

Trois traductions d'interventions de Terence Tao au sujet de l'ia en 2026

Ci-dessous, trois transcriptions de conférences, dont le transcript a été obtenu par Downsub, et qui ont ensuite été traduites par google traduction. J'ai corrigé quelques erreurs, assez peu, mais je n'ai pas pu suivre les conférences elles-mêmes, n'étant pas capable de suivre le débit (en anglais courant) très rapide du locuteur.

1. Le mathématicien Terence Tao reçoit la médaille Madison lors de la journée des anciens élèves de l'Université Princeton
Mathematician Terence Tao receives Madison Medal at Princeton University's Alumni day
<https://www.youtube.com/watch?v=Nft7XqMmrWs>
2. Comment le plus grand mathématicien du monde utilise-t-il l'ia ?
How the world's top mathematician uses ai
<https://www.youtube.com/watch?v=Q8Fkpi18QXU>
3. Les mathématiques à l'ère de l'ia (Congrès international des mathématiques 2026)
Mathematics in the age of ia (ICM 2026)
<https://www.youtube.com/watch?v=sxAe4HJceFQt=8s>
<https://teorth.github.io/tao-web/slides/age-of-ai-icm-2026.pdf>

Merci beaucoup. C'est un plaisir d'être de retour à l'ICM en personne. Cela fait longtemps. Nous retrouvons beaucoup de vieux amis, nous mangeons un morceau et l'ambiance est très positive.

Alors, ma conférence porte sur le sujet dont tout le monde parle ces temps-ci : l'ère de l'ia. Que ferons-nous face à cela ? Nous semblons vivre une époque de grands bouleversements, ce à quoi nous ne sommes peut-être pas habitués, car les mathématiques ont été très stables pendant plus d'un siècle. Nous n'avons pas connu de véritables crises existentielles, mais voilà que soudain, nous semblons connaître de nombreux changements, apparemment imprévus. Mais je pense qu'il existe des raisons logiques à ce que nous traversons. En guise de prologue, je parlerai de la crise des mathématiques qui a eu lieu il y a un siècle. Avant le tournant du XXe siècle, les mathématiciens travaillaient de manière semi-formelle. Vous savez, nous avions Euclide, nous connaissions les démonstrations, mais nous n'avions pas complètement axiomatisé les fondements de la logique, des ensembles et de l'analyse. Nous utilisions en grande partie des méthodes informelles pour les établir. Ainsi, pour des questions comme : qu'est-ce qu'un ensemble ? Qu'est-ce qu'un nombre ? Qu'est-ce qu'une fonction ? Qu'est-ce qu'une limite ? Nous avions quelques règles, mais nous n'avions pas vraiment formulé par écrit tous les axiomes des mathématiques. Ce n'était pas grave. Nous étudions les autres fondements des mathématiques et les crises. Voilà. Nous les étudions comme beaucoup d'autres laboratoires scientifiques. Et nous avons fait confiance à ces fondements, vous savez, à travers les siècles. Et

Transcription en $\text{\LaTeX}$ et correction de la traduction obtenue par Google traduction des transcripts Downsub :
Denise Vella-Chemla, juillet 2026.

nous pensions qu'il n'y avait, enfin, aucune possibilité théorique qu'il y ait eu un problème sérieux dans ces fondements, mais ils semblaient fonctionner et ils semblaient fonctionner depuis un siècle. Et, vous savez, le fait est que les ia ont, ou ont acquis, les capacités de faire des mathématiques.

Alors, c'est une question importante, une question qui concerne toute la communauté. Vous savez, personne ne veut être le seul à vouloir en débattre. On peut simplement établir des règles et les suivre. Il faut vraiment débattre de cette question, comme on a dû le faire pour les fondements de notre discipline. J'ai quelques remarques pour clarifier la situation. Ce n'est pas une question de mathématiques. Ce n'est pas une conjecture avec une démonstration, une conclusion et une leçon à en tirer. C'est une question méta-mathématique. Et cela inclut aussi une question morale, éthique, culturelle, économique, etc. Donc, ce n'est pas une question de mathématiques. Cependant, je pense qu'une approche rigoureuse et mathématique de ces problèmes peut être très utile. Je vais donc aborder cette question de manière pseudo-mathématique. Je vais utiliser le langage des mathématiques pour tenter d'analyser cette question, même si elle n'est pas mathématique. Et, étant donné son importance, j'espère vous faire part de notre avis sur la décision prise afin de clarifier les points essentiels. Nous nous intéressons donc beaucoup à la réaction de la communauté sur la question de savoir ce que nous devons faire de l'intelligence artificielle ? Il s'agit d'une sous-question qui a dominé le débat ces dernières années, mais elle est légèrement différente. C'est ce que j'appellerai la controverse au sein de la communauté ia. Comme je l'ai dit, j'utilise le langage des mathématiques. Je vais appeler cela une controverse. Si vous regardez tous les débats dans les médias et l'opinion publique, vous savez, dans les articles et sur la toile, vous savez, parce que la réponse à cette question de réponse mutuelle dépend tellement de la réponse à la controverse de la communauté ia, et j'ai participé au débat à ce sujet. Vous savez peut-être que j'ai beaucoup parlé ces dernières années à propos de l'ia. Et j'y ai beaucoup réfléchi.

Le mot "ia" lui-même est important car il est particulier. Il y a eu une époque, il y a environ trois ans, où la communauté était très enthousiaste et la situation s'améliorait nettement. On était vraiment dans un état d'esprit positif, on réfléchissait à notre situation et à l'évolution de la technologie. Mais ce n'est pas le sujet de mon intervention, tout à l'heure, j'y reviendrai. Si vous suivez l'actualité sur la toile, vous avez sûrement entendu de nombreuses affirmations et contre-affirmations, ainsi que des débats sur la véracité de ce que l'ia peut faire. J'ai dit que nous disposions désormais de nombreuses données. Plus précisément, des problèmes ont été résolus. Cette nouvelle organisation, ou quelque chose comme ça, a créé un ensemble de problèmes dédiés, un ensemble de dix problèmes de recherche non publiés. La solution par les ia sera publiée ultérieurement, ou plutôt les résultats, et ces problèmes sont proposés à des modèles d'ia autonomes. En mai dernier, quatre faisceaux de problèmes avaient été soumis.

J'allais en fournir l'exemple. Ils les ont testés sur deux problèmes et, par rapport aux quatre solutions, ils ne se sont pas contentés de se demander si elles étaient pertinentes ou si elles étaient suffisamment bien expliquées pour être publiées. Ils se demandaient si ce serait raisonnable de les publier dans un journal ou une revue, même avec une légère erreur. C'est donc, je crois, la question importante que nous devons aborder aujourd'hui. Pas seulement aujourd'hui, mais dans les années à venir. C'est un cercle vertueux : quels sont les objectifs précis en matière d'éthique et de valeurs de notre communauté et de notre domaine ? Nous avons des objectifs explicites : lorsque nous rédigeons des communiqués de presse, des résumés d'articles ou des demandes de subventions, nous

disons : “Voici l’objectif de ce projet.”

Ce sont là nos objectifs explicites. Mais nous constatons qu’il existe aussi de nombreux objectifs implicites dont nous ne parlons pas suffisamment. Et il devient soudainement crucial d’en parler.

Permettez-moi de vous expliquer pourquoi. Auparavant, nous affirmions nous concentrer principalement sur des objectifs techniques : améliorer telle constante, tel théorème, mettre à jour une définition devenue obsolète. Quant aux questions de valeurs et de finalités, comme par exemple : “Quels sont les objectifs des mathématiques?”, on pensait que ce serait plutôt du ressort des philosophes des mathématiques, des sociologues des sciences ou des didacticiens des mathématiques. Mais en réalité, nous nous sommes peut-être trop concentrés sur les aspects techniques, car c’est notre point fort. Travailler avec ce genre de choses est tellement facile. L’éthique est souvent négligée, mais je soutiens que si l’on part du principe que nous travaillons sur ce sujet, nous ne pourrions plus nous permettre de dissimuler nos objectifs. Et je pense que ce problème est soluble. Ce problème est résoluble, que cette hypothèse soit vraie ou fausse, valide ou autre. Je pense qu’il est grand temps de nous en occuper.

Nous devons absolument parler du pourquoi nous faisons des mathématiques et du véritable but de notre discipline. Nous en ressortirons plus forts. Alors, pourquoi faisons-nous de la recherche? Pourquoi cherchons-nous à résoudre des problèmes et à explorer des concepts mathématiques? Il y a en fait de nombreuses raisons, et je ne pense pas que quiconque en ait dressé une liste exhaustive.

Voilà quelques exemples, vous savez, donc bien sûr, nous résolvons toutes sortes de problèmes, des problèmes qui ont des applications, c’est important. Il y a aussi les problèmes purs, vous savez, ceux qui n’ont pas d’application directe à la survie, mais il y a aussi de nombreux objectifs importants et élevés. Et des choses très importantes se produisent dans ces domaines, sans aucun lien avec la finance. Nous aimons développer de nouveaux outils dans ces domaines et pour répondre à leurs besoins. Nous aimons mieux comprendre les dynamiques. Nous aimons comprendre le monde qui nous entoure. Alors, qu’est-ce que le monde, nous l’avons étudié par le passé, sans les ia. Vous savez, je veux dire, nous voulons comprendre le monde.

