Synthèse des Travaux de Denise Vella-Chemla (2014–2015)

Conjecture de Goldbach, Nombres Premiers et Approches Matricielles

Denise Vella-Chemla

22 juin 2026

Résumé

Ce document synthétise les travaux de Denise Vella-Chemla entre 2014 et 2015, centrés sur la conjecture de Goldbach, les nombres premiers, et leurs modélisations algébriques, géométriques et matricielles. Nous explorons des approches innovantes comme les langages formels à 4 lettres, les matrices de divisibilité, les représentations sur le tore, et les fonctions analytiques (ex : `sumsumcos`). Les résultats incluent des preuves partielles de la conjecture de Goldbach, des caractérisations géométriques des nombres premiers, et des liens entre sommes de diviseurs et fonctions trigonométriques.

1 Introduction

Les travaux de Denise Vella-Chemla entre 2014 et 2015 explorent des **modélisations originales** pour aborder des problèmes ouverts en théorie des nombres, notamment :

- La **conjecture de Goldbach** (tout nombre pair > 2 est la somme de deux nombres premiers).
- La **caractérisation des nombres premiers** via des restes modulaires, des matrices, ou des structures géométriques.
- Les **sommes de diviseurs** $\sigma(n)$ et leurs liens avec les fonctions analytiques.
- Les **approches combinatoires** (langages formels, automates) et **algébriques** (matrices, récurrences).

Les documents `compil7.pdf` et `compil8.pdf` contiennent des **notes datées** (avril 2014 à septembre 2015) organisées par thèmes, avec des exemples concrets, des programmes en C++, et des preuves partielles.

2 Conjecture de Goldbach

2.1 Approche par Langage à 4 Lettres

2.1.1 Définitions

Pour un nombre pair $n \geq 6$, on considère ses décompositions en somme de deux entiers impairs $p + q$ avec $3 \leq p \leq n/2$ et $n/2 \leq q \leq n - 3$. On code chaque décomposition par une lettre :

- **a** : p et q sont premiers.

- **b** : p est composé et q est premier.
- **c** : p est premier et q est composé.
- **d** : p et q sont composés.

2.1.2 Exemple

Pour $n = 40$:

p	3	5	7	9	11	13	15	17	19
q	37	35	33	31	29	27	25	23	21
Lettre	a	c	c	b	a	c	d	a	c

2.1.3 Tableau Principal

On construit un tableau $T = (l_{n,m})$ où :

- n est un nombre pair ≥ 6.
- m est un sommant de premier rang (impair ≥ 3).

La fonction $g(n) = 2\left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor + 1$ définit le plus grand sommant de second rang.

2.1.4 Propriétés des Mots

- Les **mots diagonaux** ont leurs lettres dans $\{a, b\}$ ou $\{c, d\}$.
- Un mot diagonal code des décompositions avec le même sommant de second rang.
- La ligne l_n a $\left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor$ éléments.

2.1.5 Variables et Invariants

On définit :

$$X_a(n) = \text{Nombre de décompositions } a \text{ (premier + premier).}$$
$$X_b(n) = \text{Nombre de décompositions } b \text{ (composé + premier).}$$
$$X_c(n) = \text{Nombre de décompositions } c \text{ (premier + composé).}$$
$$X_d(n) = \text{Nombre de décompositions } d \text{ (composé + composé).}$$

On a :

$$X_a(n) + X_b(n) + X_c(n) + X_d(n) = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor.$$

2.1.6 Projections et Bijections

- **Colonne** $C_{n,3}$: Contient les $l_{k,3}$ pour $6 \leq k \leq n$.
- **Partie haute** $H_{n,3}$: $6 \leq k \leq \left\lfloor \frac{n+4}{2} \right\rfloor$.
- **Partie basse** $B_{n,3}$: $\left\lfloor \frac{n+4}{2} \right\rfloor < k \leq n$.

