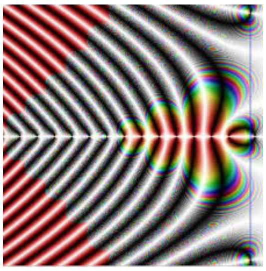
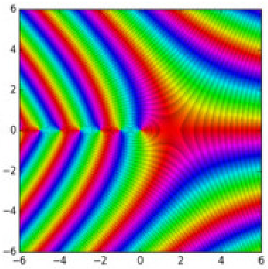
Petit memo (Denise Vella-Chemla, 11.7.2017)

• Γ d'Euler, c'est l'extension de la factorielle aux complexes ;

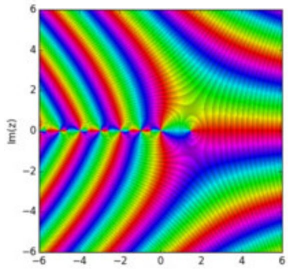
• c'est Γ qui semble donner sa forme à ζ ;



$\zeta(z)$



$\Gamma(z)$



$\Gamma'(z)$

• on cherche un opérateur qui envoie une fonction sur une fonction (l'intégration fait ça par exemple) ;

• calcul des raies d'un spectre d'absorption : on calcule les différences entre les fréquences de ses différentes raies et la fréquence de la raie d'émission, on obtient une équation de droite, ça permet de calculer les raies manquantes ;

• spirale logarithmique (équation $r = ae^{m\theta} = ab^{\theta}$ avec a réel, m réel non nul) ; la tangente fait un angle constant α avec tout rayon tel que $tan\ \alpha = \dfrac{1}{ln\ b}$; la longueur de tout arc est proportionnelle à OM (le rayon de la spirale) avec comme coefficient de proportionnalité $\dfrac{1}{cos\ \alpha} = 1 + \dfrac{1}{(ln\ b)^2}$ et du coup, si on fait rouler une spirale logarithmique sur sa tangente, son centre se déplace sur une droite faisant avec la tangente un angle constant valant $\dfrac{\pi}{2} - \alpha$; et d'autre part, l'aire balayée est proportionnelle au carré du rayon selon un coefficient de proportionnalité de $\dfrac{1}{4\ ln\ b}$;

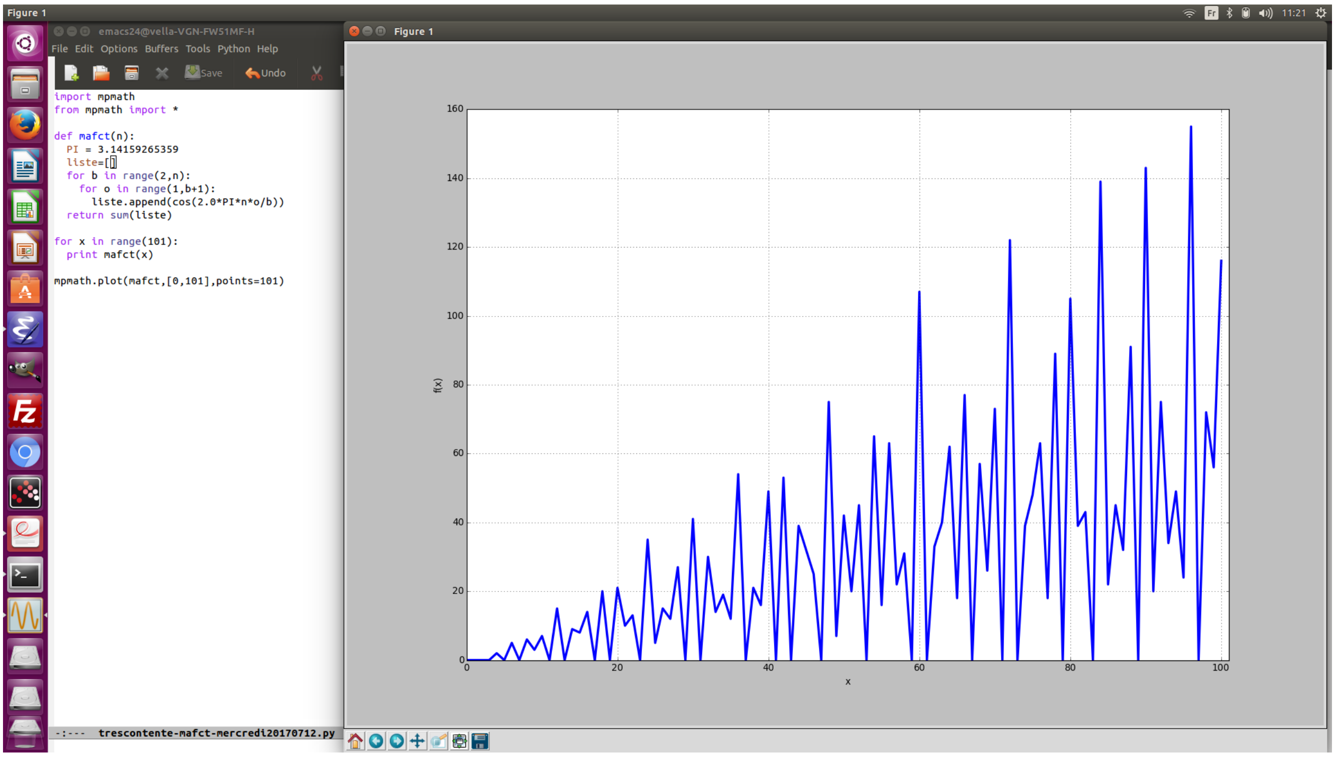
• moyenne géométrique (peut-être prendre la factorielle sous la racine) :