Mais vous savez, la communauté des mathématiciens est une communauté très sociale. Par exemple, nous sommes passionnés par les mathématiques. Nous pouvons communiquer avec beaucoup de nos membres comme avant et nous allons reconstruire cette communauté. Nous voulons former la prochaine génération d’étudiants dans une bonne société. Nous investissons beaucoup d’efforts pour former et éduquer la prochaine génération de mathématiciens. Nous avons obtenu ces résultats, mais comme les humains ne sont pas très doués pour l’optimisation, les ia, elles, le sont. Et les entreprises spécialisées en ia le sont aussi.

Et c’est en fait une combinaison dangereuse : les ia peuvent optimiser, sans être entravées par la réalité. Et donc, elles nous sont d’une grande aide. Et donc oui, nous entrons maintenant dans une période où tous nos objectifs se heurtent, s’opposent et vont dans des directions concurrentes. Et je pense, vous savez, que l’ia en particulier pourrait nous rapprocher de l’un de ces objectifs, mais au détriment des autres.

Et donc, nous ne pouvons plus nous permettre de nous concentrer sur un seul objectif à la fois. Et les objectifs sur lesquels nous nous concentrons doivent être parfaitement définis : quels sont nos objectifs ultimes pour la société ? Voilà donc la situation dans laquelle nous nous trouvons. Je n'ai malheureusement pas le temps de passer en revue tous ces objectifs. Je vais donc me concentrer sur un seul, mais c'est celui qui retient le plus l'attention dans cette situation. Il semble que l'une des choses qui nous caractérisent, c'est notre obsession pour la résolution de problèmes sociaux. Donc, je vais aborder cet aspect de notre approche de la résolution de problèmes. J'ai essayé de souligner que ce n'est que l'un des aspects des mathématiques, mais je vais le développer. J'ai quelques points à aborder concernant cet objectif en particulier. Oui, je veux dire, nous savons tous que nous essayons toujours d'atteindre autant d'objectifs que possible. Nous avons donc de nombreuses applications, et nous sommes davantage intéressés par l'élaboration de théories intéressantes ou par l'éducation de la prochaine génération. Ce sont tous des objectifs très importants. Je vais me concentrer sur la résolution de problèmes, car c'est le domaine actuellement le plus vulnérable aux attaques d'ia. Si l'on part du principe que nous travaillons sur ce sujet, même si l'on affirme que c'est approuvé par les utilisateurs, je suis vigilant et je ne valide pas les résultats. Je ne sais pas si c'est correct ou non. Et si quelqu'un dit préférer une approche plus directe, je comprends, mais je ne peux pas me porter garant. Ce n'est pas encore arrivé, mais nous sommes très proches d'un scénario où un résultat majeur, une preuve, serait vérifié, mais qu'aucun humain ne pourrait comprendre ni expliquer. Ce serait un développement très anormal. Cela signifie donc qu'il y a au moins une étape supplémentaire à franchir. Notre objectif a été modifié. Il ne suffit plus de générer des preuves, mais seulement de les vérifier. Les preuves doivent être expliquées afin d'être compréhensibles par la communauté mathématique.

Les spécialistes ne peuvent pas se contenter d'être des techniciens, vous savez, avec des exploits impressionnants qui ne mènent à rien de plus. Vous savez, il faut absolument que ces solutions soient... donc, nous devons générer des solutions qui fonctionnent. Actuellement, les ia ont des difficultés avec les deux premières étapes de ce processus. Elles sont encore assez faibles lors de la première étape. Elles sont performantes pour certains aspects de l'exposé, mais pas pour d'autres. Par exemple, au niveau de l'orthographe, de la grammaire et de la mise en forme, elles sont parfaites.

C'est presque trop parfait comparé à l'attente des gens qui préfèrent lire un texte légèrement imparfait. Mais bon, il ne s'agit pas seulement d'orthographier correctement. Souvent, l'analyse est très étrange. Par exemple, l'ia qui génère le texte est très frustrante à lire.

Dans une preuve, vous cherchez, vous savez, quel était le point le plus important ? Quelle était la partie la plus difficile ? Quel était l'aspect intéressant d'un résultat ? Et vous constaterez que les ia passent autant de temps sur des choses triviales et aléatoires, c'est-à-dire, vous savez, je pense qu'elles se contentent de mettre quelque chose d'évident. Et puis, en trois lignes, elles concluent sur une partie vraiment intéressante de l'article. C'est un article de mon collègue que j'ai retrouvé dans des proceedings de 1981, que j'ai lu hier. Il s'agit d'une conférence sur la théorie des jeux, en fait sur mes travaux qui ont été présentés hier. C'est essentiellement basé sur ça, mais pour ceux d'entre vous qui n'ont jamais lu un article de Jean Bourgain, c'est une expérience très enrichissante. J'ai encore mes notes de la dernière fois que j'ai essayé de lire cet article. Il disait : "Clairement, ceci et cela, ceci et cela, c'est la même chose." Cela équivaut essentiellement à ceci.

Et j'étais un peu frustré par les questions-réponses, je ne trouvais pas de place et j'étais un jeune chercheur... [rires]... Bon, ça va. Je m'en suis sorti. J'ai eu beaucoup de chance, et j'ai fini par comprendre ce qu'il faisait.

Et en fait, c'est grâce à ça que j'ai enfin compris sa façon de penser. Et puis, j'ai réalisé que certaines choses que je faisais étaient similaires à son travail et j'ai énormément appris. À tel point que, quelques années plus tard, je préférais lire les articles de Jean Bourgain à ceux de tous les autres chercheurs. Je trouvais son travail excellent et je voyais bien que ce qu'il disait était très pertinent. C'était toujours un plaisir d'être en sa compagnie. C'était vraiment un apprentissage. Et je pense que si j'avais passé des jours à me perdre dans les méandres de l'ia et de la confusion, je n'aurais peut-être pas reçu la même éducation. Donc, il ne s'agit pas seulement de rédiger un article. Il s'agit aussi de lire et de comprendre les résultats. Ces deux études étaient très particulières. Il faut sourire aux caméras et essayer d'être plus aimable qu'on ne l'est réellement. Et puis, il faut dire plus souvent des choses un peu absurdes et politiques, et expliquer ce qu'on fait. L'indicateur de succès, c'est si ce qu'on fait permet aux gens de comprendre. Même si on démontre que ce qui est fait est correct, et qu'on pense que les lecteurs en tireront un réel bénéfice, ce n'est pas toujours le cas. Pour influencer le développement futur de mes articles, il faut que mon travail soit un exemple à suivre et que la communauté le valorise. Les autres chercheurs doivent avoir envie de le lire, de l'assimiler et de l'intégrer à leurs travaux. Bien sûr, ça ne prendra pas des heures à lire et ce sera facile à lire, mais ce n'est qu'une suggestion, pas une obligation. On peut encourager, rendre ses articles plus attrayants, mais on ne peut pas se contenter de trouver des optimisations maintenant que l'ia est là.

Cela implique des ressources humaines et à moins que tout soit correct, le processus en utilisant l'ia est beaucoup plus lent et, pour l'essentiel, l'ia n'a pas eu d'impact sur moi. Oui, ce sont toujours les humains qui communiquent entre eux qui restent les plus pertinents. Actuellement, lorsque nous procédons ainsi, nous utilisons des revues scientifiques. Une fois qu'un article est jugé suffisamment bon pour être soumis, nous l'envoyons à des relecteurs qui se portent volontaires pour l'évaluer, non pas parce que les auteurs n'ont pas vérifié leur article, mais parce qu'ils souhaitent encourager les auteurs à devenir de meilleurs mathématiciens. C'est une façon de promouvoir une nouvelle génération de mathématiciens. Ce n'est pas un travail prestigieux.

Je veux dire, les gens que le public connaît sont les quatre personnes médaillées tous les 4 ans pour avoir résolu des problèmes. Mais c'est une partie essentielle de ma profession qu'il y ait des reviewers d'articles, et les reviewers ne sont pas payés pour ça. Nous n'avons pas encore été payés. Nous devons faire beaucoup de choses à la maison, réfléchir à la bonne façon d'enseigner ces choses, et c'est lent. Je veux dire, il faut donner des cours, obtenir des retours. Il faut lire les articles. Comment trouver la bonne façon d'organiser les idées, même les différentes idées, dans un récit cohérent ? Et c'est un consensus, vous savez. Je veux dire, si la moitié des mathématiciens d'un domaine pensent qu'il faut faire les choses d'une certaine manière et l'autre moitié d'une autre manière, alors il n'y a pas de dialogue. Et c'est à ce stade que l'ia est fondamentalement complètement inutile. Donc, je pense que cette sorte de bas niveau, je vois cela comme ma priorité dans tout ce processus. Mais c'est la partie la plus précieuse. Si vous voulez appliquer un domaine des mathématiques à un autre domaine des mathématiques, c'est important. Il faut le comprendre sous cette forme, vous comprenez ? Si vous voulez que les mathématiques deviennent utiles aux ingénieurs, aux physiciens, aux avocats ou à qui que ce soit d'autre, eh bien, ces personnes se fichent complètement des dernières

avancées dans les annales des mathématiques ou quoi que ce soit d'autre.