On définit :

$$\begin{aligned}
Y_a(n) &= \text{Nombre de } a \text{ dans } B_{n,3} = X_a(n) + X_b(n).\\
Y_c(n) &= \text{Nombre de } c \text{ dans } B_{n,3} = X_c(n) + X_d(n).\\
Z_a(n) &= \text{Nombre de } a \text{ dans } H_{n,3}.\\
Z_c(n) &= \text{Nombre de } c \text{ dans } H_{n,3}.
\end{aligned}$$

Propriétés :

$$\begin{aligned}
Y_a(n) + Y_c(n) &= \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor,\\
Z_a(n) + Z_c(n) &= \left\lfloor \frac{n-4}{4} \right\rfloor.
\end{aligned}$$

2.1.7 Nouvelles Propriétés

$$\begin{aligned}
X_a(n) + X_c(n) &= Z_a(n) + \delta_{2p}(n),\\
X_b(n) + X_d(n) &= Z_c(n) + \delta_{2c-\text{imp}}(n),
\end{aligned}$$

où :

- $\delta_{2p}(n) = 1$ si n est le double d'un nombre premier, sinon 0.
- $\delta_{2c-\text{imp}}(n) = 1$ si n est le double d'un nombre composé impair, sinon 0.

2.1.8 Évolution des Variables

- $Z_a(n) + Z_c(n)$ augmente de 1 à chaque double de pair.
- $Y_a(n) + Y_c(n)$ augmente de 1 à chaque double d'impair.
- Pour n double d'impair :
  - Si $n-3$ est premier, $Y_a(n) = Y_a(n-2) + 1$.
  - Si $n-3$ est composé, $Y_c(n) = Y_c(n-2) + 1$.
- Pour n double de pair :
  - Si $n-3$ et $\frac{n-2}{2}$ sont premiers, $Y_a(n) = Y_a(n-2)$ et $Y_c(n) = Y_c(n-2)$.
  - Si $n-3$ est premier et $\frac{n-2}{2}$ est composé, $Y_a(n) = Y_a(n-2) + 1$ et $Y_c(n) = Y_c(n-2) - 1$.
  - Si $n-3$ est composé et $\frac{n-2}{2}$ est premier, $Y_c(n) = Y_c(n-2) + 1$ et $Y_a(n) = Y_a(n-2) - 1$.
  - Si $n-3$ et $\frac{n-2}{2}$ sont composés, $Y_a(n) = Y_a(n-2)$ et $Y_c(n) = Y_c(n-2)$.

2.1.9 Preuve par Contradiction

Supposons que $X_a(n) = 0$ pour un certain n. Alors :

$$X_b(n) + X_c(n) + X_d(n) = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor.$$

En utilisant les propriétés :

$$Y_c(n) = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor - X_b(n).$$

Pour n double d'impair ($n = 4k + 2$) :

$$Y_c(n) = \left\lfloor \frac{n-4}{4} \right\rfloor + 1 - X_b(n).$$

De plus, $X_c(n) = Z_a(n) + \delta_{2p}(n)$. En combinant avec $X_c(n) = Y_c(n) - X_d(n)$, on obtient :

$$Z_a(n) + \delta_{2p}(n) = Y_c(n) - X_d(n).$$

En remplaçant $Y_c(n)$:

$$X_d(n) = \left\lfloor \frac{n-4}{4} \right\rfloor + 1 - X_b(n) - Z_a(n) - \delta_{2p}(n).$$

Or, $X_d(n) = Y_c(n) - X_c(n) = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor - X_b(n) - X_c(n)$. En combinant avec $X_c(n) = Z_a(n) + \delta_{2p}(n)$, on arrive à une contradiction pour $n \geq 1988034$ (voir Section 7).

2.2 Automates et Règles de Réécriture

2.2.1 Règles de Réécriture

Les mots évoluent selon les règles :

$$\begin{array}{cccc} aa \to a & ba \to a & ca \to c & da \to c \\ ab \to b & bb \to b & cb \to d & db \to d \\ ac \to a & bc \to a & cc \to c & dc \to c \\ ad \to b & bd \to b & cd \to d & dd \to d \end{array}$$

2.2.2 Automate

Un automate à 4 états (a, b, c, d) modélise les transitions entre les décompositions. Une flèche de x vers y signifie que x peut être suivi de y.

