

Transcription d’une interview radio d’Alain Connes en 2004, lorsqu’il fut récipiendaire de la médaille d’or du CNRS

ALAIN CIROU : Bonjour à toutes et à tous. La plus haute distinction de la recherche française, la médaille d’or du CNRS, vient d’être décernée au mathématicien français Alain Connes. Un honneur pour une discipline qui compte en France 400 chercheurs à temps plein dans des organismes comme le CNRS, l’INRIA ou l’Insee, mais surtout une reconnaissance publique pour un talent mondialement reconnu, le vôtre, Alain Connes, bonjour.

ALAIN CONNES : Bonjour.

ALAIN CIROU : Vous êtes Professeur au Collège de France et à l’IHÉS, l’Institut des Hautes Études Scientifiques de Bures-sur-Yvette. Alors tout de suite, quelle est pour vous la signification, j’allais dire la saveur, de cette distinction ?

ALAIN CONNES : Ah, c’est une distinction qui m’a fait énormément plaisir parce que j’ai commencé vraiment mon travail de recherche au CNRS.

ALAIN CIROU : Librement ?

ALAIN CONNES : Librement. Oui. Et donc, je suis rentré au CNRS en 1970. J’en suis sorti pour partir à la coopération en 1974. Mais quand j’étais à la coopération, j’ai accepté un poste à l’Université de Paris VI. Et en rentrant¹, je me suis aperçu qu’évidemment, la qualité de travail pour faire de la recherche n’était pas du tout comparable, lorsqu’on a des tâches d’enseignement.

En gros, si vous voulez, pour prendre une image de mathématicien, mon temps qui avant était un temps entier, entièrement connexe et tout ça, s’était transformé tout d’un coup en un ensemble fractal, un peu comme, vous savez, ces ensembles fractals qu’on voit. Donc en fait, je me disais que j’avais, par exemple, une heure et demie de temps pour faire de la recherche. En fait, ce n’est pas possible : il faut commencer à réfléchir pendant une demi-heure etc. Donc j’ai tout de suite reposé ma candidature au CNRS. C’est un outil irremplaçable qu’on a et qui nous est envié, vous ne pouvez pas savoir, de l’étranger.

J’ai entendu à propos, vous savez, de cette réforme de la recherche etc, beaucoup de gens vanter les États-Unis. En fait, c’est ignorer, tout du moins en mathématiques, à quel point le système que l’on a, le système du CNRS, est un système incroyablement efficace.

ALAIN CIROU : Ca explique qu’il y ait une école française des mathématiques, que beaucoup de mathématiciens soient...

Le podcast de l’interview est écoutable à cette adresse :

<https://www.youtube-nocookie.com/embed/TkWNc1qaNLk>.

Transcription en L^AT_EX : Denise Vella-Chemla, décembre 2025.

1. Note de la transcriptrice : “en rentrant” : du Canada, où Alain Connes avait effectué sa coopération, en France.

ALAIN CONNES : Non, ce n'est pas le CNRS en lui-même qui explique, si vous voulez, la tradition française en mathématiques. Je crois que c'est une tradition qui a... c'est difficile d'expliquer quelque chose d'aussi subtil. Il y a 36 raisons. Il y a le rationalisme, il y a Descartes, il y a la langue, la langue française, qui a une espèce de frontalité si vous voulez, quelque chose qui fait que si on n'a pas les idées claires, on ne peut pas les exprimer clairement en français. On peut le faire en anglais, enfin, au moins si on croit parler l'anglais correctement, mais pas en français.

ALAIN CIROU : Alain Connes, vous êtes né un 1er avril il y a 57 ans. Ce n'était pas une blague.

ALAIN CONNES : C'était une blague. Mon père a cru que c'était une blague quand on le lui a dit.

ALAIN CIROU : Ah bon ?

ALAIN CONNES : Oui, oui, tout à fait.

ALAIN CIROU : À Draguignan. Comment êtes-vous tombé dans le tonneau des mathématiques ? Est-ce que vous vous souvenez de l'époque et des circonstances de la découverte de ce qui allait devenir votre métier et aussi votre passion ?

ALAIN CONNES : C'est une longue histoire, si vous voulez, parce qu'en fait, ce qui s'est produit, c'est que Draguignan n'est pas une grande ville, et il n'y avait pas un système scolaire, à Draguignan, qui m'aurait permis d'accéder à l'École Normale. Donc mes parents s'en sont aperçus, et mon père a accepté, lorsque j'avais en fait 8 ans, un poste à Marseille ; c'était un poste dangereux, puisqu'il a accepté de devenir Chef d'une brigade de répression contre le trafic d'alcool. Donc il a accepté ce poste, pour pouvoir aller à Marseille, en sachant qu'on aurait, mes deux frères et moi, de bien meilleures études, de bien meilleures possibilités à Marseille. Donc en fait, j'ai fait mes études entièrement dans un lycée de Marseille qui est le lycée standard auquel les gens allaient à l'époque, qu'on appelle le lycée Saint-Charles. Donc j'ai fait mes études primaires et secondaires dans ce lycée. C'est vrai que dès ma petite enfance, si vous voulez, à l'époque, on apprenait à l'école primaire aux élèves les quatre opérations, le calcul. On apprenait la division, on apprenait à faire des divisions compliquées. Et quand j'avais, je ne me souviens plus quel âge, peut-être 6 ou 7 ans, je passais des heures et des heures sous la direction de mon père à faire des multiplications, des divisions et j'y trouvais un plaisir extraordinaire. Donc si vous voulez, je savais, dès le départ, non pas que j'allais faire des maths et que j'allais devenir mathématicien, mais je savais que c'était une source de plaisir incroyable.

Donc après, je n'ai jamais été déçu, au sens où j'ai eu la chance, par exemple, d'avoir un excellent prof. en 6e qui s'appelait Abdon, et qui était un prof. tout à fait extraordinaire pour nous, parce qu'il avait été parachuté en 6e alors que c'était un prof. de Math. Sup. et Math. Spé.

ALAIN CIROU : Donc j'imagine la taille des problèmes qu'il vous soumettait.