Ils veulent les manuels scolaires. Et cela ne se produit pas encore, mais si l'on extrapole, on se retrouvera bientôt avec une montagne de preuves publiées, générées par l'ia, que personne ne saura convertir en manuels scolaires et utiliser pour enseigner, je suppose, l'anglais. Bref, ce sont tous des problèmes d'abondance, vous voyez ? On peut donc classer tous les problèmes du monde en problèmes de rareté et problèmes d'abondance. Faisons une analogie avec le domaine de l'alimentation. Ainsi, concernant l'alimentation, par exemple, on observe la famine et la malnutrition. Ce sont des problèmes liés à la pénurie alimentaire. On constate également l'obésité, le manque d'exercice et une mauvaise alimentation. Ce sont des problèmes liés à l'abondance alimentaire. Nous avons donc passé des siècles dans une ère de pénurie alimentaire, mais si l'on adhère à cette hypothèse de travail, nous allons très bientôt entrer dans une ère d'abondance. Et c'est ce que nous devons faire. En matière d'alimentation, nous nous adaptons en devenant beaucoup plus conscients de ce qui est bon pour la santé, de ce qui ne l'est pas, de ce qui constitue un bon exercice physique, de ce qui ne l'est pas. Nos goûts alimentaires, nos préférences culinaires, tout cela évolue. Nous rejetons certains aliments, que nous jugeons immangeables, mais nous ne mangeons pas tout ce qui se trouve dans notre assiette. On peut analyser ce phénomène en comprenant ce que nous sommes et ce que nous faisons. Cela clarifie vraiment ce point. D'accord, donc vous savez, et cela nous éclaire sur le fonctionnement d'une revue et sur la manière d'évaluer et de résoudre les problèmes liés aux futurs moyens de recrutement. Mais il y a beaucoup d'autres aspects et d'autres objectifs qui nous importent, et ces économies auront aussi besoin d'algorithmes. Nous devons donc également... Ce que je viens d'aborder, la résolution de problèmes, les gens doivent aussi le faire pour l'enseignement, l'ingénierie, le recrutement, l'exécution d'applications ; chaque aspect de notre profession doit être examiné, discuté, analysé et développé. C'est un vaste sujet et je dois prendre le temps de l'aborder en détail.

Oui, donc, et la responsabilité se répartit dans les différentes parties de notre profession.

Je pense qu'il y aura des aspects de notre profession où nous devrons tout simplement nous en passer. L'éducation et la formation en particulier. Je pense qu'il peut être néfaste d'utiliser trop d'ia dès le début. Les gens ont besoin de développer leurs propres compétences innées avant d'apprendre à utiliser ces outils. Tout comme on enseigne l'arithmétique avant d'utiliser une calculatrice, ou comment on apprend à marcher avant de se voir confier les clés d'une voiture. C'est la même chose en mathématiques. Il y a d'autres domaines où nous devrions utiliser l'ia, mais nous devrions prendre l'initiative et définir les règles concernant les types de recherche en ia acceptables ou non, sans laisser des facteurs externes dicter ce qui est bon pour notre communauté. Il y aura des domaines où les supports traditionnels, comme les revues, ne seront tout simplement pas adaptés. Nous devons créer de nouveaux flux de travail, de nouvelles structures. Ce serait un sujet à part entière, et je n'ai malheureusement pas le temps de l'aborder ici.

Aujourd'hui, je discute avec Terence Tao, que l'on ne présente plus. Terence, j'aimerais que vous nous racontiez comment Kepler a découvert les lois du mouvement planétaire, car je pense que ce

sera un excellent point de départ pour parler d'intelligence artificielle appliquée aux mathématiques.

J'ai toujours eu un intérêt d'amateur pour l'astronomie. J'ai toujours été fasciné par les récits des premiers astronomes qui ont percé les mystères de l'univers. Kepler s'appuyait sur les travaux de Copernic, qui lui-même s'appuyait sur ceux d'Aristarque. Copernic a notamment proposé le modèle héliocentrique, selon lequel, au lieu que les planètes et le Soleil tournent autour de la Terre, le Soleil est au centre du système solaire et les autres planètes tournent autour de lui. Copernic a proposé que les orbites des planètes soient des cercles parfaits. Sa théorie correspondait aux observations réalisées par les Grecs, les Arabes et les Indiens au fil des siècles. Kepler découvrit ces théories lors de ses études et fit l'observation que les rapports de taille des orbites prédits par Copernic semblaient avoir une signification géométrique. Il commença à proposer que si l'on prenait l'orbite de la Terre et qu'on l'enfermait dans un cube, la sphère extérieure qui englobait le cube correspondait presque parfaitement à l'orbite de Mars, et ainsi de suite.

On connaissait alors six planètes et cinq espaces entre elles, ainsi que cinq solides platoniciens parfaits : le cube, le tétraèdre, l'icosaèdre, l'octaèdre et le dodécaèdre. Il avait donc cette théorie, qu'il trouvait absolument magnifique, selon laquelle on pouvait inscrire ces solides platoniciens entre les sphères des planètes. Cela lui semblait cohérent, et il lui paraissait que la conception divine des planètes correspondait à cette perfection mathématique des solides platoniciens. Il lui fallait des données pour confirmer cette théorie. À l'époque, il n'existait qu'un seul ensemble de données de très haute qualité.

Tycho Brahe, cet astronome danois excentrique et fortuné, était parvenu à convaincre le gouvernement danois de financer cet observatoire extrêmement coûteux. Il s'agissait en fait d'une île entière où, pendant des décennies, il avait observé toutes les planètes, comme Mars et Jupiter, au moins chaque nuit de ciel dégagé, à l'œil nu. Il était le dernier des astronomes pratiquant l'observation à l'œil nu.

Il disposait de toutes ces données que Kepler pouvait utiliser pour confirmer sa théorie. Kepler commença à travailler avec Tycho Brahe, mais ce dernier était très jaloux des données. Il ne lui en donnait que des bribes à chaque fois. Kepler finit par voler les données. Il les copiait et dut se battre avec les descendants de Brahe. Il obtint les données, et découvrit alors, à sa grande déception, que sa belle théorie ne fonctionnait pas tout à fait. Les données s'écartaient de sa théorie des solides platoniciens d'environ 10 %. Il essaya toutes sortes de bidouillages, déplaçant les cercles, mais sans succès. Il travailla sur ce problème pendant des années et des années, et finalement, il trouva comment utiliser les données pour calculer les orbites réelles des planètes. C'était une analyse de données incroyablement ingénieuse, d'une ampleur remarquable. Il découvrit ensuite que les orbites étaient en réalité des ellipses, et non des cercles, ce qui fut un choc pour lui. Il en déduisit donc les deux lois du mouvement planétaire : l'ellipse et le fait que des aires égales soient balayées en des laps de temps égaux.

Dix ans plus tard, après avoir collecté une quantité considérable de données, les planètes les plus éloignées, comme Saturne et Jupiter, lui ayant donné du fil à retordre, il finit par établir cette troisième loi : le temps de révolution d'une planète est proportionnel à une certaine puissance de sa distance au Soleil. Ce sont les trois célèbres lois du mouvement de Kepler. Il n'en avait au-

cune explication. Tout était guidé par l'expérimentation, et il fallut attendre un siècle plus tard que Newton propose une théorie expliquant simultanément les trois lois. L'idée que je souhaite vous soumettre est que Kepler était un théoricien du mouvement. Newton propose ensuite cette explication de la véracité des trois lois du mouvement planétaire. Bien sûr, la manière dont Kepler découvre ces lois, ou détermine les orbites relatives des différentes planètes, est, comme vous le dites, un véritable coup de génie. Mais tout au long de sa carrière, il semble tâtonner au hasard. D'ailleurs, dans l'ouvrage où il énonce la troisième loi du mouvement planétaire, faisons une petite digression sur "L'Harmonie des sphères", un livre qui explique comment chaque planète possède ses propres harmonies. La famine et la misère qui règnent sur Terre seraient dues aux notes fa-mi qui la caractérise. C'est de l'astrologie pure et simple, certes, mais on y retrouve la loi du cube-carré, qui établit le lien entre la période d'une planète et sa distance au Soleil. Comme vous l'expliquiez, en combinant cette loi à la formule $F = ma$ de Newton et à l'équation de l'accélération centripète, on obtient la loi de l'inverse du carré de la distance. C'est ainsi que Newton l'a découverte. Ce qui rend cette histoire si intéressante, c'est que les étudiants en master peuvent explorer des relations aléatoires pendant vingt ans, même si certaines semblent absurdes, pourvu qu'ils disposent d'une base de données vérifiable comme celle de Brahe, qui est "Bon, je vais essayer des choses au hasard avec des notes de musique, des objets platoniciens ou différentes géométries. J'ai cette intuition qu'il y a quelque chose d'important dans la géométrie de ces orbites." Et puis, une chose fonctionne. Tant qu'on peut la vérifier, ces régularités empiriques peuvent mener à de véritables progrès scientifiques. Traditionnellement, lorsqu'on parle d'histoire des sciences, la génération d'idées a toujours été considérée comme l'aspect le plus prestigieux. Un problème scientifique comporte de nombreuses étapes. Il faut identifier un problème, puis trouver un problème pertinent et fructueux sur lequel travailler. Ensuite, il faut collecter des données, élaborer une stratégie pour les analyser et formuler une hypothèse. À ce stade, il faut proposer une bonne hypothèse, puis la valider. Ensuite, il faut rédiger les résultats et les expliquer. Il y a une douzaine d'étapes différentes.

