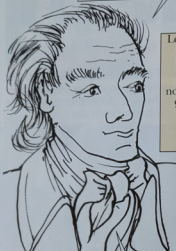


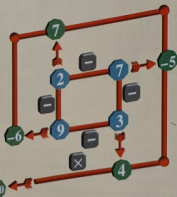
Je choisis 4 nombres, par exemple 2, 3, 7 et 9, et je fais un schéma utilisant les quatre opérations $+$, $\times$, $-$ et $+$...

Lecteur, essayez les 20 autres manières de placer les nombres 2, 3, 7, 9; obtiendrez-vous d'autres résultats que 39, 41 et 69 ?



Il y a 24 manières de placer les 4 nombres 2, 3, 7, 9 dans les cases... Et pourtant, avec le schéma que j'ai choisi, je ne trouve que 3 résultats différents, en plaçant les nombres 2, 3, 7, 9 des 24 manières possibles !

Et avec un tel schéma, combien pourrait-on obtenir de résultats différents en plaçant les nombres 2, 3, 7, 9 des 24 manières possibles ?



$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 7 & \times & 2 & 14 \\ \hline 3 & \times & 9 & 27 \\ \hline \end{array} \quad + \rightarrow 41$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & \times & 7 & 14 \\ \hline 9 & \times & 3 & 27 \\ \hline \end{array} \quad + \rightarrow 41$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & \times & 3 & 6 \\ \hline 7 & \times & 9 & 63 \\ \hline \end{array} \quad + \rightarrow 69$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 7 & \times & 3 & 21 \\ \hline 9 & \times & 2 & 18 \\ \hline \end{array} \quad + \rightarrow 39$$



Et si je mettais dans les cases, les 4 racines d'une équation du quatrième degré ? Mon Dieu, mais...



J'ai trouvé un truc fabuleux ! Il faut que j'aille à la bibliothèque tout de suite.

Le "truc fabuleux" de Louis Poinot ressemblait à l'idée suivante : on s'intéresse aux schémas que l'on peut imaginer avec 5 nombres au départ et les quatre opérations ; et on cherche combien de résultats différents donne le schéma opératoire pour les 20 manières de placer les 5 nombres.

On a alors une surprise :

il n'existe aucun schéma opératoire qui puissent donner 3 ou 4 résultats différents : ou bien ils en donnent 2 ou bien plus de 5 !

Cette impossibilité traduit un résultat difficile que NIELS ABEL et ÉVARISTE GALOIS démontrèrent une trentaine d'années plus tard : aucune manipulation algébrique ne peut transformer une équation de degré 5 en une équation de degré moindre qui serait plus simple à résoudre !

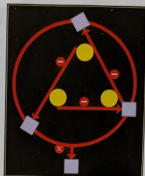
L'idée merveilleuse de Poinot, l'invariance de certaines expressions sous l'action d'un "groupe" de substitutions était "dans l'air". En effet, à peine arrivé à la bibliothèque, Poinot se plonge dans les mémoires les plus récents où une surprise très désagréable l'attend :

Zut ! Vandermonde (*) l'avait trouvé avant moi !



Assurément, de temps en temps, un penseur va plus loin que les autres ! À l'époque de Poinot, par exemple, LAGRANGE avait su tirer de la même idée des conclusions très importantes. Poinot fut un peu déçu... mais lorsqu'il lut les *Réflexions sur la résolution algébrique des équations* (paru en 1770), puis le *Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés* (paru en 1808), de Lagrange, il les comprit si vite et en fit un si intelligent résumé que la communauté des mathématiciens le remarqua et lui offrit en 1813 de remplacer ce même Lagrange à l'Académie des Sciences ! Poinot est surtout connu pour les résultats qu'il a trouvés en mécanique concernant le comportement des solides tournants ; mais ce qui est drôle c'est que la mésaventure précédente lui est aussi arrivée à propos d'un autre problème : celui des polyèdres réguliers...

(*) Outre "Un mémoire sur les fonctions invariantes par permutation des racines d'une équation", en 1774, Vandermonde (1735-1796) est célèbre pour certaines fonctions qui portent son nom et que les mathématiciens adultes reconnaîtront peut-être dans les schémas que nous avons malicieusement dessinés.



◀ Pour les six manières de placer les nombres 2, 4, 7 dans les trois ronds jaunes, combien peut-on trouver de résultats différents ?



◀ Pour les 120 manières de placer les nombres 2, 4, 7, -1, 3 dans les cinq ronds jaunes, combien peut-on trouver de résultats différents ?

La mésaventure de Louis Poinot arrive à tous ceux qui cherchent avec passion. On a soudain une illumination qui éclaire tout un domaine de la pensée et l'excitation et le bonheur sont immenses. Très souvent, bien sûr, une autre femme ou un autre homme a déjà ressenti ce plaisir. C'est un peu décevant mais c'est aussi très beau car cela prouve que nous sommes tout proches par la pensée et que nos réflexions nous poussent collectivement vers les mêmes découvertes.

La vie fulgurante d'Évariste Galois

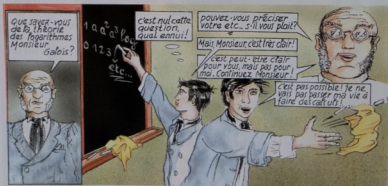
Les 27, 28 et 29 juillet 1830, le peuple de Paris tente de rétablir la République, en renversant le régime monarchique de Charles X. Sur la place de la Bastille* et, partout dans le quartier, des barricades sont levées...

