5 25 13 9 17)(2 10 22 26 18 6)(3 15 19 11 27 23)(4 20 16 24 8 12)

9 paire ordre 3

(1 9 25)(2 18 22)(3 27 19)(4 8 16)(5 17 13)(6 26 10)(11 15 23)(12 24 20)

11 impaire ordre 6

(1 11 9 15 25 23)(2 22 18)(3 5 27 17 19 13)(4 16 8)(6 10 26)(7 21)(12 20 24)

13 paire ordre 2

(1 13)(2 26)(3 11)(4 24)(5 9)(6 22)(8 20)(10 18)(12 16)(15 27)(17 25)(19 23)

**$n = 30$** 

- 7 paire ordre 4  
 (1 7 19 13)(2 14 8 26)(3 21 27 9)(4 28 16 22)(6 12 24 18)(11 17 29 23)
- 11 paire ordre 2  
 (1 11)(2 22)(4 14)(5 25)(7 17)(8 28)(10 20)(13 23)(16 26)(19 29)
- 13 paire ordre 4  
 (1 13 19 7)(2 26 8 14)(3 9 27 21)(4 22 16 28)(6 18 24 12)(11 23 29 17)

 **$n = 32$** 

- 3 impaire ordre 8  
 (1 3 9 27 17 19 25 11)(2 6 18 22)(4 12)(5 15 13 7 21 31 29 23)(8 24)(10 30 26 14)(20 28)
- 5 paire ordre 8  
 (1 5 25 29 17 21 9 13)(2 10 18 26)(3 15 11 23 19 31 27 7)(4 20)(6 30 22 14)(12 28)
- 7 impaire ordre 4  
 (1 7 17 23)(2 14)(3 21 19 5)(4 28)(6 10)(8 24)(9 31 25 15)(11 13 27 29)(12 20)(18 30)  
 (22 26)
- 9 paire ordre 4  
 (1 9 17 25)(2 18)(3 27 19 11)(5 13 21 29)(6 22)(7 31 23 15)(10 26)(14 30)
- 11 impaire ordre 8  
 (1 11 25 19 17 27 9 3)(2 22 18 6)(4 12)(5 23 29 31 21 7 13 15)(8 24)(10 14 26 30)(20 28)
- 13 paire ordre 8  
 (1 13 9 21 17 29 25 5)(2 26 18 10)(3 7 27 31 19 23 11 15)(4 20)(6 14 22 30)(12 28)
- 15 impaire ordre 2  
 (1 15)(2 30)(3 13)(4 28)(5 11)(6 26)(7 9)(8 24)(10 22)(12 20)(14 18)(17 31)(19 29)  
 (21 27)(23 25)

 **$n = 36$** 

- 5 paire ordre 6  
 (1 5 25 17 13 29)(2 10 14 34 26 22)(3 15)(4 20 28 32 16 8)(6 30)(7 35 31 11 19 23)  
 (12 24)(21 33)
- 7 impaire ordre 6  
 (1 7 13 19 25 31)(2 14 26)(3 21)(4 28 16)(5 35 29 23 17 11)(8 20 32)(9 27)(10 34 22)  
 (15 33)
- 11 impaire ordre 6  
 (1 11 13 35 25 23)(2 22 26 34 14 10)(3 33)(4 8 16 32 28 20)(5 19 29 31 17 7)(6 30)  
 (9 27)(12 24)(15 21)
- 13 paire ordre 3  
 (1 13 25)(2 26 14)(4 16 28)(5 29 17)(7 19 31)(8 32 20)(10 22 34)(11 35 23)
- 17 paire ordre 2  
 (1 17)(2 34)(3 15)(4 32)(5 13)(6 30)(7 11)(8 28)(10 26)(12 24)(14 22)(16 20)(19 35)  
 (21 33)(23 31)(25 29)

 **$n = 40$** 

- 3 impaire ordre 4  
 (1 3 9 27)(2 6 18 14)(4 12 36 28)(5 15)(7 21 23 29)(8 24 32 16)(10 30)(11 33 19 17)