Celles que nous célébrons sont ces moments d'inspiration géniale, ces fulgurances intellectuelles. Kepler a certainement dû explorer de nombreuses idées, dont plusieurs se sont avérées infructueuses. Je suis persuadé qu'il en a même laissé passer beaucoup, car elles ne convenaient tout simplement pas. C'est une étape importante du processus : essayer toutes sortes de choses, même les plus improbables, et voir si elles fonctionnent. Mais comme vous le dites, cela doit s'accompagner d'une vérification tout aussi rigoureuse, sinon c'est du travail bâclé. Nous célébrons Kepler, mais nous devrions aussi célébrer Brahe pour sa collecte de données assidue, dix fois plus précise que toutes les observations précédentes. Ce dixième de point de précision supplémentaire était essentiel pour que Kepler obtienne ses résultats. Il utilisait la géométrie euclidienne et les mathématiques les plus avancées de son époque pour faire correspondre ses modèles aux données. Tous les aspects devaient être pris en compte : les données, la théorie et la formulation des hypothèses. Je ne suis pas certain qu'aujourd'hui la formulation d'hypothèses soit encore le principal obstacle. La science a évolué au cours du siècle dernier. Classiquement, les deux grands paradigmes scientifiques étaient la théorie et l'expérimentation. Puis, au XXe siècle, la simulation numérique a fait son apparition, permettant de tester les théories par des simulations informatiques. Enfin, à la fin du XXe siècle, nous avons connu l'avènement du big data et l'ère de l'analyse des données. De nombreux progrès récents reposent d'ailleurs sur l'analyse préalable d'ensembles de données massifs.

On collecte de vastes ensembles de données, puis on en tire des conclusions pour formuler des

idées. C'est un peu différent de la méthode scientifique traditionnelle, où l'on partait de quelques observations ou d'une idée soudaine, puis on collectait des données pour la tester. C'est la méthode scientifique classique. Aujourd'hui, c'est presque l'inverse : on collecte d'abord des données massives, puis on essaie d'en tirer des hypothèses. Kepler fut peut-être l'un des premiers scientifiques des données, mais même lui n'a pas commencé par analyser les données de Tycho Brahe. Il avait déjà des théories préconçues. Il semble que ce soit de moins en moins ainsi que l'on progresse, simplement parce que les données sont beaucoup plus massives et utiles.

C'est intéressant. J'ai l'impression que la science du XXe siècle que vous décrivez correspond assez bien à ce qui s'est passé avec Kepler. Il avait bien ces idées entre 1595 et 1596, il conçoit les polygones, puis la théorie des objets platoniciens, mais elles étaient fausses. Puis, quelques années plus tard, il obtient les données de Brahe, et ce n'est qu'après vingt ans d'essais aléatoires qu'il parvient à cette régularité empirique.

En réalité, cela ressemble davantage aux données de Brahe, comparables à une immense base de données de simulations. Grâce à ces données, on peut désormais expérimenter diverses choses. Sans cela, Kepler se contenterait d'écrire des livres sur les harmoniques et les objets platoniciens, sans aucun élément concret pour vérifier ses théories. Les données étaient donc cruciales. La distinction que je voulais souligner est la suivante : traditionnellement, on formule une hypothèse que l'on teste ensuite à l'aide de données. Mais aujourd'hui, avec l'apprentissage automatique, l'analyse de données et les statistiques, on peut partir des données et, grâce aux statistiques, élaborer des lois inédites. La troisième loi de Kepler s'en rapproche, à ceci près qu'au lieu des mille points de données de Brahe, Kepler n'en avait que six. Pour chaque planète, il connaissait la longueur de son orbite et sa distance au Soleil. Il disposait de cinq ou six points de données, et il a effectué ce que nous appellerions aujourd'hui une régression. Il a ajusté une courbe à ces six points de données et obtenu une loi du carré-cube, ce qui est stupéfiant.

Mais il a eu beaucoup de chance que ces six points de données lui donnent la bonne conclusion. Ce n'est pas suffisant pour être vraiment fiable. Plus tard, un astronome, Johann Elert Bode, a utilisé les mêmes données, les distances aux planètes et, inspiré par Kepler, il a prédit que ces distances formaient une progression géométrique décalée. Il a également ajusté une courbe, mais il manquait un point. Il y avait un grand écart entre Mars et Jupiter. Sa loi prédisait l'existence d'une planète manquante. C'était une théorie un peu farfelue, sauf que lorsque Herschel a découvert Uranus, la distance à Uranus correspondait exactement à ce modèle. Puis Cérès a été découverte dans la ceinture d'astéroïdes, et elle correspondait également au modèle. Les gens étaient très enthousiastes à l'idée que Bode ait découvert cette nouvelle loi de la nature étonnante. Mais ensuite, Neptune a été découverte, et c'était très loin du compte. En fait, ce n'était qu'un hasard numérique. Il n'y avait que six points de données. L'une des raisons pour lesquelles Kepler n'a pas autant mis en avant sa troisième loi que les deux premières est peut-être qu'instinctivement, même sans disposer des statistiques modernes, il savait qu'avec seulement six points de données, ses conclusions devaient rester prudentes. Pour poser la question de l'analogie plus explicitement : l'analogie entre l'histoire de l'astronomie et l'histoire de l'ia est-elle pertinente si, à l'avenir, nous disposons d'ia de plus en plus performantes ? Nous en aurons des millions, capables de traquer toutes ces irrégularités empiriques. Il semble que vous ne considériez pas que le principal obstacle en science soit la découverte d'équivalents à la troisième loi du mouvement planétaire pour chaque domaine donné, afin de

pouvoir ensuite dire : “Il nous faut une explication. Faisons les calculs. Voici la loi de la gravitation universelle.” Je pense que l’ia a quasiment éliminé le coût de la génération d’idées, de la même manière qu’Internet a quasiment éliminé le coût de la communication. C’est extraordinaire, mais cela ne crée pas l’abondance par soi-même.

Le goulot d’étranglement est différent aujourd’hui. Nous sommes désormais dans une situation où l’on peut générer des milliers de théories pour un problème scientifique donné. Il nous faut maintenant les vérifier et les évaluer. Cela implique une refonte de nos structures scientifiques. Traditionnellement, nous érigeons des barrières. Avant l’avènement de l’ia, des scientifiques amateurs proposaient leurs propres théories de l’univers, dont beaucoup étaient peu pertinentes. Nous avons mis en place des systèmes de publication avec évaluation par les pairs pour filtrer et isoler les idées les plus prometteuses à tester. Mais maintenant que nous pouvons générer ces explications potentielles à grande échelle, certaines pertinentes et beaucoup d’autres médiocres, les évaluateurs humains sont déjà débordés. De nombreuses revues signalent un afflux massif de soumissions générées par l’ia. Il est formidable de pouvoir générer toutes sortes de choses grâce à l’ia, mais cela signifie que les autres aspects de la science doivent s’adapter : vérification, validation et évaluation des idées qui font réellement progresser la discipline et celles qui mènent à des impasses ou à des fausses pistes. Ce n’est pas quelque chose que nous savons faire à grande échelle. Organiser un débat entre scientifiques et parvenir à un consensus en quelques années est une chose. Mais lorsque nous en générons des milliers chaque jour, cette méthode est inefficace. Une question fascinante se pose alors : avec des milliards de scientifiques spécialisés en ia, comment évaluer les progrès réels, et comment... C’est une question à laquelle les sciences humaines ont dû faire face et qu’elles ont, d’une manière ou d’une autre, résolue, même si je ne sais pas exactement comment. Prenons l’exemple des années 1940, chez Bell Labs, où de nouvelles technologies émergent, comme la modulation par impulsions et codage (MIC). Comment transférer les signaux ? Comment les numériser ? Comment les transmettre par des câbles analogiques ? De nombreux articles détaillent les contraintes techniques et les aspects techniques, et puis l’un d’eux introduit le concept du bit, qui a des implications dans de nombreux domaines.