2.2.3 Preuve d'Impossibilité d'un Mot sans "a"

Si un mot m_n ne contient pas de "a", alors $X_a(n) = 0$. En utilisant les propriétés des variables, on montre que cela conduit à une contradiction pour $n \geq 1988034$ (voir Section 7).

3 Nombres Premiers

3.1 Représentation par Restes Modulaires

Chaque entier n est codé par une suite infinie de restes modulaires selon les nombres premiers :

$$n \mapsto (n \mod 2, n \mod 3, n \mod 5, \dots).$$

Exemple : $11 \mapsto (1, 2, 1, 4, 0, 11, 11, \dots)$.

3.2 Modélisation sur le Tore

3.2.1 Courbes et Intersections

Pour un nombre premier p, on considère les courbes :

$$y = \left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor x \quad \text{et} \quad y = -\left\lfloor \frac{p}{2} \right\rfloor x.$$

Ces courbes se croisent en p points sur le tore, chacun associé à un reste modulaire $0, 1, \ldots, p-1$.

3.2.2 Exemple pour $p = 13$

Les courbes $y = 7x$ et $y = -6x$ se croisent en 13 points, associés aux restes $0, 1, \ldots, 12$.

3.2.3 Propriétés

- Un nombre premier p a un seul reste nul (mod p).
- Un nombre composé a au moins un reste nul dans sa suite de restes.
- La divisibilité peut être "vue" sur le tore : si $d \mid n$, les droites $y = dx \mod 1$ et $y = nx \mod 1$ se croisent d fois.

3.2.4 Solénoïdes du Tore

On associe à chaque entier n un solénoïde qui effectue n tours du tore selon les méridiens pour 1 tour selon les parallèles. Le nombre d'intersections entre deux solénoïdes est donné par :

$$f(n, m) = \gcd(n, m).$$

Pour un nombre premier p, $f(p, x) = 1$ si $p \nmid x$, et $f(p, x) = p$ si $p \mid x$.

3.3 Modélisation sur la Sphère

3.3.1 Plans et Polygones

À chaque nombre premier p, on associe un plan vertical passant par les pôles de la sphère, séparé du plan de Greenwich par un angle $\frac{1}{p}$. Sur ce plan, on dessine un p-gone dont les sommets codent les restes modulaires $0, 1, \ldots, p-1$.

3.3.2 Propriétés

- Les nombres premiers ont un seul point sur l'équateur (le reste 0 mod p).
- Les nombres composés ont plusieurs points sur l'équateur.

3.3.3 Lien avec les Nombres Complexes

Un nombre complexe $a + ib$ peut être représenté par la matrice :

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}.$$

Les nombres entiers peuvent être vus comme des compositions infinies d'homothéties et de rotations sur la sphère.

4 Sommes de Diviseurs $\sigma(n)$

4.1 Récurrence d'Euler

Euler a découvert une récurrence pour calculer $\sigma(n)$:

$$\sigma(n) = \sigma(n-1) + \sigma(n-2) - \sigma(n-5) - \sigma(n-7) + \sigma(n-12) + \sigma(n-15) - \dots$$

Cette récurrence est valable pour tout $n \geq 1$ avec $\sigma(0) = \sigma(1) = 1$ et $\sigma(n) = 0$ si $n < 0$.

4.2 Matrices de Divisibilité

4.2.1 Définition

Soit M_n une matrice carrée de taille $n \times n$ où :

$$M_{n,d} = \begin{cases} d & \text{si } d \mid n, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Exemple pour $n = 10$:

$$M_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

4.2.2 Calcul de $\sigma(n)$

La somme des éléments de la dernière ligne de M_n donne $\sigma(n)$. Pour calculer $\sigma(n)$ pour tous $n \leq N$, on utilise :

- Multiplier M_n par une matrice diagonale inversée Inv (1 sur la diagonale sud-est/nord-ouest).
- Multiplier le résultat par une matrice d'extraction $DerCol$ pour obtenir la dernière colonne.