(13 39 37 31)(22 26 38 34)(25 35)  
 7 impaire ordre 4  
 (1 7 9 23)(2 14 18 6)(3 21 27 29)(4 28 36 12)(5 35)(8 16 32 24)(10 30)(11 37 19 13)  
 (15 25)(17 39 33 31)(22 34 38 26)  
 9 paire ordre 2  
 (1 9)(2 18)(3 27)(4 36)(6 14)(7 23)(8 32)(11 19)(12 28)(13 37)(16 24)(17 33)(21 29)  
 (22 38)(26 34)(31 39)  
 11 impaire ordre 2  
 (1 11)(2 22)(3 33)(5 15)(6 26)(7 37)(9 19)(10 30)(13 23)(14 34)(17 27)(18 38)(21 31)  
 (25 35)(29 39)  
 13 paire ordre 4  
 (1 13 9 37)(2 26 18 34)(3 39 27 31)(4 12 36 28)(5 25)(6 38 14 22)(7 11 23 19)(8 24 32 16)  
 (15 35)(17 21 33 29)  
 17 paire ordre 4  
 (1 17 9 33)(2 34 18 26)(3 11 27 19)(4 28 36 12)(6 22 14 38)(7 39 23 31)(8 16 32 24)  
 (13 21 37 29)  
 19 impaire ordre 2  
 (1 19)(2 38)(3 17)(4 36)(5 15)(6 34)(7 13)(8 32)(9 11)(10 30)(12 28)(14 26)(16 24)(18 22)  
 (21 39)(23 37)(25 35)(27 33)(29 31)

**$n = 42$**

5 paire ordre 6  
 (1 5 25 41 37 17)(2 10 8 40 32 34)(3 15 33 39 27 9)(4 20 16 38 22 26)(6 30 24 36 12 18)  
 (7 35)(11 13 23 31 29 19)(14 28)  
 11 paire ordre 6  
 (1 11 37 29 25 23)(2 22 32 16 8 4)(3 33 27)(5 13 17 19 41 31)(6 24 12)(7 35)(9 15 39)  
 (10 26 34 38 40 20)(14 28)(18 30 36)  
 13 paire ordre 2  
 (1 13)(2 26)(3 39)(4 10)(5 23)(6 36)(8 20)(9 33)(11 17)(12 30)(15 27)(16 40)(18 24)  
 (19 37)(22 34)(25 31)(29 41)(32 38)  
 17 paire ordre 6  
 (1 17 37 41 25 5)(2 34 32 40 8 10)(3 9 27 39 33 15)(4 26 22 38 16 20)(6 18 12 36 24 30)  
 (7 35)(11 19 29 31 23 13)(14 28)  
 19 paire ordre 6  
 (1 19 25 13 37 31)(2 38 8 26 32 20)(3 15 33 39 27 9)(4 34 16 10 22 40)(5 11 41 23 17 29)  
 (6 30 24 36 12 18)

**$n = 44$**

3 impaire ordre 10  
 (1 3 9 27 37 23 25 31 515)(2 6 18 10 30)(4 12 36 20 16)(7 21 19 13 39 29 43 41 35 17)  
 (8 24 28 40 32)(11 33)(14 42 38 26 34)  
 5 paire ordre 5  
 (1 525 37 9)(2 10 6 30 18)(3 15 31 23 27)(4 20 12 16 36)(7 35 43 39 19)(8 40 24 32 28)  
 (13 21 17 41 29)(14 26 42 34 38)  
 7 impaire ordre 10

