

Le contre-exemple explicite s'applique tel quel : où la démonstration par l'absurde quitte le domaine du formel
Denise Vella-Chemla pilotant l'ia claudie, juillet 2026

1. Constat

Les deux textes soumis à cette étape sont en contradiction directe.

Le premier (note précédente, §3) construit explicitement, pour $n = 40$, une suite admissible $Z = \{0, 2, 5, 9, 13, 16\}$ - de densité $\frac{1}{3}$, sans zéros isolés artificiellement - dont la colonne C_{40}^T ne contient aucune lettre $\mathbf{a} = (0, 0)$.

Le second conclut : “toute colonne C_n contient nécessairement au moins un état $\mathbf{a} = (0, 0)$ ”. L’un des deux textes doit céder. Puisque le premier est une vérification finie, mécanique, immédiatement recalculable (la table des 18 valeurs t_i et les 9 paires $\{i, d - i\}$), c’est au second de céder, et il importe de dire précisément où.

2. Localisation de la faille

La démonstration par l'absurde repose sur une seule hypothèse structurelle explicite, formulée au §5 du second texte : la saturation des bords, à savoir $u = 0$ en permanence sur le bord gauche - ce qui correspond exactement, dans le formalisme du premier texte, à la contrainte $0 \in Z$ (l'indice $i = 0$, c'est-à-dire $p = 3$, est toujours premier). Tout le reste de l'argument - “les flux de primalité”, leur “conservation” via la loi de bande rectangulaire, l'impossibilité de les “éteindre ou perdre”, la convergence “sur le triangle de Goldbach”, et la conclusion que “les flux sont contraints par la géométrie à se superposer” - n'est formulé dans aucun cas en termes d'une contrainte vérifiable sur les indices i et $d - i$. Aucune étape ne montre, pour un n donné, quel indice i serait forcé de satisfaire simultanément $t_i = 0$ et $t_{d-i} = 0$. L'argument reste au niveau de la métaphore hydraulique (“flux”, “se contourner”, “se superposer”) précisément à l'endroit où il faudrait un énoncé formel sur les couples $(i, d - i)$.

3. Le contre-exemple satisfait déjà l'unique hypothèse invoquée

C'est là le point décisif : la construction du premier texte ne triche pas sur l'hypothèse de saturation du bord. Par définition 1, tout ensemble Z admissible contient 0 - exactement la condition “le bord gauche impose $u = 0$ ” du second texte. La construction pour $n = 40$ vérifie donc *à la lettre* la seule prémisse formelle que la démonstration par l'absurde énonce, et elle aboutit malgré tout à une colonne sans $\mathbf{a}$. Le contre-exemple n'est donc pas seulement une objection externe : c'est un contre-modèle interne à l'hypothèse même que le second texte prend pour point de départ. Si “la saturation des bords” suffisait, comme l'affirme le §5, à interdire toute colonne sans $\mathbf{a}$, alors la

construction du § 3 du premier texte serait impossible ; or elle est exhibée, vérifiée, recalculable en quelques lignes.

4. Ce qu’il faudrait démontrer pour que la voie survive

Cela ne clôt pas la conjecture, ni dans un sens ni dans l’autre : cela clôt seulement cette voie particulière. Pour qu’un argument “bord + rigidité de $R \Rightarrow$ collision” redevienne recevable, il faudrait remplacer la métaphore des flux par un énoncé du type :

pour tout n pair ≥ 8 , et pour *tout* $Z \subseteq \{0, \dots, d(n)\}$ admissible au sens de la définition 1, il existe i tel que $i \notin Z$ et $d(n) - i \notin Z$,

c’est-à-dire l’exact contraire de ce que la construction du § 3 réfute par un contre-exemple fini. Un tel énoncé est en réalité faux pour Z arbitraire (on peut toujours choisir un représentant par paire, cf. § 2 du premier texte, densité jusqu’à $\approx \frac{1}{2}$) ; il ne pourrait redevenir vrai que si l’on réintroduit une contrainte *spécifique à la suite des nombres premiers* - pas à un Z admissible quelconque. C’est exactement le mécanisme arithmétique effectif dont la conclusion du premier texte notait l’absence, et rien dans le second texte n’en fournit un : la saturation du bord et la rigidité de l’opérateur R sont des propriétés que *toute* suite admissible partage, que ce soit la suite des nombres premiers ou pas, et ne peuvent donc, à elles seules, discriminer la suite des nombres premiers d’un contre-exemple construit.

5. Conclusion

Les deux textes de cette étape ne coexistent pas : le second est réfuté, sur son unique prémisse formelle, par le contre-exemple déjà produit à l’étape précédente. La voie “bord saturé + rigidité $\Rightarrow$ collision” n’est donc pas relancée par cette nouvelle tentative ; elle est refermée une seconde fois, de façon plus précise : on sait maintenant que l’hypothèse de saturation du bord, prise seule, ne discrimine rien, puisqu’un contre-modèle qui la vérifie exactement existe. Toute reprise future de cette famille d’arguments devra partir d’une propriété qui distingue réellement la suite des nombres premiers d’un Z admissible quelconque - non d’une reformulation, même élégante, des mêmes deux contraintes de bord.