Snurpf sur cercle et ses cordes tendues entre décomposants de Goldbach
Denise Vella-Chemla, 3 novembre 2026

1. Le Snurpf et la propriété recherchée

Pour N primorielle, $N = \prod_{p \leq p_j} p$, le *Snurpf*[1] de n est son système de restes $\text{Snurpf}(n) = (n \bmod 2,\ n \bmod 3,\ \ldots,\ n \bmod p_j)$, et n se reconstruit par le lemme chinois. On cherche une bijection

$$f : (r_2, r_3, r_5, \ldots) \longmapsto e^{i\theta}$$

plaçant les nombres sur un *unique* cercle, telle que deux nombres diamétralement opposés aient des Snurpf de somme $(1, 0, \ldots, 0)$. Or le nombre de Snurpf $(1, 0, \ldots, 0)$ est $N/2$: la propriété exige exactement que m et $N/2 - m$ soient diamétralement opposés.

2. La fonction de placement (Claude, validée)

Le principe est une numération mixte de plus en plus fine :

- le reste r_2 choisit le *demi-cercle* : pair à droite (centre à l'angle 0), impair à gauche (centre à l'angle π) ;
- le reste r_3 choisit un tiers de ce demi-cercle, le reste r_5 un cinquième de ce tiers, le reste r_7 un septième de ce cinquième, etc. ;
- dans la moitié impaire, on lit $(-n) \bmod p$ au lieu de $n \bmod p$ (le sens de lecture s'inverse).

Posons $\sigma = +1$ si $r_2 = 0$, $\sigma = -1$ si $r_2 = 1$. La fonction d'angle d'un tuple de restes $(r_2, r_3, r_5, \ldots)$ est

$$\theta \;=\; \pi\, r_2 \;+\; \sum_{p \in \{3,5,7,\ldots\}} \frac{\pi}{3 \cdot 5 \cdots p} \left(\left(\sigma\, r_p \bmod p \right) - \frac{p-1}{2} \right), \qquad e^{i\theta} = \text{point cherché.}$$

Le chiffre $\left(\sigma r_p \bmod p\right) - \frac{p-1}{2}$ est centré : il parcourt $-\frac{p-1}{2}, \ldots, \frac{p-1}{2}$, et le pas vaut $\pi/3$, puis $\pi/15$, puis $\pi/105$, etc.

Vérification sur $N = 6$.

m	(r_2, r_3)	θ	point
0	(0,0)	$-\pi/3$	$\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$
1	(1,1)	$4\pi/3$	$-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	(0,2)	$\pi/3$	$\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$
3	(1,0)	$2\pi/3$	$-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$
4	(0,1)	0	1
5	(1,2)	π	-1

1. Snurpf = système de numération par les restes modulaires dans les parties finies de $\mathbb{N}$.

Ce sont exactement les six positions voulues : tous les pairs à droite $(0, 2, 4)$, tous les impairs à gauche $(1, 3, 5)$, et les diamétraux $0 \leftrightarrow 3$, $1 \leftrightarrow 2$, $4 \leftrightarrow 5$ ont bien pour somme de Snurpf $(1, 0)$.

Preuve de la propriété diamétrale (tout N). Soit $m' = N/2 - m$. Comme $N/2$ est impair, $r_2(m') = 1 - r_2(m)$, donc $\sigma' = -\sigma$. Pour tout premier impair p de la roue, $p \mid N/2$, donc $m' \equiv -m \pmod p$ et

$$\sigma' r_p(m') \;\equiv\; (-\sigma)(-m) \;\equiv\; \sigma\, m \;\equiv\; \sigma\, r_p(m) \pmod p :$$

tous les chiffres centrés de m' sont *égaux* à ceux de m. Le terme πr_2 passe de πr_2 à $\pi(1 - r_2)$, tous les autres termes sont inchangés, donc

$$\theta(m') \;=\; \pi - \pi r_2 + \Big(\theta(m) - \pi r_2\Big) \;\equiv\; \theta(m) + \pi \pmod{2\pi} :$$

m et $m' = N/2 - m$ sont diamétralement opposés, et leur somme de Snurpf est $(1, 0, \ldots, 0)$ puisque $\mathrm{Snurpf}(N/2) = (1, 0, \ldots, 0)$ ($N/2$ est impair et divisible par tout premier impair de la roue). En particulier les chiffres centrés sont constants sur chaque diamètre : un diamètre du cercle est une classe du crible modulo les premiers impairs, seule la parité s'échange.