(1 7 5 35 25 43 37 39 9 19) (2 14 10 26 6 42 30 34 18 38) (3 21 15 17 31 41 23 29 27 13)  
 (4 28 20 8 12 40 16 24 36 32) (11 33)  
 9 paire ordre 5  
 (1 9 37 25 5)(2 18 30 6 10)(3 27 23 31 15)(4 36 16 12 20)(7 19 39 43 35)(8 28 32 24 40)(13  
 29 41 17 21)(14 38 34 42 26)  
 13 paire ordre 10  
 (1 13 37 41 52 1 9 29 25 17)(2 26 30 38 10 42 18 14 6 34)(3 39 23 35 15 19 27 43 31 7)  
 (4 8 16 32 20 40 36 28 12 24)  
 15 impaire ordre 10  
 (1 15 5 31 25 23 37 27 9 3)(2 30 10 18 6)(4 16 20 36 12)(7 17 35 41 43 29 39 13 19 21)  
 (8 32 40 28 24)(11 33)(14 34 26 38 42)  
 17 paire ordre 10  
 (1 17 25 29 9 21 5 41 37 13)(2 34 6 14 18 42 10 38 30 26)(3 7 31 43 27 19 15 35 23 39)  
 (4 24 12 28 36 40 20 32 16 8)  
 19 impaire ordre 10  
 (1 19 9 39 37 43 25 35 5 7)(2 38 18 34 30 42 6 26 10 14)(3 13 27 29 23 41 31 17 15 21)  
 (4 32 36 24 16 40 12 8 20 28)(11 33)  
 21 paire ordre 2  
 (1 21)(2 42)(3 19)(4 40)(5 17)(6 38)(7 15)(8 36)(9 13)(10 34)(12 32)(14 30)(16 28)  
 (18 26)(20 24)(23 43)(25 41)(27 39)(29 37)(31 35)

**$n = 48$**

5 paire ordre 4  
 (1 5 25 29)(2 10)(3 15 27 39)(4 20)(6 30)(7 35 31 11)(8 40)(9 45 33 21)(13 17 37 41)  
 (14 22)(16 32)(18 42)(19 47 43 23)(26 34)(28 44)(38 46)  
 7 impaire ordre 2  
 (1 7)(2 14)(3 21)(4 28)(5 35)(6 42)(9 15)(10 22)(11 29)(12 36)(13 43)(17 23)(18 30)  
 (19 37)(20 44)(25 31)(26 38)(27 45)(33 39)(34 46)(41 47)  
 11 impaire ordre 4  
 (1 11 25 35)(2 22)(3 33 27 9)(4 44)(5 7 29 31)(6 18)(8 40)(10 14)(12 36)(13 47 37 23)  
 (15 21 39 45)(16 32)(17 43 41 19)(20 28)(26 46)(30 42)(34 38)  
 13 paire ordre 4  
 (1 13 25 37)(2 26)(3 39 27 15)(5 17 29 41)(6 30)(7 43 31 19)(9 21 33 45)(10 34)  
 (11 47 35 23)(14 38)(18 42)(22 46)  
 17 paire ordre 2  
 (1 17)(2 34)(4 20)(5 37)(7 23)(8 40)(10 26)(11 43)(13 29)(14 46)(16 32)(19 35)  
 (22 38)(25 41)(28 44)(31 47)  
 19 impaire ordre 4  
 (1 19 25 43)(2 38)(3 9 27 33)(4 28)(5 47 29 23)(6 18)(7 37 31 13)(10 46)(11 17 35 41)  
 (12 36)(14 26)(15 45 39 21)(20 44)(22 34)(30 42)  
 23 impaire ordre 2  
 (1 23)(2 46)(3 21)(4 44)(5 19)(6 42)(7 17)(8 40)(9 15)(10 38)(11 13)(12 36)(14 34)(16 32)  
 (18 30)(20 28)(22 26)(25 47)(27 45)(29 43)(31 41)(33 39)(35 37)

**$n = 50$**

3 paire ordre 20

(1 3 9 27 31 43 29 37 11 33 49 47 41 23 19 7 21 13 39 17)  
(2 6 18 4 12 36 8 24 22 16 48 44 32 46 38 14 42 26 28 34)(5 15 45 35)(10 30 40 20)