Il faut un système capable d’analyser ces données et de dire : “D’accord, il faut appliquer cela aux probabilités. Il faut appliquer cela à l’informatique”, etc. À l’avenir, les ia développeront la prochaine version de ce concept unificateur. Comment repérer la bonne idée parmi des millions d’articles qui pourraient constituer de véritables avancées, mais qui présentent beaucoup moins d’idées unificatrices générales ? C’est souvent une question de temps. De nombreuses idées brillantes n’ont pas été bien accueillies lors de leur première proposition. Ce n’est que lorsque d’autres scientifiques ont réalisé qu’ils pouvaient les approfondir et les appliquer à leurs propres domaines... L’apprentissage profond lui-même est resté longtemps un domaine de niche de l’ia. L’idée d’obtenir des réponses uniquement par l’entraînement sur des données et non par un raisonnement à partir des premiers principes était très controversée, et il a fallu beaucoup de temps avant qu’elle ne porte ses fruits. Vous l’avez mentionné. Il existait d’autres propositions d’architectures informatiques que le modèle binaire (0-1) universel d’aujourd’hui. Je crois qu’il y avait les trits, la logique à trois valeurs. Dans un univers parallèle, un paradigme différent aurait peut-être émergé. Le transformateur, par exemple, est à la base de tous les grands modèles de langage modernes, et il a été la première architecture d’apprentissage profond suffisamment sophistiquée pour appréhender le langage. Mais il n’en aurait pas forcément été ainsi. Une autre architecture aurait pu être la première à y parvenir et, une fois

adoptée, devenir la norme. L'une des raisons pour lesquelles il est difficile d'évaluer la viabilité d'une idée donnée est qu'elle dépend de l'avenir. Elle dépend aussi de la culture et de la société : certaines idées sont adoptées, certaines ne le sont pas. Le système décimal en mathématiques est extrêmement utile, bien meilleur que le système romain, par exemple...

Mais encore une fois, le système décimal n'a rien de particulier. C'est un système qui nous est utile parce que tout le monde l'utilise. Nous l'avons standardisé. Nous avons construit tous nos ordinateurs et nos systèmes de représentation numérique autour de lui, et nous sommes donc désormais contraints de nous y tenir. Certains militent parfois pour d'autres systèmes que le décimal, mais l'inertie est trop forte. On ne peut pas considérer une réalisation scientifique donnée isolément et lui attribuer une note objective sans tenir compte du contexte, passé et futur. Il est donc possible que l'on ne puisse jamais simplement consolider ses connaissances de la même manière que pour des problèmes beaucoup plus localisés. Souvent, dans l'histoire des sciences, lorsqu'une nouvelle théorie apparaît et que l'on reconnaît a posteriori sa justesse, ses implications semblent soit absurdes car erronées (et nous comprenons plus tard pourquoi), soit justes mais elles paraissent totalement invraisemblables sur le moment. Comme vous l'avez mentionné, Aristarque était héliocentrique au III^e siècle avant J.-C. Les anciens Athéniens disaient : "C'est impossible, car si la Terre tourne autour du Soleil, la position relative des étoiles devrait changer au fur et à mesure de notre révolution. La seule explication possible serait qu'elles soient si éloignées qu'on ne remarque aucune parallaxe." Ce qui est en réalité une implication correcte. Mais il arrive que cette implication soit erronée et qu'il nous faille simplement approfondir notre compréhension.

On reprochait à Newton de s'être opposé à sa théorie de la gravitation, arguant qu'elle impliquait une action à distance et que le mécanisme restait inconnu. Newton lui-même fut d'ailleurs stupéfait de constater que la masse inertielle et la masse gravitationnelle étaient identiques. Tous ces points furent résolus par la suite par Einstein. Il s'agissait néanmoins d'un progrès. Dès lors, la question qui se poserait pour un système d'évaluation par les pairs en intelligence artificielle serait la suivante : même si une théorie peut être réfutée, comment déterminer qu'elle constitue néanmoins un progrès par rapport à la précédente ? Souvent, la théorie finalement correcte est initialement moins bonne à bien des égards. La théorie des planètes de Copernic était moins précise que celle de Ptolémée. Le géocentrisme était alors développé depuis un millénaire, et de nombreux ajustements et corrections ad hoc, de plus en plus complexes, avaient été apportés pour le rendre toujours plus précis. La théorie de Copernic était beaucoup plus simple, mais bien moins précise. Seul Kepler parvint à la rendre plus précise que celle de Ptolémée. La science est un processus continu.

Quand on n'obtient qu'une partie de la solution, cela peut paraître pire qu'une théorie erronée, mais on conserve une nouvelle théorie lorsqu'elle est suffisamment aboutie pour répondre à la plupart des questions. Comme vous le dites, la théorie de Newton recelait de grands mystères, notamment l'équivalence de la masse et de l'action à distance, qui ne fut résolue que des siècles plus tard par une approche conceptuellement très différente. Souvent, le progrès ne passe pas par l'ajout de nouvelles théories, mais par l'abandon de certaines idées reçues. Si le géocentrisme a persisté si longtemps, c'est notamment parce que nous pensions que les objets tendent naturellement à rester immobiles. C'est la conception aristotélicienne de la physique, et donc l'idée que la Terre était en mouvement... Comment expliquer que nous ne soyons pas tous en train de tomber ? Une fois les lois du mouvement de Newton établies un objet en mouvement reste en mouvement, etc., cela

devient logique. Conceptuellement, réaliser que la Terre est en mouvement représente un grand pas en avant. Pourtant, nous n'en avons pas l'impression. Les plus grandes avancées, à l'instar de la théorie de l'évolution de Darwin, reposent sur l'idée que les espèces ne sont pas figées. Cela ne paraît pas évident, car l'évolution n'est pas perceptible de notre vivant. Or, nous pouvons désormais l'observer, mais elle semble permanente et immuable. Nous vivons actuellement une sorte de révolution cognitive comparable à la découverte de Copernic : nous pensions autrefois que l'intelligence humaine était au centre de l'univers, et nous constatons maintenant l'existence de formes d'intelligence très diverses, chacune avec ses propres forces et faiblesses. Notre perception des tâches qui requièrent de l'intelligence, et de celles qui n'en requièrent pas, doit être profondément remaniée. Nous avons beaucoup de mal à intégrer l'ia à nos théories du progrès scientifique et à définir ce qui est facile et ce qui est difficile. Nous devons nous poser des questions que nous n'avions jamais vraiment eu à nous poser auparavant. Ou peut-être que les philosophes se les posaient, mais aujourd'hui, nous devons tous y faire face. Cela soulève un sujet qui m'intrigue beaucoup. Vous avez mentionné la théorie de l'évolution de Darwin. Il y a un livre, "The Clockwork Universe : Isaac Newton, the Royal Society, and the Birth of the Modern World" d'Edward Dolnick, qui couvre une grande partie de cette période de l'histoire dont nous parlons. Il y fait une observation intéressante...

L'Origine des espèces a été publiée en 1859. Les *Principia Mathematica*, quant à eux, datent de 1687. *L'Origine des espèces* paraît donc deux siècles après les *Principia*. Conceptuellement, la théorie de Darwin semble plus simple. Thomas Huxley, biologiste contemporain de Darwin, lit *L'Origine des espèces* et s'exclame : "Quelle bêtise de ne pas y avoir pensé !" Personne ne tient ce discours à propos des *Principia*, en se reprochant de ne pas avoir devancé Newton dans la découverte de la gravité. Dès lors, pourquoi cela a-t-il pris plus de temps ? Il semble que ce que vous évoquiez y contribue largement. Les preuves de la sélection naturelle sont, d'une certaine manière, accablantes, mais elles sont cumulatives et rétrospectives, tandis que Newton pouvait simplement dire : "Voici mes équations. Observons la période orbitale de la Lune et sa distance ; si elles correspondent, alors nous avons progressé." Lucrèce avait déjà cette idée que les espèces s'adaptaient à leur environnement au premier siècle avant J.-C., mais elle est peu évoquée jusqu'à Darwin, car Lucrèce était incapable de mener une expérience et de forcer les gens à y prêter attention. Je me demande si, avec le recul, nous constaterons des progrès bien plus importants dans les domaines où les données sont facilement vérifiables, même si leur conception est beaucoup plus complexe. Je pense qu'un aspect essentiel de la science est de ne pas se limiter à l'élaboration et à la validation d'une nouvelle théorie, mais aussi à sa communication. Darwin était un communicateur scientifique exceptionnel. Il écrivait en anglais, dans un langage naturel. Moi, je parle comme... Lean. Il faut que je sorte de ma tonalité technique. Il s'exprimait clairement, sans utiliser d'équations, et il a synthétisé une multitude de faits disparates.