ALAIN CONNES : Exactement. Et alors, il avait une caractéristique particulière, et avec mes copains, on rigolait tous parce qu'il avait un regard hypnotisant. C'est-à-dire que chaque fois qu'il nous regardait, on avait le fou-rire, on avait envie de rigoler. Et alors il y a une histoire que j'aime

bien raconter parce c'est une histoire vraie mais je ne l'ai toujours pas digérée : c'est un jour, comme ça, donc il posait des problèmes de géométrie, qui étaient peut-être, je ne sais pas, moi, du niveau de la seconde ou de la première à l'époque, ...

ALAIN CIROU : En 6e ?!

ALAIN CONNES : En 6e, et un jour il a posé un problème, comme ça, au tableau, et pour une raison que je n'ai toujours pas réussi à comprendre, je lui ai donné la solution. Et alors, après lui avoir donné la solution, lui était un peu ébahi, moi aussi, et il m'a fallu une demi-heure pour comprendre que ce que je lui avais dit était correct et donnait la solution du problème. Bon mais en fait, si vous voulez, ça avait été un choc, et ça avait été un choc libérateur, d'une certaine manière.

ALAIN CIROU : Vous avez fait l'École Normale Supérieure à Paris où vous dites : "Là, on était très libre". Est-ce que c'était à cause de l'époque à laquelle vous y étiez, les années 1966-1968 ?

ALAIN CONNES : Non, parce que j'y suis rentré avant 1968. Quand j'y suis rentré en 1966, Cartan n'était plus le Directeur des études pour les mathématiciens à l'École Normale. À l'époque d'Henri Cartan, bon, les gens devaient travailler, etc. Quand je suis rentré, c'était devenu beaucoup plus laxiste, c'est-à-dire la première année, quand je suis rentré, en fait, pratiquement pendant toute l'année, je n'avais pas mis les pieds à l'Université. Je ne savais même pas où elle était. Et le jour où j'ai dû passer les examens, à la fin de l'année, ce sont mes copains qui m'ont amené. J'étais jamais à l'Université. Bon, ça s'est bien passé quand même. Pourquoi ? Parce qu'on était très libre, mais on passait son temps à se poser des questions de math. et à être compétitifs, les uns avec les autres. On faisait un petit peu, si vous voulez, des mathématiques sportives, c'est-à-dire qu'on se posait des problèmes et je me souviens d'un copain qui m'avait posé un problème, en parlant d'un étage à l'autre dans l'escalier. Bon, j'avais fait mine de ne pas trop m'y intéresser, puis en fait, j'avais travaillé dessus pendant tout le week-end et quand j'étais revenu, bon, eh bien, il y avait la solution en partie etc. Donc, si vous voulez, il y avait une émulation incroyable.

ALAIN CIROU : Donc vous avez appris, Alain Connes, tout seul les mathématiques...

ALAIN CONNES : Pas tout seul, en discutant avec mes copains, mais pas du tout en allant écouter des cours, des trucs comme ça. Non, ce n'était pas le cas.

ALAIN CIROU : C'est toujours faisable à votre avis ?

ALAIN CONNES : Je pense. Bon, évidemment, il faut apprendre des choses. On ne peut pas retrouver tous les théorèmes de mathématiques. Et il y en a de plus en plus. Par contre, ce qui est vrai, si vous voulez, c'est que ne faire qu'apprendre des théorèmes, et ne pas passer des heures et des heures à sécher sur un problème, ce n'est pas une bonne idée. C'est-à-dire qu'on apprend des maths, vraiment, en séchant sur des problèmes, aussi simple, aussi facile que soit leur apparence, peu importe. En fait, on apprend en séchant. On n'apprend pas en étant très content et en disant "Bon, j'ai appris un tas de choses savantes avec des mots savants etc." Non, ce n'est pas le cas.

ALAIN CIROU : Nous sommes en compagnie d'Alain Connes, mathématicien, médaille d'or 2004

du CNRS. Alain Connes, merci d'être avec nous. On a, nous, je veux dire, un peu de difficulté à savoir quelle est la nature du travail du mathématicien, et en particulier la nature de votre travail et de ce que vous faites, Alain Connes. Est-ce lié aux deux découvertes majeures du XXe siècle que sont la relativité et la physique quantique ?

ALAIN CONNES : Oui. Alors, donc, il y a deux questions différentes. Il y a "Quel est le travail du mathématicien, en général ?", si vous voulez. Et il y a, bon, les résultats particuliers qui m'ont valu cette distinction. Alors...

ALAIN CIROU : Commençons par vous.

ALAIN CONNES : Si vous voulez. Alors, bon, dans mon cas, c'est assez compliqué parce que si vous voulez, en fait, ce qui se produit, mais je pense que ça, c'est assez vrai pour pas mal de mathématiciens, c'est qu'il y a une espèce de monde mathématique et un mathématicien, en fait, a un parcours. C'est-à-dire qu'un mathématicien commence par bien connaître une toute petite région, aussi spécialisée soit-elle, dans le monde mathématique. Il commence par, d'une certaine manière, se l'approprier, c'est-à-dire la connaître suffisamment bien pour se sentir à l'aise etc., démontrer des résultats nouveaux, etc. Et ensuite, il a un parcours, c'est-à-dire qu'ensuite, il va se déplacer dans cette géographie des mathématiques, sans jamais, si possible, casser le fil d'Ariane qui le relie, si vous voulez, à son point de départ. Mais si possible, si vous voulez, il va garder constamment une espèce de point de vue original, un peu naïf, un peu particulier, qui va faire qu'au lieu d'être une éponge qui absorbe toutes les notions mathématiques qui lui sont présentées, au contraire, il va faire une espèce de sélection très bizarre, qui va correspondre à son profil particulier, et qui va faire que finalement, il ne va pouvoir s'orienter que vers certains problèmes. Alors moi, c'était mon cas au départ, c'est-à-dire qu'au départ, j'avais commencé par travailler sur certains problèmes, et puis, il s'est trouvé un concours de circonstances, c'est-à-dire que j'avais été invité aux États-Unis, à Seattle. Et quand je suis arrivé à Seattle, bon, on était avec mon épouse, on avait pris le train pour traverser le Canada. Et pour traverser le Canada, j'avais acheté un livre parce que je ne voulais pas m'ennuyer. J'avais acheté un livre de maths à Princeton mais au hasard, complètement au hasard, dans la bibliothèque de Princeton. J'avais trouvé un bouquin qui me plaisait bien. Bon. Et puis dans le train, je l'avais regardé et à mon grand étonnement, quand on est arrivé à Seattle et qu'on est arrivé à la conférence, je me suis aperçu que le bouquin était le centre de la conférence et alors là, je me suis dit "bon, il n'y a pas 36 choses à faire, il faut que je n'aille qu'aux conférences et aux laïus qui ont trait à ce bouquin-là, et il faut que je l'étudie en détail".