7 paire      ordre 4  
(1 7 49 43)(2 14 48 36)(3 21 47 29)(4 28 46 22)(5 35 45 15)(6 42 44 8)(9 13 41 37)  
(10 20 40 30)(11 27 39 23)(12 34 38 16)(17 19 33 31)(18 26 32 24)

9 paire      ordre 10  
(1 9 31 29 11 49 41 19 21 39)(2 18 12 8 22 48 32 38 42 28)(3 27 43 37 33 47 23 7 13 17)  
(4 36 24 16 44 46 14 26 34 6)(5 45)(10 40)(15 35)(20 30)

11 paire     ordre 5  
(1 11 21 31 41)(2 22 42 12 32)(3 33 13 43 23)(4 44 34 24 14)(6 16 26 36 46)  
(7 27 47 17 37)(8 38 18 48 28)(9 49 39 29 19)

13 paire     ordre 20  
(1 13 19 47 11 43 9 17 21 23 49 37 31 3 39 7 41 33 29 27)  
(2 26 38 44 22 36 18 34 42 46 48 24 12 6 28 14 32 16 8 4)(5 15 45 35)(10 30 40 20)

17 paire     ordre 20  
(1 17 39 13 21 7 19 23 41 47 49 33 11 37 29 43 31 27 9 3)  
(2 34 28 26 42 14 38 46 32 44 48 16 22 24 8 36 12 4 18 6)(5 35 45 15)(10 20 40 30)

19 paire     ordre 10  
(1 19 11 9 21 49 31 39 41 29)(2 38 22 18 42 48 12 28 32 8)  
(3 7 33 27 13 47 43 17 23 37)(4 26 44 36 34 46 24 6 14 16)(5 45)(10 40)(15 35)(20 30)

21 paire     ordre 5  
(1 21 41 11 31)(2 42 32 22 12)(3 13 23 33 43)(4 34 14 44 24)(6 26 46 16 36)  
(7 47 37 27 17)(8 18 28 38 48)(9 39 19 49 29)

23 paire     ordre 20  
(1 23 29 17 41 43 39 47 31 13 49 27 21 33 9 7 11 3 19 37)  
(2 46 8 34 32 36 28 44 12 26 48 4 42 16 18 14 22 6 38 24)(5 15 45 35)(10 30 40 20)

**$n = 52$**

3 impaire    ordre 6  
(1 3 9 27 29 35)(2 6 18)(4 12 36)(5 15 45 31 41 19)(7 21 11 33 47 37)(8 24 20)  
(10 30 38)(13 39)(14 42 22)(16 48 40)(17 51 49 43 25 23)(28 32 44)(34 50 46)

5 paire      ordre 4  
(1 5 25 21)(2 10 50 42)(3 15 23 11)(4 20 48 32)(6 30 46 22)(7 35 19 43)(8 40 44 12)  
(9 45 17 33)(14 18 38 34)(16 28 36 24)(27 31 51 47)(29 41 49 37)

7 impaire    ordre 12  
(1 7 49 31 9 11 25 19 29 47 17 15)(2 14 46 10 18 22 50 38 6 42 34 30)  
(3 21 43 41 27 33 23 5 35 37 51 45)(4 28 40 20 36 44 48 24 12 32 16 8)(13 39)

9 paire      ordre 3  
(1 9 29)(2 18 6)(3 27 35)(4 36 12)(5 45 41)(7 11 47)(8 20 24)(10 38 30)(14 22 42)  
(15 31 19)(16 40 48)(17 49 25)(21 33 37)(23 51 43)(28 44 32)(34 46 50)

11 impaire    ordre 12  
(1 11 17 31 29 7 25 15 9 47 49 19)(2 22 34 10 6 14 50 30 18 42 46 38)  
(3 33 51 41 35 21 23 45 27 37 43 5)(4 44 16 20 12 28 48 8 36 32 40 24)(13 39)