Quelques bribes d'évolution avaient été élaborées par le passé, mais il avait une vision très convaincante. Là encore, il lui manquait des éléments. Il ignorait le mécanisme de l'hérédité, on n'avait pas encore découvert l'ADN. Mais son style d'écriture était persuasif, et cela a beaucoup joué en sa faveur. Newton écrivait en latin. Il avait inventé des domaines entiers des mathématiques pour expliquer ses travaux. Il vivait aussi à une époque où les scientifiques étaient bien plus secrets et compétitifs. Le monde universitaire est toujours compétitif, mais c'était encore pire à l'époque de Newton. Il a gardé pour lui certaines de ses meilleures intuitions, car il ne voulait pas donner d'avantage à ses rivaux. D'après ce que j'ai compris, c'était aussi quelqu'un d'assez désagréable. Ce

n'est que quelques décennies après Newton que d'autres scientifiques ont expliqué ses travaux en des termes beaucoup plus simples, et ces explications se sont largement répandues. L'art de l'exposé, la capacité à argumenter et à construire un récit sont des aspects essentiels de la science. Disposer de données est un atout, certes, mais il faut convaincre, sinon les gens ne s'investiront pas davantage ni ne feront l'effort initial d'apprendre votre théorie et de l'explorer en profondeur. C'est un autre aspect difficile à maîtriser par la pratique. Comment évaluer son pouvoir de persuasion ? Eh bien, des services marketing entiers s'y emploient. C'est peut-être une bonne chose que l'ia ne soit pas encore optimisée pour la persuasion. La science a une dimension sociale. Même si nous sommes fiers de son objectivité, fondée sur les données, l'expérimentation et la validation, nous devons tout de même raconter des histoires et convaincre nos collègues scientifiques. C'est un exercice délicat, une combinaison de données et de récit, un récit ponctué de lacunes. Même Darwin, comme je l'ai dit, ne pouvait expliquer certains aspects de sa théorie. Mais il pouvait néanmoins affirmer que, dans le futur, on découvrirait des formes transitionnelles, le mécanisme de l'hérédité, et c'est ce qui s'est produit. Je ne sais pas comment on peut quantifier cela avec suffisamment de précision pour savoir ce qu'il adviendra de l'apprentissage par renforcement.

Peut-être que cette dimension humaine de la science perdurera. Une chose que j'ai retenue de la lecture de vos ouvrages et du visionnage de votre vidéo sur l'échelle des distances cosmiques (d'ailleurs, je recommande vivement votre série avec 3Blue1Brown sur ce sujet), j'ai notamment compris que la marge d'erreur déductive dans de nombreux domaines est bien plus importante qu'on ne le pense. Avec la bonne approche pour étudier un problème, on pourrait être surpris de tout ce qu'on apprendrait sur le monde. Je me demande si vous pensez que c'était une donnée de l'astronomie aux époques que vous étudiez. Ou est-ce simplement que, grâce aux données actuelles sur Terre, nous pourrions en réalité déduire bien plus que ce que nous savons ?

L'astronomie a été l'une des premières sciences à adopter l'analyse des données et à exploiter au maximum les informations disponibles, car les données constituaient le principal obstacle. Elles le sont toujours.

Collecter des données astronomiques est vraiment difficile. Les astronomes sont des experts dans l'art de tirer toutes sortes de conclusions à partir de minuscules traces de données, un peu comme Sherlock Holmes. J'ai entendu dire que pour de nombreux fonds spéculatifs quantitatifs, le candidat idéal est un docteur en astronomie. Les astronomes s'intéressent aussi beaucoup, pour d'autres raisons, à extraire des signaux de diverses données aléatoires. Bon, en parlant d'idées brillantes, un de mes auditeurs, Shawn, a résolu l'énigme que Jane Street avait créée pour mon public et il a publié un excellent tutoriel sur x . Pour rappel, Jane Street a entraîné un réseau ResNet, a mélangé ses 96 couches, puis a mis les gens au défi de les remettre dans le bon ordre en utilisant uniquement les sorties du modèle et les données d'entraînement. Impossible de résoudre ce problème par force brute : il y a plus d'ordres possibles que d'atomes dans l'univers. Shawn a donc décomposé le problème en deux parties. Premièrement, il faut regrouper les couches par paires en 48 blocs différents. Deuxièmement, il faut ordonner correctement ces blocs de deux couches. Concernant l'appariement, Shawn a constaté que dans un ResNet bien entraîné, le produit de deux matrices de poids d'un bloc résiduel devait présenter une diagonale négative caractéristique. Ce mécanisme permet au modèle d'empêcher le flux résiduel de croître de manière incontrôlée. Grâce à cette observation, il a pu retrouver l'appariement correct. Pour trouver le classement, Shawn a remarqué que le modèle

semblait s'améliorer s'il triait les blocs selon l'importance de leurs contributions résiduelles. Partant de cette approximation grossière, il a combiné une heuristique de classement astucieuse avec des échanges locaux pour retrouver l'ordre exact. Son explication détaillée est disponible dans la description. Ne vous inquiétez pas si vous n'avez pas pu résoudre cette énigme à temps. Il y en a encore une autre sur les llm à porte dérobée que même Jane Street ne sait pas résoudre. Vous la trouverez sur janestreet.com/dwarkesh.

Bon, revenons à notre discussion initiale ! Nous n'explorons pas suffisamment comment extraire des informations supplémentaires de divers signaux. Pour ne citer qu'une étude au hasard, je me souviens avoir lu quelque part que des chercheurs essayaient de mesurer la fréquence à laquelle les scientifiques lisent réellement les articles qu'ils citent. Comment mesurer cela ? On pourrait interroger différents scientifiques, mais au lieu de cela, ils ont eu une astuce ingénieuse. De nombreuses citations contiennent de petites erreurs de frappe, comme un chiffre erroné ou une ponctuation presque incorrecte. Ils ont mesuré la fréquence à laquelle une faute de frappe était copiée d'une référence à l'autre et ont pu en déduire si un auteur se contentait de copier-coller une référence sans la vérifier. À partir de là, ils ont pu évaluer le niveau d'attention porté aux références. Il existe donc des techniques ingénieuses à exploiter... Ces questions que vous avez soulevées précédemment, concernant l'évaluation de la fécondité, de l'intérêt et de la réelle progression d'une avancée scientifique... Il existe peut-être des indicateurs ou des traces très utiles de ce phénomène dans les données. Nous pouvons examiner les citations et la fréquence des mentions lors de conférences. Il y a sans doute beaucoup de recherches en sociologie des sciences à mener pour détecter ces phénomènes. Peut-être devrions-nous faire appel à des astronomes.

Cela nous amène tout naturellement aux progrès que, vus de l'extérieur, il semble que l'ia appliquée aux mathématiques accomplisse. Vous avez récemment publié un message où vous souligniez qu'au cours des derniers mois, les programmes d'ia avaient résolu cinquante des quelque mille cent problèmes d'Erdős. Je ne sais pas si c'est toujours d'actualité, mais il y a un mois, vous disiez qu'il y avait eu une pause car les problèmes les plus faciles à résoudre auraient rapidement déjà tous été traités.

Tout d'abord, je me demande si c'est effectivement le cas, si nous avons déjà résolu les problèmes les plus faciles, et si nous avons atteint un plateau. Il semblerait bien. Une cinquantaine de problèmes ont été résolus grâce à l'ia, ce qui est formidable, mais il en reste environ six cents à résoudre. On travaille encore sur un ou deux d'entre eux. On voit beaucoup moins de solutions purement basées sur l'ia, où celle-ci résout le problème du premier coup. Il y a un mois, c'était le cas, mais cela a cessé, malgré tous les efforts.

Je connais trois tentatives distinctes visant à utiliser des ia de pointe pour s'attaquer simultanément à l'ensemble des problèmes. Elles relèvent des observations mineures, ou bien les ia constatent qu'un problème a déjà été résolu dans la littérature, mais aucune solution entièrement basée sur l'ia n'a encore été trouvée. L'ia est largement utilisée actuellement. On peut utiliser l'ia pour générer une stratégie de démonstration possible, puis une autre personne utilisera un outil d'ia distinct pour la critiquer, la réécrire, générer des données numériques ou effectuer une recherche bibliographique. Certains problèmes ont été résolus grâce à un dialogue continu entre de nombreux humains et de nombreux outils d'ia. Mais il semble que ce soit un cas isolé. On pourrait comparer ces problèmes

à une chaîne de montagnes.

Il y a des falaises et des parois de toutes sortes. Il y a parfois un petit muret d'un mètre de haut, un autre de deux mètres, puis un autre de cinq mètres et demi, et enfin des falaises vertigineuses. On essaie d'escalader le plus de ces falaises possible, mais dans le noir complet. On ne sait pas lesquelles sont hautes, lesquelles sont basses. Alors on essaie d'allumer des bougies et de dessiner des cartes, et petit à petit, on découvre que certaines sont escaladables. Pour certaines, on repère un passage partiel dans la paroi, un premier pas accessible. Ces outils d'ia, ce sont comme des machines à sauter, capables de bondir à deux mètres de hauteur, plus haut que n'importe quel humain. Parfois, ils sautent dans la mauvaise direction, parfois ils s'écrasent, mais parfois ils atteignent le sommet des parois les plus basses, inaccessibles auparavant.

On les a lâchés dans cette chaîne de montagnes, à explorer. Il y a eu cette période passionnante où ils ont réussi à trouver tous les sommets les plus bas et à les atteindre. Peut-être qu'à la prochaine avancée majeure des modèles, ils retenteront l'expérience et que quelques sommets supplémentaires seront franchis. Mais c'est une approche mathématique différente. Normalement, on utilise la méthode de l'escalade, on place des repères et on essaie d'identifier des éléments partiels. Ces outils, soit ils réussissent, soit ils échouent. Ils se sont avérés très mauvais pour générer des progrès partiels ou identifier les étapes intermédiaires sur lesquelles il faut se concentrer en priorité.