Alors, j'ai fait ce travail-là, je l'ai étudié en détail, j'ai passé un temps fou à l'étudier. Et autre coïncidence, quand je suis rentré en France, je suis allé au séminaire Dixmier parce que Dixmier, si vous voulez, s'occupait de ce domaine-là. Et le premier travail que Dixmier m'a donné à exposer pour son séminaire, ça a fait vraiment tilt, tout d'un coup, avec l'autre travail que j'avais vu à Seattle. Les deux se sont mis ensemble, et ça a été le point de départ de mes travaux.

ALAIN CIROU : Coïncidences qui se sont mises en relation et qui vous permettent de tisser un réel travail sur un thème déterminé.

ALAIN CONNES : Exactement.

ALAIN CIROU : Ce thème, Alain Connes, ... ?

ALAIN CONNES : Oui, je peux l'expliquer. Je peux vous dire ce que c'est. Si vous voulez, en fait, à partir de la découverte par Heisenberg de la mécanique quantique... Alors qu'a trouvé Heisenberg ? Les gens, avant, avaient ce qu'on appelle la mécanique classique, comme outil de compréhension des phénomènes. Et lorsqu'on applique la mécanique classique à l'interaction d'un atome, c'est-à-dire lorsqu'on pense qu'un atome, c'est un tout petit système de mécanique classique et qu'on le fait interagir avec la radiation électromagnétique, ça prédit des résultats. Mais ces résultats ne sont pas du tout les résultats qu'on trouve expérimentalement. Alors ce qu'a fait Heisenberg, c'est qu'il est parti des résultats expérimentaux et il a cherché quelle était la mécanique qui devait marcher pour qu'on trouve ces résultats expérimentaux. Et qu'est-ce qu'a trouvé Heisenberg ? Il a trouvé une chose qui est ahurissante. Il a trouvé qu'en fait, l'espace des paramètres qui servent pour spécifier l'état de l'atome, c'est-à-dire dans quel état est l'atome, et bien ces paramètres, au lieu que ce soit des coordonnées comme les coordonnées de Descartes, c'est-à-dire simplement des nombres, qui commutent entre eux, eh bien, ce sont des opérateurs, des nombres, qui ne commutent plus entre eux. Alors, ça a donné naissance à un domaine mathématique, grâce à l'intuition d'un mathématicien qui s'appelle von Neumann, qui était l'inventeur du computer et de la théorie des jeux, en outre. Et à partir de l'intuition de von Neumann, on a découvert des algèbres qu'on appelle les algèbres de von Neumann. Alors ma contribution essentielle à la théorie des algèbres de von Neumann, ça a été de comprendre, relativement peu de temps après cette coïncidence qui s'était produite, qu'en fait, ces algèbres avaient une évolution dans le temps, c'est-à-dire si vous voulez, elles avaient un temps qui était inscrit en elles, donc elles bougent avec le temps, et cette évolution était complètement canonique. Alors ça utilisait bien sûr des travaux antérieurs, mais ce qui était ahurissant, si vous voulez, c'était qu'on n'avait besoin de rien d'autre pour définir cette évolution dans le temps. Alors il en résultait tout de suite quantité de ce qu'on appelle des invariants. C'est-à-dire que ça permettait de classer ces facteurs, et ça permettait aussi de faire ce qu'on appelle la classification des facteurs de type III. Donc c'est ça, mon travail.

Alors ce que j'ai cherché, après, si vous voulez, après donc, j'ai été invité par exemple à l'IHÉS, à l'Institut des Hautes Études Scientifiques, et je me suis aperçu que les mathématiques que je faisais étaient encore très loin du centre des mathématiques. Donc j'ai cherché à trouver parmi les mathématiques que les gens faisaient à l'IHÉS, des gens comme Sullivan etc., quelles étaient les mathématiques qu'ils faisaient qui donnaient naissance aux algèbres que je connaissais. Et je me suis aperçu qu'en fait il y en avait des quantités, c'est-à-dire que la notion de feuilletage, qui est une notion... vous voyez par exemple lorsque vous regardez des couches géologiques, quand vous voyez des roches, vous voyez bien que ces roches il y a des espèces de stries le long des roches et bien un feuilletage mathématique, c'est l'abstraction de ça, d'accord ? C'est-à-dire qu'un feuilletage, ce sont ces espèces de stries, comme ça, dans les roches. Bon, alors je me suis aperçu que chaque feuilletage donnait naissance à une algèbre de von Neumann. Alors la première chose, c'est que ça a donné une illustration de toute cette classification, bien entendu. Mais la deuxième chose, c'est que ça a montré qu'en fait, derrière ces algèbres que j'avais étudiées, il y avait des espaces et que ces espaces étaient des espaces beaucoup plus subtils que les espaces ordinaires qui ont des coordonnées qui commutent. Et c'est ce que j'ai appelé des espaces non commutatifs. Et alors ces espaces, bien sûr, il ne fallait pas seulement les étudier à un niveau grossier, qui est le niveau de la théorie de

la mesure, c'est-à-dire la quantité de points qui sont dedans, mais il fallait généraliser toutes les notions mathématiques qu'on connaît comme la topologie, c'est-à-dire les formes, comme, si vous voulez, la géométrie qui est la mesure des distances, il fallait les adapter à ces espaces-là. Donc c'est ce que j'ai continué à faire après.

ALAIN CIROU : Alors vous avez expliqué qu'il y a eu beaucoup de surprises dans cette géométrie. Et en particulier, que ces espaces inventent du temps. Alors il y a quelque chose de très poétique dans cette image.

ALAIN CONNES : Tout à fait ! Je vais vous donner deux choses très concrètes, qu'on peut dire, justement, sur cette géométrie et sur ces espaces.