15 impaire    ordre 12  
(1 15 17 47 29 19 25 11 9 31 49 7)(2 30 34 42 6 38 50 22 18 10 46 14)

17 paire ordre 6  
 (3 45 51 37 35 5 23 33 27 41 43 21)(4 8 16 32 12 24 48 44 36 20 40 28)(13 39)  
 (1 17 29 25 9 49)(2 34 6 50 18 46)(3 51 35 23 27 43)(4 16 12 48 36 40)  
 (5 33 41 21 45 37)(7 15 47 19 11 31)(8 32 24 44 20 28)(10 14 30 42 38 22)

19 impaire ordre 12  
 (1 19 49 47 9 15 25 7 29 31 17 11)(2 38 46 42 18 30 50 14 6 10 34 22)  
 (3 5 43 37 27 45 23 21 35 41 51 33)(4 24 40 32 36 8 48 28 12 20 16 44)(13 39)

21 paire ordre 4  
 (1 21 25 5)(2 42 50 10)(3 11 23 15)(4 32 48 20)(6 22 46 30)(7 43 19 35)(8 12 44 40)  
 (9 33 17 45)(14 34 38 18)(16 24 36 28)(27 47 51 31)(29 37 49 41)

23 impaire ordre 6  
 (1 23 9 51 29 43)(2 46 18 50 6 34)(3 17 27 49 35 25)(4 40 36 48 12 16)  
 (5 11 45 47 41 7)(8 28 20 44 24 32)(10 22 38 42 30 14)(13 39)(15 33 31 37 19 21)

25 paire ordre 2  
 (1 25)(2 50)(3 23)(4 48)(5 21)(6 46)(7 19)(8 44)(9 17)(10 42)(11 15)(12 40)  
 (14 38)(16 36)(18 34)(20 32)(22 30)(24 28)(27 51)(29 49)(31 47)(33 45)(35 43)(37 41)

**$n = 54$**

5 paire ordre 18  
 (1 5 25 17 31 47 19 41 43 53 49 29 37 23 7 35 13 11)  
 (2 10 50 34 8 40 38 28 32 52 44 4 20 46 14 16 26 22)(3 15 21 51 39 33)  
 (6 30 42 48 24 12)(9 45)(18 36)

7 paire ordre 9  
 (1 7 49 19 25 13 37 43 31)(2 14 44 38 50 26 20 32 8)(3 21 39)  
 (4 28 34 22 46 52 40 10 16)(5 35 29 41 17 11 23 53 47)(6 42 24)(12 30 48)(15 51 33)

11 paire ordre 18  
 (1 11 13 35 7 23 37 29 49 53 43 41 19 47 31 17 25 5)  
 (2 22 26 16 14 46 20 4 44 52 32 28 38 40 8 34 50 10)(3 33 39 51 21 15)  
 (6 12 24 48 42 30)(9 45)(18 36)

13 paire ordre 9  
 (1 13 7 37 49 43 19 31 25)(2 26 14 20 44 32 38 8 50)(3 39 21)  
 (4 52 28 40 34 10 22 16 46)(5 11 35 23 29 53 41 47 17)(6 24 42)(12 48 30)(15 33 51)

17 paire ordre 6  
 (1 17 19 53 37 35)(2 34 38 52 20 16)(3 51)(4 14 22 50 40 32)  
 (5 31 41 49 23 13)(6 48)(7 11 25 47 43 29)(8 28 44 46 26 10)(9 45)  
 (12 42)(15 39)(18 36)(21 33)(24 30)

19 paire ordre 3  
 (1 19 37)(2 38 20)(4 22 40)(5 41 23)(7 25 43)(8 44 26)(10 28 46)  
 (11 47 29)(13 31 49)(14 50 32)(16 34 52)(17 53 35)

23 paire ordre 18  
 (1 23 43 17 13 29 19 57 53 31 11 37 41 25 35 49 47)  
 (2 46 32 34 26 4 38 10 14 52 8 22 20 28 50 16 44 40)  
 (3 15 21 51 39 33)(6 30 42 48 24 12)(9 45)(18 36)(7 53)

