

On avait eu l'idée en juillet 2014 de considérer la somme de sommes de cosinus que les nombres premiers annulent. On a présenté à plusieurs reprises cette idée ou des variations autour de cette idée (cf. [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13], [14]). Victor Varin nous a fourni une démonstration de l'annulation de la somme de cosinus considérée pour les nombres premiers et pour eux seulement. On voudrait ici étudier une analogie entre le fait d'alterner les signes + et - devant les termes de la somme de sommes de cosinus, ce qui permet d'associer une image 0 ou une image 1 aux nombres premiers selon qu'ils sont de la forme $4k+1$ ou $4k+3$, et le fait d'utiliser des sommes alternant beaucoup plus simplement seulement des +1 et des -1.

Pourquoi le fait d'alterner les signes de la somme de sommes de cosinus permet-il d'obtenir une image 0 ou 1 pour les nombres premiers? On peut imaginer que pour les nombres premiers, et seulement pour eux, les cosinus s'éliminent 2 à 2, par exemple parce qu'on pourrait parfois avoir $\cos \frac{2\pi no}{b} = \cos \frac{2\pi n(b-o)}{b}$.

Il est possible que la somme de cosinus alternée soit toujours telle que, dans le cas des nombres premiers, si elle contient l'ajout d'une certaine valeur $+x$ correspondant à un cosinus particulier, elle contient également le retrait de la valeur en question $-x$ correspondant au cosinus d'un autre angle, (que ce soit $\pi + \theta$ ou $\pi - \theta$), l'objet de cette note est de deviser, de faire saisir notre idée, puis de vérifier la validité de cette idée par programme ultérieurement.

Et puis après tout, quelle différence, entre le fait de faire $+x \dots -x$ et le fait de faire $+1 \dots -1$?

On trouve alors sur la toile plusieurs éléments concernant cette série de $(-1)^n$, par exemple ici :

<http://serge.mehl.free.fr/chrono/Grandi.htmlserie>

ou bien ici

<https://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/sn/sn.pdf> §3.4 pages 50 à 54.

On peut mettre en bijection nos sommes alternées de cosinus avec des séries alternées à nombres finis de termes, ces séries ne contenant que des nombres de valeur absolue 1 et contenant autant de +1 que de -1. La limite asymptotique de la série $\sum (-1)^n$ est $\frac{1}{2}$ selon Grandi ou Leibniz. On rêve d'un lien entre cette limite asymptotique et un autre $\frac{1}{2}$ bien connu.

Il faudrait d'une part comprendre pourquoi dans le cas des nombres composés, il n'y a pas équilibre entre les +1 et les -1; en fait, comme on l'a expliqué, il faudrait étudier le déséquilibre entre les $+x$ et les $-x$, les $+x$ correspondant à certains cos et les $-x$ correspondant à d'autres cos qui leur sont liés par les relations trigonométriques bien connues.

Il faudrait d'autre part être capable de relier nos sommes de cosinus à la fonction Γ d'Euler, qui est la généralisation de la factorielle aux nombres complexes, peut-être en utilisant la définition du cosinus basée sur la série entière qui converge pour tout réel x :

$$\cos x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$$

Un petit élément qui conforte ce début de réflexion est que quand on compare le nombre de +1 au nombre de -1, c'est un peu comme si on étudiait une dérivée (dans le sens d'une différence d'images rapportée à une différence d'antécédents) et qu'on a l'impression que ce qui donne son aspect à ζ , c'est la dérivée de Γ plutôt que Γ elle-même (cf. des images colorées du plan complexe de ζ , Γ et Γ' , par exemple, cf. [15]).

On s'est, une fois de plus, octroyé le droit de deviser.

Notes précédentes

On a concaténé tous les fichiers ici
<http://denisevellachemla.eu/devise.pdf>

[1] 10.7.2014 : Primalité et zéros de sommes de cosinus,
<http://denisevellachemla.eu/primessommecos-avec-lien-sur-forum.pdf>

[2] 16.7.2015 : Discret / continu,
<http://denisevellachemla.eu/matcos.pdf>

[3] 18.7.2015 : Discret / continu (suite),
<http://denisevellachemla.eu/matrices-polynomes-de-Tchebychev.pdf>

[4] 21.5.2016 : Programme préféré : les nombres premiers annulent une somme de cosinus,
<http://denisevellachemla.eu/pgm-prefere.pdf>

[5] 12.7.2017 : programme et plot de la somme de cosinus en python,
<http://denisevellachemla.eu/Capture-du-2017-07-12-11-21-09.png>

[6] 13.7.2017 : preuve de Victor Varin que les nombres premiers annulent ma somme de sommes de cosinus et qu'ils sont les seuls nombres à le faire,
<http://denisevellachemla.eu/VictorVarinKeldyshSumsumcos.pdf>

[7] 31.5.2018 : chercher des idées,
<http://denisevellachemla.eu/sommecosTJ.pdf>

[8] 28.10.2018 : Alternier les termes de la somme de cosinus qui s'annule pour les nombres premiers,
<http://denisevellachemla.eu/alternesommecos.pdf>

[9] 28.10.2018 : Programme en C++ pour les sommes alternées de cosinus (les $4k + 3$ ont pour image 0 et les $4k + 1$ ont pour image 1),
<http://denisevellachemla.eu/gardeprogcpp.pdf>

[10] 4.11.2018 : Interrupteurs ou bien une somme alternée de cosinus assez surprenante,
<http://denisevellachemla.eu/premiers-image-un-demi.pdf>

[11] 9.12.2018 : programme en python de la somme de cosinus initiale,
<http://denisevellachemla.eu/sumsumcos.pdf>

[12] 9.12.2018 : résultat du programme [11],
<http://denisevellachemla.eu/ressumsumcos.pdf>

[13] 4.3.2019 : Spectres de la somme de somme de cosinus (spectres divers obtenus par programmes utilisant des transformées de Fourier disponibles dans des bibliothèques python),
<http://denisevellachemla.eu/concatspectres.pdf>

[14] 2.5.2019 : joli spectre couleurs de feu,
<http://denisevellachemla.eu/variation1.jpg>

[15] 11.7.2017 : petit memo,
<http://denisevellachemla.eu/memo.pdf>