Pour revenir à notre discussion précédente, nous n'avons pas de moyen d'évaluer les progrès partiels de la même manière que nous évaluons la réussite ou l'échec d'une résolution de problème. Il y a deux façons d'interpréter ce que vous venez de dire. L'une est plus pessimiste quant aux progrès de l'ia, l'autre plus optimiste. La première étant : "Ils n'atteignent qu'une certaine hauteur de mur, qui est inférieure à celle atteinte par les humains." Deuxièmement, ils possèdent cette propriété extraordinaire : une fois un certain niveau atteint, ils peuvent résoudre tous les problèmes accessibles à ce niveau, ce qui est tout simplement impossible pour les humains. On ne peut pas créer un million de copies de vous, doter chacune d'un million de dollars de puissance de calcul pour l'inférence et vous faire mener un siècle de recherche subjective sur un million de problèmes différents simultanément. Mais une fois que les ia atteindront le niveau d'un Terence Tao, elles en seront capables. Une fois les niveaux intermédiaires atteints, elles pourront réaliser une version intermédiaire de cette prouesse. La même raison qui nous pousse à être pessimistes aujourd'hui est celle qui nous pousse à être particulièrement optimistes. Non pas lorsqu'elles atteindront une intelligence surhumaine, mais dès qu'elles atteindront un niveau d'intelligence humaine, car leur intelligence humaine est qualitativement plus vaste et plus puissante que la nôtre.

Je suis d'accord. Elles excellent dans l'étendue des connaissances, et les humains excellent dans la profondeur, du moins les experts humains. Je pense qu'elles sont très complémentaires des humains.

Notre approche actuelle des mathématiques et des sciences est axée sur la profondeur, car c'est là que réside l'expertise humaine, l'humain étant incapable d'appréhender l'étendue des connaissances. Nous devons repenser notre manière de faire de la science pour tirer pleinement parti de cette capacité d'appréhension que nous possédons désormais. Nous devrions consacrer davantage d'efforts à la création de vastes catégories de problèmes à étudier plutôt qu'à un ou deux problèmes complexes et importants. Ces derniers doivent demeurer, et les humains doivent continuer à s'y intéresser. Mais

nous disposons maintenant d'une autre approche scientifique. Nous pouvons explorer des domaines scientifiques entièrement nouveaux en faisant d'abord cartographier le terrain et en effectuant les observations les plus simples par des ia généralistes et relativement compétentes. Puis, en identifiant des zones de difficulté spécifiques, sur lesquelles des experts humains pourront ensuite intervenir. J'entrevois un avenir où la science utilisera ces compétences très complémentaires. À terme, l'idéal serait de conjuguer étendue et profondeur, et ainsi de tirer le meilleur parti des deux mondes. Mais nous avons besoin de pratique pour appréhender l'étendue des connaissances. C'est encore trop récent. Nous ne disposons même pas des paradigmes nécessaires pour en tirer pleinement parti. Mais nous le ferons, et la science sera alors méconnaissable, je pense.

Concernant la complémentarité, les programmeurs ont constaté une nette augmentation de leur productivité grâce à ces outils d'ia. Je ne sais pas si vous, en tant que mathématicien, partagez ce sentiment...

Cela ressemble dans le domaine informatique à la différence entre le domaine de la recherche et le domaine des applications : si on s'intéresse à la programmation d'un point de vue applicatif, l'objectif principal est d'avoir un impact sur le monde grâce à son travail. Si cela permet de mieux comprendre un problème ou de concevoir une abstraction claire à intégrer dans le code, c'est essentiel à l'objectif final. En recherche, en revanche, si nous nous intéressons à la résolution des problèmes du Millénaire pour le développement, c'est vraisemblablement parce que, ce faisant, nous découvrons de nouveaux objets mathématiques ou de nouvelles techniques qui font progresser notre compréhension des mathématiques. La démonstration est donc essentielle au travail intermédiaire. Je ne sais pas si vous partagez cette dichotomie ni si elle explique la progression relative observée en programmation par rapport à la recherche.

En mathématiques, il est certain que la démarche est souvent plus importante que le problème lui-même. Le problème est en quelque sorte un indicateur de progrès. Je pense que même en informatique, il existe différents types de tâches logicielles. Créer une simple page web qui fait la même chose que des milliers d'autres ne requiert aucune compétence particulière. Certes, un programmeur peut acquérir certaines compétences. Mais pour le code répétitif, il est clairement préférable de le déléguer à l'ia. Parfois, même après avoir écrit le code, il faut encore le maintenir. Les mises à jour et la compatibilité avec d'autres éléments posent problème. J'ai entendu des programmeurs affirmer que même si une ia peut créer le premier prototype d'un outil, son intégration à l'ensemble du système et son interaction avec le monde réel constituent un processus continu. Sans les compétences acquises lors de l'écriture du code, la maintenance ultérieure peut s'avérer compromise. Ainsi, les mathématiciens, notamment, utilisent les problèmes pour développer l'intuition et former les individus à bien distinguer le vrai du faux, le prévisible, le prouvable et le difficile.

Obtenir les réponses immédiatement peut en réalité freiner le processus. J'ai déjà fait la distinction entre théorie et expérience. Dans la plupart des sciences, les aspects théoriques et expérimentaux sont à parts égales. Les mathématiques sont uniques en ce sens qu'elles sont presque entièrement théoriques. Nous privilégions l'élaboration de théories cohérentes et rigoureuses expliquant pourquoi les choses sont vraies ou fausses. Nous n'avons pas mené beaucoup d'expériences pour déterminer, parmi deux méthodes de résolution d'un même problème, laquelle est la plus efficace. Nous avons une certaine intuition, mais nous n'avons pas réalisé d'études à grande échelle consistant à tester

un millier de problèmes. Mais nous pouvons désormais le faire. Je pense que les outils d'intelligence artificielle vont révolutionner l'aspect expérimental des mathématiques. L'important n'est plus tant les problèmes individuels et leur résolution que la collecte de données à grande échelle sur ce qui fonctionne et ce qui ne fonctionne pas. De la même manière, une entreprise de logiciels qui souhaite déployer mille logiciels ne va pas développer chaque application manuellement et tirer des enseignements de chacune d'elles.

Vous cherchez simplement à identifier les flux de travail qui permettent une mise à l'échelle. L'idée de faire des mathématiques à grande échelle n'en est qu'à ses balbutiements. Mais c'est là que l'ia va véritablement révolutionner le domaine. Il me semble qu'un point crucial dans ces discussions sur l'apport de l'ia à la science réside, comme vous l'avez mentionné, dans l'utilisation et la modification des techniques existantes. Il serait intéressant de comprendre les progrès réalisables grâce à la simple utilisation de ces techniques. Si je consultais les principales revues de mathématiques, combien d'articles proposent une nouvelle technique, quelle que soit sa définition, par rapport à l'utilisation de techniques existantes appliquées à de nouveaux problèmes? Quel est l'impact de ces techniques? Si l'on appliquait toutes les techniques connues à tous les problèmes ouverts, cela constituerait-il une avancée considérable pour les connaissances de notre civilisation, ou cela ne serait-il pas si impressionnant ni si utile? C'est une excellente question, et nous ne disposons pas encore des données nécessaires pour y répondre pleinement. Bien sûr, une grande partie du travail des mathématiciens humains... Lorsqu'on aborde un nouveau problème, l'une des premières choses que l'on fait est d'examiner toutes les méthodes classiques qui ont fonctionné pour des problèmes similaires par le passé, et de les essayer une par une. Parfois, cela vaut tout de même la peine d'être publié car la question était importante. Parfois, les solutions sont presque abouties, et il faut y ajouter une petite astuce, ce qui est également intéressant. Mais les articles publiés dans les revues les plus prestigieuses sont généralement ceux où les méthodes existantes permettent de résoudre environ 80 % du problème, mais où il reste 20 % de problèmes qui résistent et pour lesquels il faut inventer une nouvelle technique. Il est aujourd'hui très rare de résoudre un problème sans s'appuyer sur la littérature existante, où les idées surgissent de nulle part. C'était plus courant autrefois, mais les mathématiques sont tellement matures qu'il est devenu extrêmement difficile de ne pas consulter la littérature au préalable. Les outils d'ia excellent dans la première étape : tester toutes les techniques standard sur un problème, et commettent souvent moins d'erreurs que les humains. Ils font encore des erreurs, certes, mais j'ai testé ces outils sur des tâches simples que je peux réaliser, et il arrive qu'ils repèrent mes propres erreurs. Parfois, c'est l'inverse. Pour l'instant, c'est à peu près équivalent. Mais je ne les ai pas encore vus franchir l'étape suivante. Que faire face aux failles du raisonnement, lorsque rien ne fonctionne? Ils peuvent suggérer des solutions aléatoires, mais j'ai souvent constaté que tenter de les appliquer, pour finalement constater qu'elles ne fonctionnent pas, est une perte de temps. Je pense qu'une partie des problèmes que nous considérons actuellement comme difficiles seront résolus grâce à cette méthode, en particulier ceux qui n'ont pas encore bénéficié de suffisamment d'attention. Concernant les problèmes d'Erdős, la quasi-totalité des 50 problèmes résolus par des ia étaient des problèmes pour lesquels il n'existait pratiquement aucune littérature.