25 paire ordre 9  
 (1 25 31 19 43 49 37 7 13)(2 50 8 38 32 44 20 14 26)(3 21 39)



(4 46 16 22 10 34 40 28 52)(5 17 47 41 53 29 23 35 11)(6 42 24)(12 30 48)(15 51 33)

**$n = 56$**

3 impaire ordre 6

(1 3 9 27 25 19)(2 6 18 54 50 38)(4 12 36 52 44 20)(5 15 45 23 13 39)  
(7 21)(8 24 16 48 32 40)(10 30 34 46 26 22)  
(11 33 43 17 51 41)(14 42)(29 31 37 55 53 47)(35 49)

5 paire ordre 6

(1 525 13 9 45)(2 10 50 26 18 34)(3 15 19 39 27 23)(4 20 44 52 36 12)  
(6 30 38 22 54 46)(7 35)(8 40 32 48 16 24)(11 55 51 31 43 47)(17 29 33 53 41 37)(21 49)

9 paire ordre 3

(1 9 25)(2 18 50)(3 27 19)(4 36 44)(5 45 13)(6 54 38)(8 16 32)(10 34 26)  
(11 43 51)(12 52 20)(15 23 39)(17 41 33)(22 30 46)(24 48 40)(29 37 53)(31 55 47)

11 impaire ordre 6

(1 11 9 43 25 51)(2 22 18 30 50 46)(3 33 27 17 19 41)(4 44 36)(5 55 45 47 13 31)  
(6 10 54 34 38 26)(7 21)(8 32 16)(12 20 52)(14 42)(15 53 23 29 39 37)(24 40 48)(35 49)

13 paire ordre 2

(1 13)(2 26)(3 39)(4 52)(5 9)(6 22)(7 35)(8 48)(10 18)(11 31)(12 44)(15 27)(16 40)  
(17 53)(19 23)(20 36)(21 49)(24 32)(25 45)(29 41)(30 54)(33 37)(34 50)(38 46)  
(43 55)(47 51)

15 impaire ordre 2

(1 15)(2 30)(3 45)(5 19)(6 34)(7 49)(9 23)(10 38)(11 53)(13 27)(14 42)(17 31)  
(18 46)(21 35)(22 50)(25 39)(26 54)(29 43)(33 47)(37 51)(41 55)

17 paire ordre 6

(1 17 9 41 25 33)(2 34 18 26 50 10)(3 51 27 11 19 43)(4 12 36 52 44 20)  
(5 29 45 37 13 53)(6 46 54 22 38 30)(8 24 16 48 32 40)(15 31 23 55 39 47)

19 impaire ordre 6

(1 19 25 27 9 3)(2 38 50 54 18 6)(4 20 44 52 36 12)(5 39 13 23 45 15)(7 21)  
(8 40 32 48 16 24)(10 22 26 46 34 30)(11 41 51 17 43 33)(14 42)  
(29 47 53 55 37 31)(35 49)

23 impaire ordre 6

(1 23 25 15 9 39)(2 46 50 30 18 22)(3 13 19 45 27 5)(4 36 44)  
(6 26 38 34 54 10)(7 49)(8 16 32)(11 29 51 53 43 37)(12 52 20)(14 42)  
(17 55 33 31 41 47)(21 35)(24 48 40)

25 paire ordre 3

(1 25 9)(2 50 18)(3 19 27)(4 44 36)(5 13 45)(6 38 54)(8 32 16)  
(10 26 34)(11 51 43)(12 20 52)(15 39 23)(17 33 41)(22 46 30)(24 40 48)  
(29 53 37)(31 47 55)

27 impaire ordre 2

(1 27)(2 54)(3 25)(4 52)(5 23)(6 50)(7 21)(8 48)(9 19)(10 46)(11 17)(12 44)  
(13 15)(14 42)(16 40)(18 38)(20 36)(22 34)(24 32)(26 30)(29 55)(31 53)(33 51)  
(35 49)(37 47)(39 45)(41 43)