La première, c'est celle que vous dites, et c'est une chose qui me fascine toujours. C'est-à-dire que si vous voulez, le fait que le produit AB ne soit pas la même chose que le produit BA engendre le temps. Alors quand je dis le produit AB n'est pas égal au produit BA , eh bien, si vous voulez, il y a 36 choses que vous pouvez donner comme exemple. C'est-à-dire par exemple, vous mettez vos chaussures puis vous les lacez. Mais vous pouvez faire l'inverse : vous pouvez lacer vos chaussures, et puis essayer de les mettre. Vous voyez bien que ce n'est pas pareil. D'accord ?

ALAIN CIROU : Oui.

ALAIN CONNES : Bon alors ça, c'est ce qu'on appelle la non-commutativité. Mais ce qui est extraordinaire, justement, dans la théorie des algèbres de von Neumann, en général, c'est que, justement, c'est cette non-commutativité, c'est le fait que quand vous écrivez AB , ce n'est pas la même chose que d'écrire BA , mais c'est une chose évidente dans le langage courant puisque dans le langage courant, lorsqu'on écrit un mot, on écrit les lettres dans un certain ordre et ce n'est pas la même chose que si on les écrit dans un autre ordre, évidemment. D'accord ? Eh bien, ça génère le temps.

ALAIN CIROU : Vous avez parlé, lorsque vous avez parlé de ces découvertes, d'"impressions", d'"illuminations", est-ce que ça fait partie du mode de pensée du mathématicien ?

ALAIN CONNES : Non, pas du tout. Non, non, c'est extrêmement rare. Je veux dire, c'est vrai que, bon, ce fait en particulier, ce n'est pas du tout un fait qui est tombé du ciel. C'est un fait qui est tombé après des quantités incroyables de calcul.

ALAIN CIROU : De beaucoup de travail.

ALAIN CONNES : D'énormément de travail. Un travail énorme.

ALAIN CIROU : Vous avez sué là-dessus.

ALAIN CONNES : Oui, oui, bien sûr. Mais ce qui est vrai, c'est le moment où j'ai trouvé, si vous voulez, l'astuce très très simple qui permet de faire marcher les choses, c'est... : je n'étais pas en train de réfléchir à des maths. J'avais accompagné mon épouse à son lycée. Je rentrais en pensant à tout à fait autre chose. J'étais arrêté à un feu rouge avec ma voiture et tout d'un coup, boum !,

effectivement, j'ai eu la certitude absolue que c'était vrai, que j'avais l'astuce qu'il fallait pour le faire marcher etc., tout d'un coup. Ca, c'est vrai, mais bon, c'est un phénomène rarissime, si vous voulez. Ce n'est pas du tout comme ça que la recherche fonctionne. Ca arrive, bon, peut-être deux ou trois fois dans une existence. Je veux dire que ce n'est pas du tout, on ne peut pas du tout dire que c'est comme ça qu'il faut faire fonctionner la recherche, qu'il faut être là, tranquille, à écouter de la musique ou à faire autre chose, et puis que boum!, tout d'un coup, les choses vont arriver. De toute façon, si vous voulez, ces choses-là, ça n'arrive pas du tout comme ça. Ca arrive au prix d'un travail considérable. Donc, si vous voulez, le travail du mathématicien, le... comment dire?... le quotidien du mathématicien, c'est, comment dire, la frustration, le travail, se trouver devant une feuille de papier, etc. C'est comme ça.

ALAIN CIROU : Voilà. Vous allez m'expliquer comment travaille un mathématicien, et comment vous travaillez, vous, en particulier, après une toute petite pause. (*Pause*)

Nous parlons, Alain Connes, du métier de mathématicien et c'est vrai que, je le disais en introduction tout à l'heure, 400 mathématiciens dans les instituts de recherche publique en France, c'est peu, c'est une, entre guillemets, "race à part". Comment travaille le mathématicien ? J'ai cru, à vous comprendre, que le mathématicien, d'abord, c'était un grand voyageur, c'est un hyperactif qui se déplace.

ALAIN CONNES : Euh non, il y a une partie du travail, bien sûr, je veux dire, c'est très important, par exemple, lorsqu'on commence à faire des mathématiques, de ne pas rester dans un univers trop clos. C'est aussi important, quand même, si vous voulez, de respecter l'originalité. C'est-à-dire que moi, je sais que les premiers profs que j'ai eu, comme par exemple Gustave Choquet, étaient des gens extrêmement originaux. Par contre, il faut, quand même, justement, voyager. C'est vrai, au début, c'est-à-dire qu'il faut être confronté à l'expertise de gens qui sont vraiment à la frontière, si vous voulez, des sujets dans lesquels ils travaillent ; au tout début, c'est important.

ALAIN CIROU : Et c'est quoi un original, Alain Connes ? Comment vous définissez, vous, l'original ? Nous, nous vous regardons déjà comme un original puisque votre sujet de travail est original.

ALAIN CONNES : Non, non. L'originalité, si vous voulez, c'est un peu ce que je décrivais tout à l'heure, c'est le fait qu'un mathématicien commence son exploration du monde mathématique dans un coin très très particulier, dont on doit justement respecter le côté, même si c'est très excentré, je veux dire, les mathématiciens, en général, ne commencent pas à travailler sur ce qu'on appelle les formes modulaires. Moi, j'ai commencé à travailler, bon, j'avais regardé des choses sur l'analyse non standard, sur la logique, des choses comme ça. Donc, j'étais dans un domaine qui était très très excentré. Mais peu importe, ce qui compte après, c'est justement de garder un point de vue très particulier, et d'avoir une vision particulière. Si tous les mathématiciens avaient la même vision, avaient le même point de vue, ce serait une catastrophe. Et en France justement, on est un pays qui grâce au CNRS, permet justement de respecter au mieux l'originalité. Si tous les mathématiciens du CNRS avaient à donner chaque année un rapport avec le nombre d'articles qu'ils ont publiés, à respecter un quota, ce serait une catastrophe ; c'est ce qui se passe aux États-Unis si vous voulez.

ALAIN CIROU : Tout le monde travaille sur les mêmes thèmes aux États-Unis, globalement ?...

ALAIN CONNES : Non, en fait, ce qui se produit, j'ai une image que j'aime toujours donner, c'est que les mathématiciens sont en général des fermions, c'est-à-dire que si un mathématicien travaille sur un sujet, un autre mathématicien ne veut pas se mettre à travailler sur le même sujet. Par contre, les physiciens sont des bosons, c'est-à-dire que par exemple, les physiciens théoriciens, qui travaillent, par exemple, sur la théorie des cordes, travaillent en général énormément sur le même sujet.