3. Application à Goldbach : $n = 98$, roue mod $(2, 3, 5, 7)$

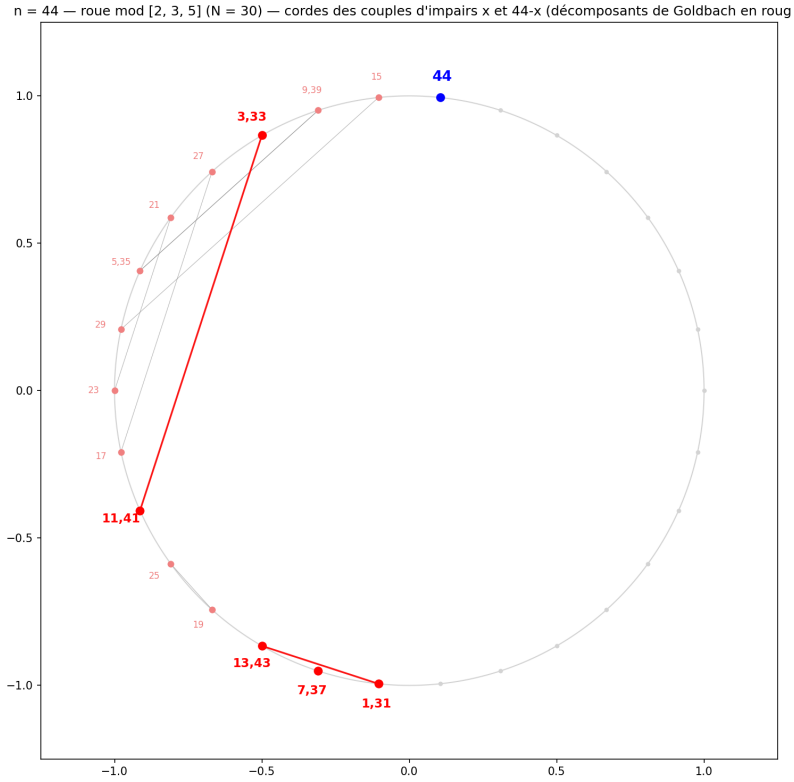
Pour n pair, la roue est $\{p \le \sqrt{n}\}$: pour $n = 98$, $N = 210$, et tous les x impairs de $[1, n/2]$ vivent dans le demi-cercle gauche. Le programme `cercle-restes-n.py` trace une corde entre les points de chaque couple d'impairs $x, n - x$; les couples de Goldbach (x et $n - x$ premiers ; pour 98 : 19+79, 31+67, 37+61) sont en rouge gras. Pour $n = 98 \equiv (0, 2, 3, 0)$, deux extrémités d'une corde ont $r_7(x) = -r_7(n - x)$ (car $7 \mid 98$) et des restes r_3, r_5 complémentaires vers $(2, 3)$: la corde rouge est celle dont les deux extrémités évitent les classes interdites de n dans la roue.

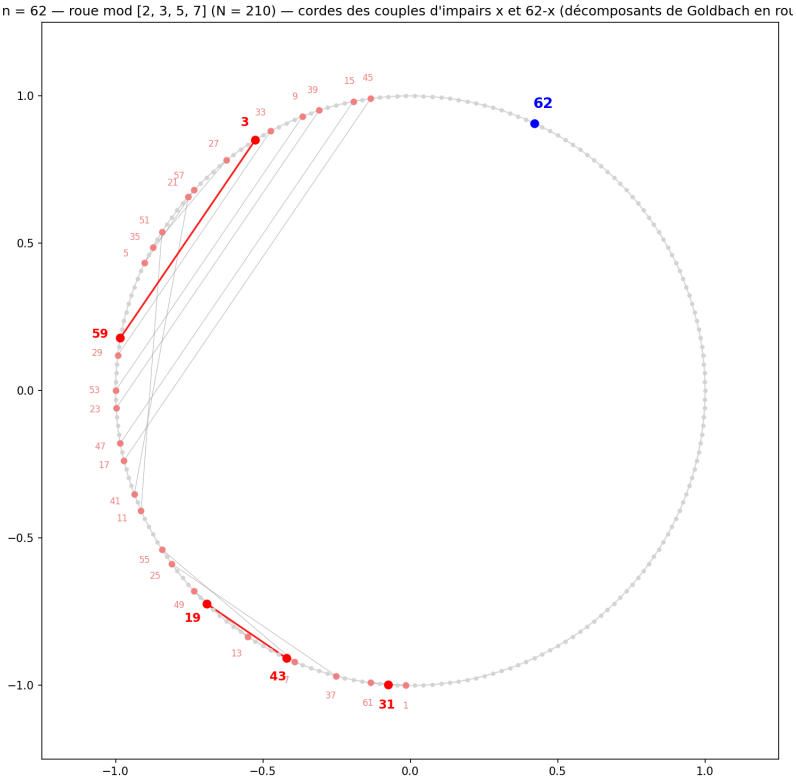
4. Enseignement

Le cercle unique porte l'involution archimédienne $m \mapsto N/2 - m$ comme sa symétrie diamétrale géométrique, et chaque diamètre est une classe du crible modulo les premiers impairs (les chiffres centrés y sont constants, seule la parité s'échange) — le même $u \mapsto -u$ que dans le fil des résidus quadratiques ($\chi(n - x) = \chi(-1)\chi(x)$). La roue profinite reste gratuite ; la fenêtre archimédienne $[3, n/2]$ reste, comme toujours, invisible pour le Snurpf.

5. Conclusion

Une corde de longueur minimale et la plus loin possible du point du cercle associé à n fournit-elle toujours une décomposition de Goldbach ? Et si oui, pourquoi ?


n = 44 — roue mod [2, 3, 5] (N = 30) — cordes des couples d'impairs x et 44-x (décomposants de Goldbach en roug
44
3,33
11,41
13,43
7,37
1,31
15
9,39
27
21
5,35
29
23
17
25
19


n = 62 — roue mod [2, 3, 5, 7] (N = 210) — cordes des couples d'impairs x et 62-x (décomposants de Goldbach en rou
62
3
59
19
43
31
15
45
9
39
33
27
57
21
51
35
5
29
53
23
47
17
41
11
55
25
49
13
37
61
1

n = 98 : modules [2, 3, 5, 7] (roue de 210 positions) ; décomposants : [(19, 79), (31, 67), (37, 61)]