Dans la foule, parmi les "gavroches" et les républicains on trouve un jeune homme de 18 ans : Évariste Galois.



(*) La colonne de la Bastille aujourd'hui en place a été construite entre 1835 et 1840 pour célébrer ces "trois glorieuses" journées. À cette époque restait sur la place la maquette d'une fontaine (en forme d'éléphant) datant de Napoléon.

Très brillant élève en mathématiques, il n'est pourtant pas rentré à l'école Polytechnique ; son oral s'est très mal passé ...



Cette maladresse dans la société, cette impatience, Évariste Galois allait les payer très cher...

Ainsi, en 1831, il est aux côtés d'Alexandre Dumas, lors d'un banquet fêtant l'acquittement de Cavaignac, il ne peut se retenir de porter un toast à la mort du roi Louis-Philippe. Cela lui valut plusieurs mois de détention à la prison de Sainte Pélagie. Il en profita pour écrire de très originales et importantes mathématiques.

À sa sortie, il rencontre Stéphanie D. ; les sentiments qu'il lui porte le rendent très exigeant envers elle et, dans un accès de colère, il l'injurie avec force et grossièreté. Un ami de cette jeune femme le provoque alors en duel. (Était-ce un complot pour l'assassiner ou une triste histoire d'amour ? Jamais on ne le saura !) Il passe toute la nuit précédant son duel à écrire à son ami Auguste Chevalier tout ce qu'il a découvert en mathématiques ; il est sûr que c'est très important. Voici les derniers mots écrits de sa main :

Tu prieras publiquement Jacobi ou Gauss de donner leur avis non sur la vérité mais sur l'importance du théorème. Après cela, il se trouvera, j'espère, des gens qui trouveront leur profit à déchiffrer tout ce gâchis. Je t'embrasse avec effusion.

Et au petit matin du mercredi 30 mai 1832, il est blessé à mort dans le pré de la Glacière près du chemin des Peupliers.



Je n'aurais jamais pu penser que l'on trouverait si peu de gens qui trouveront leur profit à déchiffrer tout ce gâchis. Je t'embrasse avec effusion. P. Galois le 30 Mai 1832.

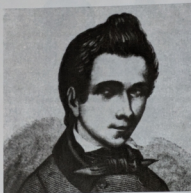


Ce qu'a découvert Évariste Galois au sujet des équations n'est pas vraiment facile à expliquer à un élève de collège. Pourtant la théorie à laquelle il a fait faire ses premiers pas a aussi des applications dans certains jeux qui ont eu naguère beaucoup de succès : le "cube hongrois" est de ceux-là, le "taquin" aussi. Dans le cube hongrois, certains mouvements laissent inchangées certaines parties du cube. C'est en étudiant systématiquement ces parties "invariantes" que l'on arrive à reconstituer le puzzle cubique.



I
N
F
O

Évariste Galois est considéré comme l'un des plus grands génies mathématiques. Né à Bourg-la-Reine le 25 octobre 1811, il meurt à vingt ans et demi. Son mémoire sur "Les conditions de résolubilité des équations par radicaux" ne fut publié qu'en 1846 dans le Journal de Mathématiques de Liouville. Il devait révolutionner les mathématiques...



Pour jeune qu'il était, Évariste Galois n'en avait pas moins les qualités d'un grand scientifique, comme il le montre dans un de ses articles écrit en prison :

"traitant de sujets aussi nouveaux, hasardé dans une voie aussi insolite, bien souvent des difficultés se sont présentées que je n'ai pu vaincre. Aussi trouvera-t-on souvent, dans ces mémoires, la formule « je ne sais pas ». La classe des lecteurs dont j'ai parlé au commencement ne manquera pas d'y trouver à rire. C'est que malheureusement on ne se doute pas que le livre le plus précieux du plus savant serait celui où il dirait ce qu'il ne sait pas..."

LA THÉORIE DES GROUPES ET LE SECRET DU TAQUIN

Il y a une centaine d'années Sam Lloyd inventa le jeu de "Taquin" dessiné ici : il est possible de déplacer les petits carrés en les faisant glisser dans la case vide.

Par exemple, les 4 cases en bas à droite peuvent devenir :

15	11		
12			

 ou

12	15		
11			

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	↓

Lorsque les carrés ont été mélangés, comment peut-on essayer de les remettre en place ?

Le truc essentiel consiste à faire une espèce de "conjugaison", exactement comme on la fait avec les verbes. En répétant à bon escient diverses "conjugaisons", on arrive à remettre à leur place toutes les cases dérangées... Sam Lloyd avait promis une fortune à celui qui pouvait déplacer les cases de manière à échanger le 14 et le 15. Or, on peut démontrer qu'un tel déplacement est impossible. Ce n'est pas la peine de le chercher ! De la même manière, Galois savait démontrer pourquoi ce n'était pas la peine de chercher à résoudre *certaines équations*...

5	1	3	4
2	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

faire un mouvement dit de "chaîne de vélo"

5	1	3	4
2		15	14
9	12	11	10
13	8	7	6

permuter trois cases pour bien les placer

1	2	3	4
5		15	14
9	10	11	10
13	8	7	6

faire le mouvement de "chaîne" inverse

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

PLACER

(échanger le radical

AIMER

conjuguer le verbe connu (1^{er} groupe)

tu AIMeras

faire l'échange inverse de radical

tu PLACeras