ALAIN CIROU : Ils s'agglutinent sur le même sujet.

ALAIN CONNES : Voilà. Donc de ce point de vue-là, du point de vue sociologique, les mathématiciens sont plus, si vous voulez, exclusifs.

ALAIN CIROU : Donc, des échanges ; en même temps, une capacité à pouvoir, entre guillemets, "s'isoler des autres" pour pouvoir réfléchir. C'est profond, c'est interne.

ALAIN CONNES : Oui, vous savez, il y a cette anecdote que j'aime toujours raconter parce que maintenant, elle n'est plus tellement vraie malheureusement. C'est l'anecdote du Directeur de l'Institut des Études Avancées (IAS) à Princeton qui avait eu la visite inopinée, je crois, d'un très très haut officiel. Je me demande même si ça n'était pas le Président des États-Unis lui-même qui était venu pour visiter l'Institut par surprise. Alors, il lui avait fait visiter quelques bureaux puis ils avaient visité le bureau d'un mathématicien et alors, donc, ils avaient frappé à la porte, ils étaient rentrés. Et qu'est-ce qu'ils avaient vu ? Ils avaient vu le mathématicien qui était allongé sur son bureau et qui regardait le plafond. Donc ce qu'il faut bien comprendre, si vous voulez, c'est que... Et puis j'avais un ami mathématicien qui racontait que la chose qui était la plus difficile pour lui, c'était d'expliquer à son épouse qu'en fait, les moments où il travaillait le plus dur, c'était quand il était allongé sur son lit dans le noir.

ALAIN CIROU : Évidemment.

ALAIN CONNES : Alors, c'est vrai que faire des mathématiques, si vous voulez, en fait, je donne toujours une recette pour, justement... les mathématiciens, bon, ils sont tous différents, hein, donc la recette ne peut pas être générale, mais cette recette est, par exemple, lorsqu'on a un calcul, aussi compliqué soit-il, à faire, c'est d'être capable de partir faire un tour à pied et d'avoir en tête tous les éléments du calcul et d'être capable de le faire de tête. Alors ça, si vous voulez, c'est une chose qui est extrêmement importante de nos jours, à cause de l'emprise de plus en plus forte de l'ordinateur. C'est-à-dire que moi, il y a une chose qui me dérange maintenant de plus en plus, c'est que quand je vais dans un Institut, maintenant, je m'aperçois que la plupart des gens, même en mathématiques, sont devant un écran. Et bon, je sais bien qu'on peut s'y habituer. Je sais bien que c'est un outil extraordinaire. Je l'utilise, et je sais que c'est un outil extraordinaire, pour faire des calculs, etc. Mais le danger, c'est le danger qui guette chaque petit élève de primaire qui, au lieu d'apprendre à faire des additions, des multiplications par lui-même, va appuyer sur sa calculatrice et va se fier au résultat de la calculatrice sans jamais faire de calcul mental. Pourquoi ? Quelle est la différence ? Eh bien, la différence, c'est que lorsqu'on fait un calcul mental, lorsqu'on fait un calcul aussi compliqué soit-il de tête, en mathématique, eh bien, ça introduit dans le cerveau les éléments

du calcul. Et si on met les données du calcul sur un ordinateur et qu'à la fin, on a le résultat, eh bien, on n'a absolument pas la même chose. C'est exactement comme là, si vous voulez, si vous faites un parcours en avion, si vous le faites à pied, si vous allez d'un endroit A à un endroit B à pied, lorsque vous arrivez au point B , vous n'avez pas du tout vu la même chose. Et en fait, à pied, vous connaissez mieux la ville B parce que vous l'avez vue de loin, vous vous en êtes rapproché, etc.

ALAIN CIROU : Et en même temps, on a du mal à vous imaginer travaillant sur des problèmes mathématiques complexes, faire ce que vous nous expliquez, du calcul, parce que pour nous, le calcul mental, c'est plutôt une addition.

ALAIN CONNES : Bien sûr, non, non, non, bien sûr, non. Si vous voulez, c'est mélanger les choses. Non, non, non. Les mathématiques, si vous voulez, sont stratifiées au niveau hiérarchique. Il y a plusieurs niveaux hiérarchiques. C'est-à-dire que bon, il y a maintenant un nombre très grand de tâches mathématiques qui peuvent être faites par l'ordinateur. Et c'est vrai que bon, tracer le graphe d'une fonction ou des choses comme ça, c'est fait par l'ordinateur. Mais, ce qui fait la richesse des mathématiques, c'est la vision et l'abstraction conceptuelle ; les analogies, les choses qui ne sont pas encore complètement établies, si vous voulez, qui sont des idées. Donc on sait qu'elles vont marcher d'une manière ou d'une autre, mais on ne peut pas dire pourquoi, l'exploration, etc., et ça, ce ne sont pas des choses qui peuvent être faites par l'ordinateur. Absolument pas.

ALAIN CIROU : Ca consiste à choisir : ce que disait Poincaré, "inventer, c'est choisir, en mathématiques".

ALAIN CONNES : Non, là, c'est de l'exploration ; il y a une partie de calcul, si vous voulez, mais c'est une partie de calcul qui ne pourrait pas être faite par l'ordinateur, parce que ce n'est pas seulement du calcul formel, ce sont des choses qui sont des analogies, ce sont des choses où on va tester des idées, et ce sont des choses qui, à partir du moment où, justement, on va commencer à les écrire, certaines nouvelles idées vont jaillir, par la juxtaposition de mots, etc. Et ça, l'ordinateur est à des milliards d'années-lumière d'être capable de faire ça.

ALAIN CIROU : Vous devez énormément souffrir pour le faire ?

ALAIN CONNES : Oui. Oui. Parce que ce n'est pas de la souffrance, si vous voulez, mais il y a toujours, lorsqu'on s'approche du but, il y a une espèce de tentation du renoncement. Et en fait, il faut savoir, c'est... c'est comme si vous cherchez un endroit avec une voiture, un truc comme ça. Lorsque la tentation du renoncement est à son maximum, c'est le moment où on est le plus proche du but en général.

ALAIN CIROU : Pourquoi parlez-vous aussi, de temps en temps, de sentiment de sécurité absolue, lorsque vous faites des mathématiques ?