$$\sqrt[n]{\prod x_i} = \sqrt[\sum n_i]{\prod x_1^{n_1} x_2^{n_2} ... x_k^{n_k}} = \frac{\sum (n_i\ log x_i)}{\sum n_i}$$

• Lucas, Théorie des nombres : le plus grand exposant d'un premier p dans une factorielle $n!$ (vaut $\sum_k \dfrac{n}{p^k}$, ex : plus grande puissance de 7 dans 10000! ; on calcule $10000/7 = 1428$ et $1428/7 = 204$ et $204/7 = 29$ et $29/7 = 4$ et on fait la somme $1428 + 204 + 29 + 4 = 1665$, plus grande puissance de 7 cherchée) ;

• Transformation de Laplace bilatérale ($d(x+a) = dx$, de $-\infty$ à $+\infty$) tandis que transformation de Mellin $\left(\dfrac{d(ax)}{ax} = \dfrac{dx}{x}\right)$;

• Vue de mes yeux vue : elle, c'est simple, je l'adore ! Pour sûr, elle part à l'infini, mais à chaque fois qu'elle redescend sur terre, c'est pour indiquer un nombre premier...



• S'octroyer le droit de conjecturer aussi. Conjecturons, conjecturons donc : je crois que du fait que ζ s'appuie sur Γ, il faut chercher pour comprendre ζ du côté de la divisibilité des factorielles (Γ est l'extension de la factorielle au plan complexe). J'ai lu dans la Théorie des nombres de Lucas un théorème intéressant sur la divisibilité des factorielles. Pour trouver l'exposant de 7 dans la factorielle de 10000, il divise itérativement 10000 par 7 et il ajoute les quotients. Cela a comme conséquence qu'un nombre premier est le seul nombre dont on soit sûr qu'il apparaît à puissance de 1 dans la factorisation de sa factorielle, les premiers plus petits que lui peuvent apparaître à puissance plus grande (par exemple dans la factorisation de 7!, 3 est dans 3 mais aussi caché dans 6). Peut-être que cette propriété mise au jour par Lucas permettrait de plaquer un ordre total sur les nombres, ce que ne permet pas la divisibilité qui plaque un ordre partiel sur eux. C'est peut-être aussi cette propriété qui aurait pour conséquence l'alignement des zéros...