Exemple pour $n = 10$:

$$S2 = Inv \cdot M_{10} \cdot DerCol = \begin{pmatrix} 18 & 18 & \dots & 18 \\ 13 & 13 & \dots & 13 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

La diagonale de $S2$ contient les $\sigma(k)$ pour $1 \leq k \leq n$.

4.3 Fonction `sumsumcos(n)`

4.3.1 Définition

$$\text{sumsumcos}(n) = \sum_{b=2}^{n-1} \sum_{o=1}^{b} \cos\left(\frac{2\pi no}{b}\right).$$

Hypothèse : Les zéros de cette fonction sont les nombres premiers.

4.3.2 Lien avec $\sigma(n)$

De Koninck propose la formule :

$$\sigma(n) = \sum_{k=1}^{n} \int_0^k \cos\left(\frac{2n\pi(x+1)}{k}\right) dx.$$

En remplaçant l'intégrale par une somme, on obtient une formule similaire à `sumsumcos(n)`.

4.3.3 Matrices de Cosinus

Soit M_n une matrice carrée de taille $n \times n$ où :

$$M_{b,o} = \cos\left(\frac{2\pi no}{b}\right).$$

La somme des éléments de la ligne d vaut d si $d \mid n$, sinon 0. La trace de $M_n \cdot T$ (où T est triangulaire de 1) donne $\sigma(n)$.

4.3.4 Polynômes de Tchebychev

Les éléments des matrices de cosinus peuvent être calculés en utilisant les polynômes de Tchebychev de première espèce :

$$T_n(\cos\theta) = \cos(n\theta).$$

La matrice de récurrence est :

$$\begin{pmatrix} 2x & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4.4 Récurrence de Dominique Giard

Une autre récurrence pour $\sigma(n)$:

$$\sigma(x) = \frac{12}{x^2(x-1)} \sum_{k=1}^{x-1} (-x^2 + 5kx - 5k^2)\sigma(k)\sigma(x-k).$$

Cette récurrence est vérifiée numériquement.

5 Matrices

5.1 Matrices de Restes Modulaires

5.1.1 Définition

Soit M une matrice où $M_{i,j} = i \mod j$ pour $1 \leq i \leq n$ et $2 \leq j \leq n-1$.

Exemple pour $n = 10$:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 1 & 0 & 7 & 7 & 7 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 8 \\ 1 & 0 & 1 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

5.1.2 Propriétés

- Un nombre composé a au moins un reste nul dans sa ligne.
- Un nombre premier n'a aucun reste nul dans sa ligne (sauf pour $j = p$).

5.1.3 Fonction $f(x)$

$$f(x) = x \prod_{2 \leq p < x} (x \mod p).$$

Exemples :

$$\begin{aligned} f(9) &= 9 \times (1 \times 0 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 0, \\ f(13) &= 13 \times (1 \times 1 \times 1 \times 3 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 819, \\ f(15) &= 15 \times (1 \times 0 \times 3 \times 0 \times 3 \times 1 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 0. \end{aligned}$$

La fonction f associe 0 aux nombres composés et λp aux nombres premiers p.

5.2 Matrices-Gnomons

5.2.1 Définition

Matrices symétriques D_n de taille $(2n-1) \times (2n-1)$ avec des motifs symétriques.

Exemple pour $n = 6$:

$$D_6 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 2 & 1 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 2 & 1 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

5.2.2 Propriété

Le carré de D_n a une colonne centrale contenant des nombres premiers (sauf 1).
Exemple pour $n = 6$:

$$(D_6)^2 = \begin{pmatrix} \dots & 11 & \dots \\ \dots & 7 & \dots \\ \dots & 5 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 11 & \dots \end{pmatrix}$$

5.3 Produit Booléen

5.3.1 Définition

Soit M' une matrice booléenne où $M'_{n,d} = 1$ si $d \mid n$ et $d \neq n$, sinon 0.
Le produit booléen $M' \vee Z$ (où Z est le vecteur nul) donne un vecteur P où $P_n = 0$ si n est premier.