ALAIN CONNES : Ah non, là, je parlais de sentiment de sécurité absolu au moment où il y a cet espèce de rarissime phénomène, si vous voulez, qui était le phénomène de l'illumination. Bien sûr immédiatement après...

ALAIN CIROU : De la découverte ?

ALAIN CONNES : De la découverte. Immédiatement après que ce phénomène soit apparu, il y a une espèce de phénomène inverse qui se produit, c'est-à-dire qu'on a une peur abyssale. C'est un peu comme si un grimpeur regardait en bas, si vous voulez. Et à ce moment-là, qu'est-ce que ça veut dire ? Ça veut dire qu'on veut boulonner tous les éléments de la démonstration. Et lorsqu'on fait ça, évidemment, si vous voulez, c'est terrifiant, parce que chaque étape de la démonstration peut être une catastrophe. C'est-à-dire que lorsqu'on veut écrire chacune de ces étapes, on a beau en être sûr au niveau conceptuel etc., on ne sait pas. Et tant que les choses ne sont pas écrites complètement, tant que, si vous voulez, la paroi n'a pas été complètement vissée, etc., on n'est sûr de rien.

ALAIN CIROU : Il vous est arrivé de vous tromper ?

ALAIN CONNES : Bien sûr, en fait, ce n'est pas se tromper, c'est autre chose. La partie la plus féconde, si vous voulez, ce n'est pas de se tromper, mais c'est d'avoir deux approches à la même chose, et qui ne collent pas. Et à ce moment-là, en fait, c'est le moment où on est le plus proche de la vraie découverte, parce que ça m'arrive, ça, c'est le moment-clé si vous voulez. Le moment-clé, c'est le moment, non pas où on se trompe, mais où on sait que les deux approches que l'on a, ou une idée que l'on a eue, n'était pas la bonne. Alors, il faut avoir suffisamment d'humilité pour admettre que cette idée n'est pas la bonne. Faire machine-arrière et à ce moment-là, c'est là qu'on est proche de la vraie découverte. Si vous voulez, je sais qu'une des découvertes vraiment importantes que j'avais faite, j'étais au Canada et j'étais avec mon épouse, on était sur un petit canoé sur un lac. Et à un moment donné, il y a eu un vol d'oies sauvages qui venait du grand nord qui est passé sur le lac. Et à ce moment-là, je me suis rendu compte que la voix dans laquelle j'étais n'était pas la bonne. Mais au lieu d'être un sentiment négatif etc., non, c'était un sentiment d'exaltation, parce que j'avais compris quel était le verrou qui bloquait les choses, et je sentais confusément qu'à partir du moment où j'avais l'humilité nécessaire pour admettre que je n'étais pas sur la bonne voie, les choses allaient s'éclaircir. Donc se tromper, c'est, bien sûr, le quotidien du mathématicien, si vous voulez.

ALAIN CIROU : Quelle part accordez-vous à ce que Poincaré appelait l'intuition des mathématiciens ? C'est-à-dire ce que vous nous expliquez là, d'ailleurs, je prends un problème, je marche, je le laisse mûrir, il y a un travail inconscient qui est fait...

ALAIN CONNES : Un travail de préparation si vous voulez. C'est-à-dire qu'en général, bon, pour un problème qui est vraiment embêtant... Par exemple, j'avais cherché pendant 2 ans sur ce problème-là, mais vraiment à un point qui était presque de la maniaquerie, si vous voulez, mais donc il y a effectivement une phase très longue, qui est une phase de préparation. C'est-à-dire, c'est une phase dans laquelle on n'est pas capable d'avancer de ϵ sur le problème. Par contre, on est capable de regrouper 36 choses qui sont annexes au problème et on est capable de réfléchir à ces choses-là. Et de manière incroyable, mais bon, très très bizarre si vous voulez, en fait, le système cérébral fait en sorte qu'on arrive à trouver une voie complètement bizarre, qui a l'air de n'avoir aucune relation avec le problème de départ, et on a l'impression qu'on change de sujet, qu'on s'intéresse à quelque chose de totalement différent, mais au bout du compte on s'aperçoit que ce n'était pas du tout

quelque chose de totalement différent, et qu'à la fin du compte cette espèce de voie incroyablement détournée, qui paraissait s'occuper d'autres choses, etc., finit par rejoindre...

ALAIN CIROU : Vous stratifiez, à un moment donné... !

ALAIN CONNES : Oui, oui, on stratifie, ou bien on ne sait pas, mais alors là, vraiment, on nage dans l'inconnu total. Non, non, mais c'est vraiment important parce que si vous voulez, ça montre à quel point le fonctionnement du cerveau est un fonctionnement qui est incroyablement différent, orthogonal au fonctionnement de l'ordinateur.

ALAIN CIROU : Je vais reprendre justement Poincaré qui écrivait dans *L'intuition mathématique*², il dit :

"La genèse de l'invention mathématique est un problème qui doit inspirer le plus vif intérêt au psychologue. C'est l'acte dans lequel l'esprit humain semble le moins emprunter au monde extérieur, où il n'agit ou ne paraît agir que par lui-même et sur lui-même, de sorte qu'en étudiant le processus de la pensée géométrique, c'est ce qu'il y a de plus essentiel dans l'esprit humain que nous pouvons espérer atteindre."

ALAIN CONNES : Oui. Bon, c'est vrai et ce n'est pas vrai. Je veux dire que l'outil d'exploration que nous avons sur le monde mathématique, c'est le cerveau humain. C'est évident, mais je le conçois comme un outil d'exploration. C'est-à-dire, pour prendre une analogie, lorsque Rosalind Franklin, Watson, Crick et Wilkins ont trouvé la structure de l'ADN, je ne pense pas qu'il l'ont inventée. C'est-à-dire que cette structure de l'ADN en double hélice, elle était là avant que ces personnes ne la décèlent, ça paraît évident. Et pour les mathématiques, c'est pareil. C'est-à-dire que mon point de vue, pour les mathématiques, c'est qu'il y a une structure qui existe indépendamment de nous.

ALAIN CIROU : Il existe un monde mathématique... ?

ALAIN CONNES : Tout à fait, bien sûr. Et nous, ce que nous faisons, si vous voulez, c'est avec notre cerveau, exactement comme nous découvrons le monde extérieur avec notre vue etc., ce que nous faisons, c'est percevoir, c'est explorer ce monde mathématique. Alors, évidemment, ça paraît bizarre aux gens, parce qu'ils disent "Mais où est-il, ce monde mathématique ?"

