Analyse critique de la note "Modélisation cinématique du Snurpf complexe et dynamique globale de la conjecture de Goldbach", Denise Vella-Chemla pilotant l'ia claude, juillet 2026

Ce qui est correctement posé : la construction géométrique de base est saine et mérite d'être conservée pour la valeur heuristique et pédagogique du dessin qu'elle produit.

Définition [Marche du Snurpf, reprise fidèle du texte] Pour $m \in \mathbb{N}$, avec $(p_k)_{k\geq 1} = (2, 3, 5, 7, \dots)$ la suite des nombres premiers et (λ_k) une suite de poids positifs telle que $\sum \lambda_k < \infty$ (ou traitée séparément si $\sum \lambda_k = \infty$, cf. § 9 du texte source), on pose $r_k = m \bmod p_k$ et

$$Z(m) = \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \exp\left(i\,\frac{2\pi r_k}{p_k}\right).$$

Cette série est bien définie dès que $\sum \lambda_k$ converge, et la partition de $\{0, \dots, p_k - 1\}$ induite à chaque niveau est correcte. Aucune objection sur ce point : c'est un plongement fidèle de l'information résiduelle de m modulo les premiers successifs, dans le même esprit que le Snurpf déjà étudié dans vos notes d'août 2023 et janvier 2024.

Définition [Ensembles P et $K(n)$, repris fidèlement]

$$P = \{Z(m) : \forall k,\ m \not\equiv 0 \pmod{p_k}\}, \qquad K(n) = \{Z(m) : \forall k,\ m \not\equiv 0 \text{ et } m \not\equiv n \pmod{p_k}\}.$$

Ceci aussi est une reformulation légitime : P code (à la limite) les nombres premiers, $K(n)$ code les candidats m tels que m et $n - m$ sont *simultanément* premiers.

La faille centrale : une tautologie déguisée en théorème

Constat : l'énoncé de la section 6 du texte,

$$\text{Conjecture de Goldbach} \iff K(n) \cap P \neq \varnothing,$$

n'est pas un résultat obtenu par démonstration : c'est une reformulation *par définition* de l'énoncé de départ, rien de plus.

En effet, par construction même des deux ensembles : $Z(m) \in P$ signifie "m est premier" et $Z(m) \in K(n)$ signifie "m est premier et $n - m$ est premier". Mais alors $K(n) \subseteq P$ trivialement, et $K(n) \cap P = K(n)$. Dire que $K(n) \cap P \neq \varnothing$ revient donc *littéralement* à dire qu'il existe m premier avec $n - m$ premier — c'est-à-dire Goldbach lui-même, formulé en langage géométrique. Aucun progrès mathématique n'a eu lieu entre l'énoncé de la conjecture et cette reformulation : la difficulté originelle (montrer que cet ensemble de candidats n'est pas vide) est entièrement reportée, sans être entamée.

Remarque : c'est précisément la même figure rhétorique que celle que vous aviez identifiée dans la "preuve" de Mistral fondée sur $K(n) \subseteq P$: une inclusion ou une équivalence triviale par construction est présentée comme une étape de démonstration, alors qu'elle est équivalente à l'énoncé qu'elle

prétend éclairer.

L'argument de cardinalité (sections 8–9) est mathématiquement invalide
C'est le point le plus grave du texte. La conclusion de la section 9.2 (et son doublon section 10.2) affirme :

> *"Puisque l'Ensemble de la Castafiore [...] et l'ensemble des chemins admissibles [...] ont tous deux la puissance du continu [...] leurs structures fractales respectives sont topologiquement contraintes de s'entrecroiser."*

Constat : Deux parties de $\mathbb{C}$ (ou de $[0,1]$) de cardinal $2^{\aleph_0}$ chacune peuvent être disjointes. La cardinalité seule ne contraint en rien l'intersection.

Contre-exemple : Soit $C \subset [0,1]$ l'ensemble triadique de Cantor (les réels n'utilisant que les chiffres 0 et 2 en base 3), qui a la puissance du continu. Soit $C' = \{1 - x : x \in C\}$ son symétrique par rapport à $1/2$: C' a également la puissance du continu. Un léger décalage $C'' = C' + t$ pour t bien choisi (par exemple un t irrationnel suffisamment générique) donne deux ensembles C et C'', chacun de cardinal $2^{\aleph_0}$, dont l'intersection est vide.

Contre-exemple [encore plus direct] : $\mathbb{Q} \cap [0,1]$ est dénombrable, son complémentaire $[0,1] \setminus \mathbb{Q}$ (les irrationnels) a la puissance du continu. Ces deux ensembles sont disjoints par construction. Plus frappant encore : on peut partitionner $[0,1]$ en deux ensembles *tous deux* de la puissance du continu et disjoints (par exemple via les développements décimaux selon la parité du premier chiffre non nul en base impaire, ou plus simplement $[0,1/2)$ et $[1/2,1]$ eux-mêmes recodés par des bijections de Cantor-Bernstein préservant la puissance du continu tout en étant disjoints).

