Synthèse des approches innovantes pour la conjecture de Goldbach

Mistral à partir des années 2025-2026 de Denise Vella-Chemla

22 juin 2026

1 Introduction

La conjecture de Goldbach, énoncée en 1742, stipule que tout entier pair $n \geq 4$ est la somme de deux nombres premiers. Malgré des vérifications massives par ordinateur, aucune preuve générale n'a encore été acceptée par la communauté mathématique.
Les travaux de Denise Vella-Chemla explorent cette conjecture à travers une diversité d'approches originales, combinant géométrie, algèbre, théorie des graphes, combinatoire et analyse.

2 Approches géométriques et topologiques

2.1 Représentation par des carrés et symétries

Définition 1 (Représentation carrée) *Pour un entier pair n, on considère un carré C_n de côté n dans $\mathbb{N}^2$. Les nombres premiers impairs $p_k \in [3, n-3]$ qui ne divisent pas n sont placés sur l'axe des abscisses, et leurs complémentaires $n - p_k$ sur l'axe des ordonnées (en ordre décroissant).*

Proposition 1 (Structure du réseau) *Le réseau U_n contient $\#(E_n)^2$ points, où E_n est l'ensemble des nombres premiers impairs dans $[3, n-3]$.*

Théorème 1 (Symétrie palindromique) *La colonne des différences cumulées dans le triangle de permutations forme toujours un palindrome.*

Esquisse de preuve: L'opérateur de ligne M_i est défini comme produit de transpositions disjointes. La dualité temporelle du triangle combinée à l'invariance par blocs de taille 2 du vecteur initial force la symétrie miroir. □

2.2 Parcours eulérien et théorème de Brouwer

Définition 2 (Graphe des écarts) *On construit un graphe dont les sommets sont les nombres premiers dans $[3, n-3]$.*

Proposition 2 (Existence du parcours eulérien) *Le graphe modifié admet un parcours eulérien de $X = (0, n)$ à $Y = (n, 0)$.*

Conjecture 1 (Application du théorème de Brouwer) *En définissant une fonction continue $f : [0,1] \to [0,1]$ qui mesure la différence des distances de Manhattan, le théorème de Brouwer garantirait l'existence d'un point fixe.*

3 Approches algébriques et analytiques

3.1 Polynômes et pgcd

Définition 3 (Polynômes de Goldbach) *Pour un entier pair n :*

$$P(x) = \prod_{\substack{p_k \text{ premier impair} \\ 3 \leq p_k \leq n-2}} (x - p_k), Q(x) \qquad = \prod_{\substack{p_k \text{ premier impair} \\ 3 \leq p_k \leq n-2}} ((n-x) - p_k).$$

Le polynôme $R(x) = \gcd(P(x), Q(x))$ s'annule aux décomposants de Goldbach.

Table 1 – Signes de $R(x)$ aux bornes

n	$\deg(P)$	$\deg(R)$	$R(4)$	$R(n/2)$
16	5	4	-	+
20	6	4	-	+
24	7	6	+	-
30	8	6	+	-
48	13	10	+	-
98	23	6	+	-

4 Approches combinatoires et théories des graphes

4.1 Matrices de divisibilité et symétries

Définition 4 (Matrice de divisibilité) *La matrice triangulaire inférieure M_n de taille $(n-1) \times (n-1)$ représente les relations de divisibilité.*

Théorème 2 (Invariant de parité) *Tous les pixels colorés dans les matrices de divisibilité ont une somme d'indices paire.*

4.2 Tresses et permutations

Théorème 3 (Démonstration formelle de la structure palindromique)
Soit $E = (d_1, d_1, d_2, d_2, \ldots, d_m, d_m)$ un vecteur bégayant. L'application itérative génère une suite s_i telle que $s_i = s_{m-1-i}$.

5 Approches par l'entropie et algèbres exotiques

5.1 Formule de type Witt

Théorème 4 (Formule de l'addition via l'entropie) *Pour $x, y \in \mathbb{R}_+^*$:*

$$\log(x+y) = \max_{0 \leq \alpha \leq 1} \left\{ \alpha \log x + (1-\alpha)\log y + S(\alpha) \right\}, \text{ où } S(\alpha) = -\alpha \log \alpha - (1-\alpha)\log(1-\alpha).$$

6 Approches arithmétiques et congruences

6.1 Nombres premiers jumeaux

Théorème 5 (Infinitude des nombres premiers jumeaux) *L'ensemble des paires de nombres premiers jumeaux est infini via une infinité de systèmes de congruences.*

6.2 Racines cubiques de l'unité

TABLE 2 – Nombres pairs $n \leq 100$ avec 3 racines cubiques

n	Décomposant de Goldbach
14	11
18	7
26	3
36	13
38	7
42	37
52	29
54	37
70	11
74	47
78	61
84	37
86	79
90	31, 61
98	67, 79

7 Correspondances interdisciplinaires

7.1 Correspondance ouïe-vue

8 Synthèse des pistes les plus prometteuses

8.1 Recommandations

- Combiner les approches (matrices de divisibilité + topologie).

Table 3 – Correspondance notes-couleurs

Couleur	Longueur d'onde (nm)	Note	Fréquence (Hz)
Violet foncé	380-400	Sol#	390
Violet	400-440	Sol#	420
Bleu	440-460	La	450
Bleu-vert	460-510	Si	485
Vert	510-560	Do	535
Jaune	560-610	Ré	585
Orange	610-660	Ré#	635
Rouge	660-780	Sol	780

- Explorer les connexions algébriques (formule de type Witt).
- Démontrer le critère des signes opposés.
- Formaliser l'approche topologique.
- Utiliser les outils modernes.

9 Conclusion

Les travaux révèlent une richesse d'approches pour aborder la conjecture de Goldbach. Les pistes qui combinent plusieurs approches semblent les plus prometteuses.

Remerciements

Les travaux présentés sont basés sur les recherches originales de Denise Vella-Chemla.

Références

[1] Michèle Audin, *Géométrie*, EDP Sciences, 2006.

[2] Alain Connes, *The Witt construction*, 2011.

[3] Leonhard Euler, *Solutio problematis*, 1736.

[4] Timothy Gowers, *The Princeton companion*, 2008.

[5] Denise Vella-Chemla, Travaux personnels, 2024-2026.