ALAIN CIROU : Oui, qu'est-ce que c'est, ce monde mathématique ?

ALAIN CONNES : Voilà, exactement. Mais alors si vous réfléchissez, vous vous apercevrez que le point de vue opposé, qui est le point de vue des matérialistes qui consiste à dire "Bon, il y a un monde matériel, et je ne crois que dans les choses matérielles." Eh bien, si vous poussez les choses assez loin, vous allez vous apercevoir qu'en fait, ce monde matériel, son existence, sa cohérence etc. ne sont basées que sur le consensus, que nous avons entre nous, sur ce monde matériel. Et justement, la découverte du quantique, si vous voulez, c'est une découverte extrêmement embarrassante pour justement le point de vue matérialiste, parce que ça montre que dès que l'on va dans

2. Début de la section III du premier chapitre du livre *Science et méthode* de Henri Poincaré, 1908, Flammarion, Bibliothèque de Philosophie scientifique.

le très petit, non pas l'infiniment petit, mais même le très petit si vous voulez, on s'aperçoit que justement, la définition de la matière est une définition qui devient très rapidement aussi abstraite que la définition des mathématiques.

ALAIN CIROU : Mais vous comprenez qu'on puisse être très fortement perturbé. Il y a le monde physique, que nous apercevons, qui est le macrocosme. Il y a un monde qu'on utilise aujourd'hui, avec ces lois qui sont celles du monde quantique que vous décrivez, et qui, pour la perception humaine, est une catastrophe. Et vous nous dites qu'il existe un autre monde, qui s'appelle le monde mathématique, qui a, alors c'est aussi une position philosophique, il y a derrière cela un ordre, c'est perturbant, quand même. Quel est le lien avec le réel ?

ALAIN CONNES : Voilà, si vous voulez prendre un exemple, les mathématiques sont, de ce point de vue-là, mais de ce point de vue-là seulement, simplement une source inépuisable et incroyable de concepts. Pour prendre un exemple, si vous voulez, si vous prenez le dictionnaire ordinaire, bien, prenez un mot du dictionnaire, vous regardez et qu'est-ce que vous trouvez ? Vous trouvez que la définition de ce mot, en fait, n'est définie que par rapport à d'autres mots. Et vous allez regarder la définition des autres mots, et puis finalement, vous allez tomber sur un cercle, c'est-à-dire un cercle vicieux. Alors en fait, si vous voulez, les mathématiques, justement, c'est l'antithèse de ça. C'est-à-dire que vous prenez, par exemple, un nombre entier, le nombre 3. Bah, qu'est-ce que le nombre 3 ? Le nombre 3, c'est la qualité commune à tous les ensembles qui sont tels que si vous leur enlevez un élément, puis un autre élément, puis encore un élément ils deviennent vides. Alors ça, c'est une définition qui, si vous y réfléchissez suffisamment, vous allez vous apercevoir qu'elle ne fait appel à aucun autre concept préexistant. C'est une définition primitive, et c'est une définition qui, si on la pousse au bout, un mathématicien l'a fait, il a inventé un langage qui s'appelle le Lincos, et qui permettrait de communiquer avec une autre civilisation, simplement à partir de cette idée des nombres et de la transmission des nombres. Donc en fait, si vous voulez, le concept mathématique est un concept qui n'est pas justement défini par rapport à d'autres choses qui sont empilées les unes par rapport aux autres, mais c'est le concept à l'état pur.

Et ce dont on s'aperçoit, si vous voulez, lorsqu'on fait des mathématiques, c'est que justement, on aboutit à un langage parfaitement purifié et qui permet, à partir de ce langage, de qualifier le monde extérieur. Et d'une certaine manière, pour moi, si vous voulez, le monde extérieur, le monde de la physique, etc., s'inscrit à l'intérieur des mathématiques.

ALAIN CIROU : Ce sont les mathématiques qui sont le monde et le réel, le monde physique, s'inscrit à l'intérieur de cela.

ALAIN CONNES : Voilà. Voilà mon point de vue philosophique. Alors, si vous voulez, ça a un tas de conséquences, ça a tout un tas de conséquences. Mais, une des choses qui, pour moi, est la plus fascinante, c'est que justement, graduellement, lorsqu'on arrive à comprendre le monde extérieur et le monde de la physique, eh bien, on s'aperçoit qu'en fait, effectivement, on peut arriver à en parler, on peut arriver à le décrire, avec un nombre de paramètres qui est relativement petit, vous voyez, y compris le temps. C'est-à-dire que des phénomènes, aussi bizarres soient-ils, qui paraissent en fait tellement imprégnés du quotidien et de choses comme ça, eh bien, en fait, on arrive graduellement à les comprendre, à les inscrire dans ce monde-là.

ALAIN CIROU : Ca veut dire que pour vous, les lois fondamentales de l'univers pourraient être incroyablement simples.

ALAIN CONNES : Bien sûr, bien entendu. Bien entendu. Un des moteurs de ma recherche, ça a toujours été ça. Si vous voulez, lorsqu'on s'est aperçu à partir de Galilée, de Kepler, etc., qu'en fait, bon, lorsqu'on jetait un corps en l'air, il suivait une parabole, lorsqu'on regardait les satellites de Jupiter, ils suivaient des ellipses etc, lorsqu'on s'est aperçu que tout ça, c'étaient des coniques et qu'elles obéissaient à une seule loi, qui est d'une simplicité effarante, qui est la loi de Newton, si vous voulez, c'est ahurissant lorsqu'on voit ça parce qu'on on s'aperçoit que des lois..., que des choses qui apparaîtraient comme... on aurait pu dire, si les corps tombent, c'est à cause de la sélection naturelle parce que tous les corps qui ne tombent pas ont disparu, ils sont montés. Bon, on aurait pu trouver toutes sortes d'explications, mais on a trouvé une explication qui est incroyablement simple, qui donne des résultats quantitatifs d'une précision ahurissante, et on a continué sur cette lancée. On ne peut pas s'arrêter, sur cette lancée, si vous voulez. Et plus ça va, plus je progresse dans ma compréhension de, justement, des mathématiques ou de la physique, plus je suis, si vous voulez, impressionné et fasciné par ce simple fait.