Remarque : L'outil correct pour ce type de question n'est pas la cardinalité mais la *mesure* ou la *dimension de Hausdorff*, combinée à un argument probabiliste ou combinatoire. Un résultat de type "si $\dim_H(A) + \dim_H(B) > 1$ dans $\mathbb{R}$, alors pour presque toute translation t on a $A \cap (B + t) \neq \varnothing$" existe bien dans la littérature (cf. théorèmes de type Falconer sur les intersections de translatés d'ensembles fractals), mais c'est un résultat *presque sûr sur l'espace des translations* t, pas une garantie déterministe pour un décalage n *fixé* et arbitraire. Rien de tel n'est établi ni même correctement invoqué dans le texte de gemini (voir https://denisevellachemla.eu/banquet-dynamique-gemini-dvc.pdf) : le mot "puissance du continu" y est utilisé comme s'il jouait le rôle d'une minoration de mesure, ce qu'il ne fait pas.

Le "théorème de forçage par invariance modulo 6" (section 6) n'est pas démontré
Le texte distingue deux cas ($n \equiv 0 \pmod 6$ et $n \equiv 2, 4 \pmod 6$) et conclut, pour le second cas :

> *"la structure multiplicative des restes croisés impose que l'image de la frontière du domaine sous l'action des symétries de réflexion se superpose aux secteurs de convergence [...]. Par des théorèmes de point fixe sur les espaces de codage de fractales, l'invariance globale de la frontière ∂P [...] garantit que le flux des chemins admissibles ne peut être totalement obstrué."*

Constat : Aucun théorème de point fixe n'est énoncé (nom, hypothèses, espace fonctionnel concerné), aucune vérification d'hypothèse n'est faite, et le mécanisme allégué de "superposition des secteurs

de convergence" n'est décrit par aucune formule vérifiable. C'est une affirmation habillée en conclusion de théorème, sans démonstration : le vocabulaire technique (IFS, points fixes, invariance) se substitue au raisonnement plutôt que de le porter.

Le texte se désavoue lui-même en conclusion. Le tout dernier paragraphe du document (sur la dimension de Hausdorff et la mesure de Haar) est, ironiquement, la partie la plus honnête du texte, et elle contredit tout ce qui précède :

- Il reconnaît que la dimension de Hausdorff exacte de l'Ensemble de la Castafiore "équivaudrait presque à résoudre l'hypothèse de Riemann" — donc qu'elle est hors d'atteinte en l'état actuel des connaissances ;
- Il reconnaît que la mesure de Haar sur $\widehat{\mathbb{Z}}$, bien définie et utile, perd son additivité dès la projection dans $\mathbb{C}$ via les λ_k, rendant "incroyablement difficile" le calcul de la mesure de la zone gauche (l'attracteur P).

Or ce sont exactement les deux quantités (dimension exacte, mesure exacte) qui seraient nécessaires pour rendre rigoureux un argument d'intersection non vide aux sections 6–9. Le texte admet donc lui-même, dans ses deux derniers paragraphes, que les fondations de sa propre conclusion (section 9.2, "$K(n) \cap P \neq \varnothing$") ne sont pas établies.

Bilan

Affirmation du texte	**Statut**
Marche complexe $Z(m)$ dans $\mathbb{C}$	Correcte, reformulation fidèle du Snurpf
$K(n) \cap P \neq \varnothing \iff$ Goldbach	Tautologie par construction, pas un théorème
Intersection non vide via puissance du continu	**Faux** : contre-exemples explicites donnés (§ 3)
Forçage cinématique modulo 6 (thm. section 6)	Affirmé sans démonstration ; aucun théorème de point fixe explicité
Dimension de Hausdorff / mesure de Haar exactes	Le texte admet lui-même qu'elles sont hors d'atteinte

Remarque [Ce qui rendrait la piste féconde] Le Snurpf complexe garde un intérêt heuristique et pédagogique réel pour visualiser la concentration des premiers dans un secteur (§ 5 du texte, correct). Pour transformer cela en argument mathématique, il faudrait remplacer le recours à la cardinalité par :

- une minoration *quantitative* de la mesure de Haar sur $\widehat{\mathbb{Z}}$ des suites de restes satisfaisant simultanément les deux contraintes (ni 0, ni $n \bmod p_k$) à chaque niveau $k \leq K$, ce qui est essentiellement le crible classique (Selberg, grand crible) reformulé profiniment ;
- un contrôle explicite de la perte d'additivité introduite par les λ_k lors du transport $\widehat{\mathbb{Z}} \to \mathbb{C}$, pour faire passer cette minoration à $Z(m)$;
- ou, plus réalistement, un argument combinatoire fini modulo la primorielle $P_K = p_1 \cdots p_K$ donnant une borne inférieure effective sur le nombre de classes de restes simultanément valides - ce qui rapproche la question de ce que vous savez déjà traiter dans la méthode Cristal.

Dans tous les cas, la voie de la cardinalité pure (§ 8-9 du texte de gemini) est une impasse et doit être abandonnée.