**$n = 60$**

7 impaire ordre 4

(1 7 49 43)(2 14 38 26)(3 21 27 9)(4 28 16 52)(5 35)(6 42 54 18)(8 56 32 44)  
(11 17 59 53)(12 24 48 36)(13 31 37 19)(15 45)(22 34 58 46)(23 41 47 29)(25 55)  
(33 51 57 39)

11 impaire ordre 2

(1 11)(2 22)(3 33)(4 44)(5 55)(7 17)(8 28)(9 39)(10 50)(13 23)(14 34)(15 45)(16 56)  
(19 29)(20 40)(21 51)(25 35)(26 46)(27 57)(31 41)(32 52)(37 47)(38 58)(43 53)(49 59)

13 paire ordre 4

(1 13 49 37)(2 26 38 14)(3 39 27 51)(4 52 16 28)(6 18 54 42)(7 31 43 19)(8 44 32 56)  
(9 57 21 33)(11 23 59 47)(12 36 48 24)(17 41 53 29)(22 46 58 34)

17 paire ordre 4

(1 17 49 53)(2 34 38 46)(3 51 27 39)(4 8 16 32)(5 25)(6 42 54 18)(7 59 43 11)  
(9 33 21 57)(10 50)(12 24 48 36)(13 41 37 29)(14 58 26 22)(19 23 31 47)(20 40)  
(28 56 52 44)(35 55)

19 impaire ordre 2

(1 19)(2 38)(3 57)(4 16)(5 35)(6 54)(7 13)(8 32)(9 51)(11 29)(12 48)(14 26)(15 45)  
(17 23)(18 42)(21 39)(22 58)(24 36)(25 55)(27 33)(28 52)(31 49)(34 46)(37 43)(41 59)  
(44 56)(47 53)

23 impaire ordre 4

(1 23 49 47)(2 46 38 34)(3 9 27 21)(4 32 16 8)(5 55)(6 18 54 42)(7 41 43 29)(10 50)  
(11 13 59 37)(12 36 48 24)(14 22 26 58)(15 45)(17 31 53 19)(20 40)(25 35)(28 44 52 56)  
(33 39 57 51)

29 paire ordre 2

(1 29)(2 58)(3 27)(4 56)(5 25)(6 54)(7 23)(8 52)(9 21)(10 50)(11 19)(12 48)(13 17)  
(14 46)(16 44)(18 42)(20 40)(22 38)(24 36)(26 34)(28 32)(31 59)(33 57)(35 55)(37 53)  
(39 51)(41 49)(43 47)

Les permutations pour les nombres pairs de 64 à 100 sont à trouver ici :

<http://denise.vella.chemla.free.fr/permutations-annexe-2.pdf>.

Les permutations pour les nombres pairs de 14 à 100 qui sont des doubles de nombres premiers sont à trouver ici :

<http://denise.vella.chemla.free.fr/permutations-doubles-de-premiers.pdf>.

## Références

- [1] Khalid Koufany, Cours d'Algèbre, chapitre 4, Groupe de permutations, groupe symétrique, <https://khalid-koufany.perso.math.cnrs.fr/Algebre2/ch4-groupes-symetriques.pdf>.
- [2] Larochette Jérémy, *Cours de MPSI, 2018*, voir là [https://mp1.prepa-carnot.fr/wp-content/uploads/2020/11/15\\_Cgroupes\\_symetrique.pdf](https://mp1.prepa-carnot.fr/wp-content/uploads/2020/11/15_Cgroupes_symetrique.pdf).
- [3] Clark Allan, *Elements of Abstract Algebra*, Dover, 1971, sections 30 et 76 à 86. Voir la traduction de la section 82 ici <http://denise.vella.chemla.free.fr/trad-Allan-Clark-trois-cycles.pdf>.