ALAIN CIROU : Pourquoi ça marche ? Pourquoi les mathématiques, entre guillemets, “décrivent aussi bien le monde” ? C'est une interrogation.

ALAIN CONNES : C'est une interrogation. Mais si vous voulez, alors l'explication que je n'accepte pas justement, c'est que si on le fait, c'est par sélection naturelle, etc. Non, je ne pense pas. Si vous voulez, pour moi, il y a quelque chose de beaucoup plus profond, qui est derrière, et qui est la simplicité inhérente de l'univers, que l'on découvre avec émerveillement. On est très loin d'être au bout, infiniment loin. Donc pour moi, c'est une des motivations principales de mon travail. Un petit enfant découvre l'espace, il se crée un modèle simpliste de l'espace extérieur. J'ai passé toute ma vie à raffiner ce modèle, si vous voulez. D'une certaine manière, c'est ça.

ALAIN CIROU : Il y a une hypothèse que vous n'utilisez pas, c'est Dieu ?

ALAIN CONNES : Ah non, non, pas du tout. Non, non. Pourquoi ? Parce que si vous voulez, en général, je peux en parler, mais pour moi, utiliser l'hypothèse Dieu, ça veut dire : “je ne comprends pas”. Pour moi, c'est l'équivalent. Par contre, si on me demandait de définir l'entité en question, pour moi, si vous voulez, je l'identifie avec cet immense arbre généalogique dont nous sommes issus. C'est-à-dire, pour moi, si vous voulez, je trouve un peu triste qu'il y ait des gens qui passent leur temps à étudier les textes sacrés et qui n'étudient pas le génome, parce que pour moi, le génome humain est la vraie Bible. C'est-à-dire que là, oui, il y a certainement toute l'Histoire de l'humanité.

ALAIN CIROU : Alain Connes, vous dites apprendre autant en déchiffrant les partitions de Chopin qu'en lisant des articles de mathématiques.

ALAIN CONNES : Laissez-moi m'expliquer là-dessus.

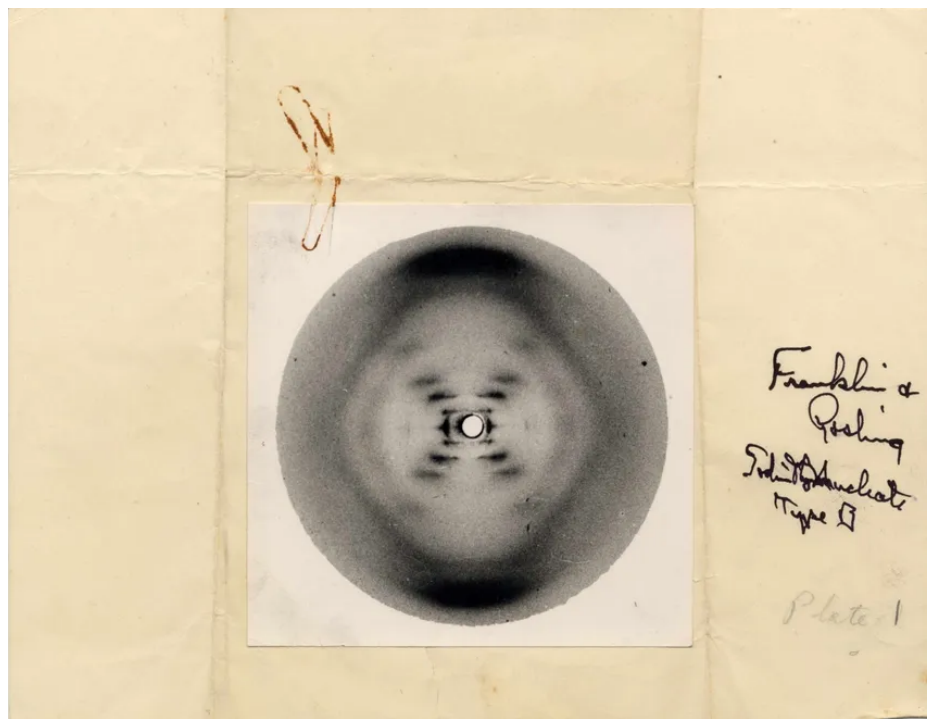
ALAIN CIROU : *question mal audible : C'est pour l'apprécier ?*

ALAIN CONNES : Non, non, euh, non, c'est autre chose, en fait, si vous voulez. C'est la question de niveau de raffinement. Disons que lorsqu'on commence à travailler dans un domaine, on croit toujours qu'on est au top, etc., c'est-à-dire qu'on a le raffinement maximum. Et ce que j'aime beaucoup, dans la manière d'écrire la musique de Chopin, c'est-à-dire que ce n'est pas quelque chose qu'on comprendra en écoutant : en écoutant, non, on peut l'apprécier et puis bon, c'est une musique qui a été tellement jouée, tellement entendue que bon, il est très difficile, si vous voulez, de l'écouter de manière naïve et puis de la percevoir dans son intégralité. Par contre, lorsqu'on l'étudie, c'est quelque chose de totalement différent. Lorsqu'on regarde les partitions et, lorsqu'on regarde, si vous voulez, la précision, la pensée d'une infinie richesse avec laquelle il les a écrites, là on franchit des degrés, dans le raffinement.

Et ce n'est, bien sûr, pas le seul musicien qui ait fait ça, mais c'est un musicien qui avait cette espèce de maniaquerie, si vous voulez, dans la précision de l'écriture. Et donc, c'est ça que je veux dire. Je ne veux pas dire que j'apprends des maths. Non. Ce que je veux dire, c'est que j'apprends l'humilité par rapport au raffinement. C'est ça que je veux dire.

ALAIN CIROU : Merci Alain Connes, merci d'être venu nous parler de votre métier, de votre passion, de votre vision des mathématiques. Je renverrai nos auditeurs à quelques lectures : Matière à penser, c'est avec Jean-Pierre Changeux, justement, chez Odile Jacob et vous décrivez, vous discutez amplement de cette nature des mathématiques. Merci à vous de nous avoir suivis. Excellente semaine à tous.

Note de la transcriptrice : la photo de Rosalind Franklin



Voir aussi cette émission sur France Culture :

Rosalind Franklin, physicochimiste britannique, pionnière de l'ADN..