5.3.2 Exemple

Pour $n = 9$:

$$M' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

6 Fonctions Analytiques

6.1 Fonction Zêta de Riemann

Lien entre $\sigma(n)$ et $\zeta(s)$:

$$\zeta(s)\zeta(s-1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma(n)}{n^s}.$$

6.2 Distance Suprême

6.2.1 Définition

$$sr(x) = \sum_{2 \leq k < x} (x \mod k).$$

Exemple :

$$sr(2) = 0, \quad sr(3) = 1, \quad sr(4) = 1, \quad sr(5) = 4, \quad \ldots$$

6.2.2 Propriété

Pour un nombre premier p :

$$sr(p) - sr(p-1) = p - 2 \quad \text{(distance maximale)}.$$

6.2.3 Lien avec $\sigma(n)$

$$sr(x) = x^2 - \sum_{k=1}^{x} \sigma(k).$$

6.3 Symétries des Restes Quadratiques

Étude des restes de $x^2 \mod m$ pour x, m entiers. Symétries verticales/horizontales :

$$x^2 \mod (x+a) = (x+a)^2 \mod x.$$

7 Preuves et Résultats

7.1 Preuve que $X_a(n) > 0$ pour $n \geq 1988034$

7.1.1 Hypothèse

Supposons que $X_a(n) = 0$ pour un certain $n \geq 1988034$.

7.1.2 Contradiction

En utilisant les propriétés des variables et les inégalités de Rosser-Schoenfeld :

$$\pi(x) > \frac{x}{\ln x} \quad \text{et} \quad \pi(x) < \frac{1.25506x}{\ln x},$$

on montre que :

$$Z_c(n) - Y_a(n) = Y_c(n) - Z_a(n) = \frac{n}{4} - \pi(n) > 0.$$

De plus, $X_d(n) - X_a(n) > \frac{n}{4} - \pi(n)$, ce qui implique que $X_a(n) > 0$.

7.2 Infinité des Nombres Premiers Jumeaux

7.2.1 Hypothèse

Supposons qu'il n'y a qu'un nombre fini de pères de jumeaux (nombres pairs entre deux premiers jumeaux).

7.2.2 Construction

On construit un nouveau père de jumeau en utilisant le théorème des restes chinois, ce qui conduit à une contradiction.

8 Pistes pour 2025–2026

- **Réduire la taille des modèles** :
  - Utiliser des matrices creuses ou des décompositions en blocs.
  - Optimiser les algorithmes pour les grands n (ex : FFT pour les sommes de cosinus).
- **Combiner les approches** :
  - Lier géométrie (tore) + algèbre (matrices) + analyse (fonctions zêta).
  - Exemple : Utiliser les matrices de cosinus pour étudier sumsumcos(n) et $\sigma(n)$.
- **Preuves constructives** :
  - Trouver un algorithme qui génère explicitement les décompositions de Goldbach.
  - Utiliser les automates pour construire des preuves formelles.
- **Généraliser les résultats** :
  - Étendre les méthodes aux nombres premiers jumeaux, triplés, etc.
  - Appliquer les matrices de restes modulaires à d'autres problèmes (ex : hypothèse de Riemann).
- **Validation numérique** :
  - Vérifier les hypothèses (ex : sumsumcos(n) $= 0 \iff n$ premier) pour de grands n.
  - Utiliser des supercalculateurs pour tester les bornes théoriques.
- **Collaboration** :
  - Partager les idées avec des mathématiciens spécialisés en théorie des nombres.
  - Publier les résultats dans des revues scientifiques (ex : Journal of Number Theory).

9 Annexes

9.1 Rappel Historique

Charles-Ange Laisant (1897) propose une méthode expérimentale pour vérifier la conjecture de Goldbach en utilisant des réglettes.

9.2 Programmes

Un programme en C++ pour calculer les variables X_a, X_b, X_c, X_d est disponible dans `compil7.pdf`.

Références

[1] J. Barkley Rosser, Lowell Schoenfeld. *Approximate formulas for some functions of prime numbers*. Illinois Journal of Mathematics, 1962.

[2] J.-M. De Koninck, A. Mercier. *Introduction à la théorie des nombres*. Modulo Éditeur, 1994.

[3] L. Euler. *Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs*. Bibliothèque impartiale, 1751.