Traduction d’un court texte de Michèle Vergne

Qu’ai-je fait dans ma vie de mathématicienne ? Je pourrais consulter ma liste de publications et discuter de certains de mes anciens résultats. Cependant, le passé ne compte pour rien. Si je ne suis pas capable de prouver quelque chose de nouveau maintenant, ce que j’ai fait auparavant n’a aucune valeur. Alors me voici, jour après jour, à travailler pendant des heures à la poursuite d’un objectif infiniment lointain.

J’essaie de “comprendre”. Je n’essaie pas de découvrir quelque chose de nouveau, mais plutôt de voir les “raisons essentielles” pour lesquelles certains résultats sont vrais. Je retourne à la source, dans une tentative de découvrir “la mère de toutes les formules”. Les nouvelles idées et les nouveaux résultats des autres mathématiciens sont irritants. Je désire ardemment montrer qu’il existe une raison simple pour laquelle “tout cela” est vrai (du moins, quand j’étais jeune, j’avais cette arrogance).

Parfois, je réussissais à trouver des “raisons supérieures” justifiant la validité d’un résultat : une idée surgit de mes travaux antérieurs et atterrit juste devant moi, m’ordonnant de faire quelque chose. Pourquoi était-il si facile de comprendre la formule de Plancherel pour les groupes nilpotents et si difficile pour les groupes réductifs ? Cette question m’a longtemps intriguée.

Soudain, une voix intérieure me parle et me dit que ce n’est pas plus difficile. Et la voix continue de me donner des ordres : “Il suffit d’ajouter des termes et d’utiliser la formule de Poisson.” Le protagoniste invisible disparaît de la scène, me laissant tout le travail. Miracle merveilleux, je vois le pont de lumière et le travail est facile à faire. Je suis enchantée. Le résultat devient une conséquence logique d’un autre fait que je connaissais, et en un éclair, je peux annexer une petite partie des mathématiques à “mon monde”. Mais bientôt, ce sentiment fugace de la satisfaction disparaît et je réalise qu’il existe des cas plus profonds que mes intuitions ne peuvent expliquer : j’ai “expliqué” la mesure de Plancherel d’Harish Chandra pour les groupes réductifs, alors qu’en est-il de la mesure de Plancherel pour les espaces symétriques ? Pour traiter ce cas plus général, ma nouvelle idée est impuissante. Je suis incapable de le prouver, donc la valeur de ce que j’ai prouvé auparavant est annulée.

Aujourd’hui, je peux entrevoir une lueur d’espoir sur un problème qui me préoccupe depuis longtemps. Il s’agit de l’affirmation suivante : la quantification commute avec la réduction. C’était une belle conjecture de Guillemin-Sternberg, qui était clairement vraie, mais qui s’est révélée difficile à prouver en général. J’ai pu prouver un cas facile. Un cas beaucoup plus difficile a ensuite été prouvé par un autre mathématicien il y a dix ans, en utilisant la chirurgie. Pour moi, cette méthode par coupes est laide. J’aurais aimé prouver cette conjecture avec mes propres méthodes. Longtemps après que la preuve complète ait été trouvée, j’ai continué à réorganiser mes propres arguments de toutes les manières possibles. Si je répétais ces erreurs encore et encore, les difficultés finiraient par disparaître. Mais elles persistèrent. Ces tentatives infructueuses et répétées laissèrent des traces. J’espère toujours découvrir l’origine exacte de la difficulté, et aujourd’hui, je crois avoir trouvé le point faible où elle se cachait. Je pense qu’elle est facile à cerner. Alors, peut-être pourrai-je formuler et démontrer le théorème de manière beaucoup plus générale. Certes, pour cela, j’ai besoin de

Transcription en LaTeX : Denise Vella-Chemla, mars 2026.

l'idée de quelqu'un d'autre, mais récemment, j'ai utilisé une idée brillante d'un de mes étudiants pour expliquer un phénomène très similaire. Je crois qu'elle peut également servir à comprendre ce cas. Quoi qu'il en soit, j'essaierai. Demain.