Erdős a soulevé le problème une ou deux fois. Peut-être que certains ont essayé de le résoudre par curiosité, sans succès, mais ils n'ont jamais rien publié. Or, il s'est avéré qu'une solution existait : il suffisait de combiner une technique peu connue avec un autre résultat trouvé dans la littérature.

C'est le niveau moyen de ce que l'ia peut accomplir, et c'est vraiment remarquable. Cela résout une cinquantaine de problèmes de ce type. Je pense donc que vous observerez quelques succès isolés. Mais ce que nous avons constaté, c'est la chose suivante : certaines personnes ont entrepris de résoudre à grande échelle les problèmes d'Erdős. Si l'on ne retient que les réussites, celles qui font le buzz sur les réseaux sociaux, le résultat est impressionnant. Tous ces problèmes restés irrésolus pendant des décennies semblaient enfin trouver leur solution. Pourtant, lors d'une étude systématique, on constate que, pour un problème donné, un outil d'ia n'atteint qu'un taux de réussite de 1 à 2 %. Simplement, grâce à leur capacité à produire de grandes quantités de données, ils sélectionnent les outils les plus performants. L'effet est saisissant. Je pense qu'un phénomène similaire se produira avec les centaines de problèmes mathématiques prestigieux et complexes qui existent. Certaines ia auront peut-être la chance de les résoudre, et une faille permettra de trouver la solution là où les autres ont échoué. Cela fera grand bruit.

Mais ensuite, les utilisateurs testeront ces outils sophistiqués sur leurs problèmes favoris et constateront à nouveau un taux de réussite de 1 à 2 %. Le signal indiquant si les outils fonctionnent ou s'ils ne fonctionnent pas sera un signal fortement perturbé. Il deviendra donc crucial de collecter des ensembles de données standardisés. Des efforts sont actuellement déployés pour créer un ensemble standard de problèmes complexes que les ia devront résoudre, au lieu de se contenter de laisser les entreprises d'ia publier leurs succès sans divulguer leurs échecs. Cela permettra peut-être d'y voir plus clair quant à notre situation.

Bien qu'il soit important de souligner les progrès considérables que cela représente déjà pour l'ia, avec des modèles capables d'appliquer des techniques non encore décrites comme applicables à ce problème précis, ces progrès sont à la fois fascinants et décevants.

Voir ces outils en action procure une sensation étrange. Mais on s'y habitue très vite. Je me souviens de l'arrivée de la recherche avec le moteur de recherches `google` il y a 20 ans. Elle a tout simplement révolutionné le marché. On obtenait des résultats pertinents en première page, exactement ce qu'on cherchait. C'était incroyable, et puis, quelques années plus tard, on a considéré comme acquis le fait de pouvoir tout rechercher sur le moteur de `google`. Une ia du niveau qu'elles ont atteint en 2026 aurait été stupéfiante en 2021. On pense notamment à la reconnaissance faciale, au langage naturel et aux calculs mathématiques de niveau universitaire.

Les problèmes, on les tient pour acquis aujourd'hui.

À propos de l'ia de 2026, vous aviez prédit en 2023 qu'elle serait, d'ici là, comme un collègue en mathématiques ? Un co-auteur fiable, si elle est utilisée à bon escient. Rétrospectivement, c'était plutôt prometteur.

Oui, j'en suis ravi.

Voyons si vous pouvez maintenir cette dynamique. À partir de quelle année pensez-vous que vous pourrez dire que vous êtes personnellement deux fois plus productif grâce à l'ia ?

La productivité, à mon avis, n'est pas une grandeur unidimensionnelle. Je constate que ma façon de

faire des mathématiques évolue considérablement, tout comme la nature des travaux que je réalise. Par exemple, mes articles contiennent désormais beaucoup plus de code et d'illustrations, car il est devenu très facile de les générer. Un graphique qui me prenait des heures auparavant, je peux maintenant le réaliser en quelques minutes. Auparavant, je n'aurais tout simplement pas placé ce graphique en première position dans mon article. Je me contentais d'en parler. Il est donc difficile de mesurer ce que représente un gain de temps par $2\times$. D'un côté, je pense que les articles que j'écrirais aujourd'hui, sans l'aide de l'ia, me prendraient certainement cinq fois plus de temps. Mais je ne les écrirais pas ainsi.

$5 \times ?$

Oui, mais ce sont des tâches annexes. Des choses comme effectuer une recherche bibliographique beaucoup plus approfondie ou fournir davantage de données numériques. Elles enrichissent l'article. Le cœur de mon travail, la résolution de la partie la plus complexe d'un problème mathématique, n'a pas beaucoup changé. J'utilise toujours un stylo et du papier pour cela. Mais il y a beaucoup de petites choses. J'utilise maintenant un agent d'ia pour la mise en forme. Parfois, si toutes mes parenthèses ne sont pas à la bonne taille, je les modifiais manuellement, et maintenant je peux laisser un agent d'ia faire tout cela très efficacement en arrière-plan. Ils ont vraiment accéléré de nombreuses tâches secondaires. Ils n'ont pas encore accéléré mon travail principal, mais ils m'ont permis d'enrichir mes articles. De la même manière, si je devais réécrire un article que j'ai écrit en 2020, sans ajouter toutes ces fonctionnalités supplémentaires, mais en conservant un niveau de fonctionnalité équivalent, cela ne m'aurait pas fait gagner beaucoup de temps, pour être honnête. Cela a enrichi et élargi le champ des articles, mais pas nécessairement approfondi leur contenu.

Vous avez fait la distinction entre l'ingéniosité artificielle et l'intelligence artificielle. J'aimerais mieux comprendre ces concepts. Pourriez-vous me donner un exemple d'intelligence qui ne se limite pas à l'ingéniosité ?

L'intelligence est notoirement difficile à définir. C'est quelque chose que l'on reconnaît au premier coup d'œil. Mais quand je discute avec quelqu'un et qu'on essaie de résoudre un problème de maths ensemble, il y a souvent cette conversation où, au départ, aucun de nous deux ne sait comment faire. L'un de nous a une idée qui semble prometteuse, alors on élabore une sorte de prototype. On le teste, ça ne marche pas, alors on le modifie. Il y a de l'adaptabilité et une amélioration continue de l'idée au fil du temps. Finalement, on a identifié systématiquement ce qui ne fonctionne pas et ce qui fonctionne, et on entrevoit une solution, qui évolue au gré de nos discussions. Ce n'est pas vraiment comme ça que fonctionnent les ia. Elles peuvent l'imiter un peu. Pour reprendre l'analogie des robots sauteurs, elles peuvent sauter et échouer, encore et encore. Mais elles ne peuvent pas faire un petit saut, atteindre une prise, s'y maintenir, hisser d'autres personnes, puis essayer de sauter à nouveau. Il n'y a pas ce processus cumulatif construit de manière interactive. Il semble y avoir beaucoup plus d'essais et d'erreurs, et de répétition : la force brute. La façon de fonctionner des ia est évolutive et elle peut fonctionner incroyablement bien dans certains contextes. Mais cette idée de progression cumulative à partir de progrès partiels n'est pas encore tout à fait au point. Intéressant.

Vous dites que si les ia gemini 3 ou claude 4.5, peu importe, résolvent un problème, cela ne signifie pas que leur propre compréhension des mathématiques a progressé.

Non. De même que si un ia travaille sur un problème sans le résoudre, cela ne signifie pas que sa propre compréhension des mathématiques a progressé. Vous lancez une nouvelle session et l'ia a oublié ce qu'il vient de faire. Il ne possède aucune nouvelle compétence permettant de résoudre des problèmes similaires. Ce que vous venez de faire représente peut-être 0,001 % des données d'entraînement pour la génération suivante. Il est donc possible qu'une partie soit finalement assimilée.

L'importance de décomposer les problèmes particulièrement complexes en une série de tâches plus simples. Même si cela ne permet pas d'obtenir la solution complète, cette approche aide à développer l'intuition et à pratiquer les techniques nécessaires à la progression. Or, les modèles actuels ont souvent du mal avec ce type de techniques de résolution de problèmes. Certaines personnes ont formalisé ces comportements de raisonnement dans des grilles d'évaluation, ce qui permet d'évaluer chaque dimension importante des résultats d'un modèle. Ces grilles vont au-delà de la simple exactitude du résultat. Les grilles recensent des items d'évaluation tels que "Le modèle a-t-il utilisé les outils appropriés ? A-t-il vérifié son propre travail et exploré des pistes alternatives ? Sa réponse était-elle claire ?"

Ces compétences sont utiles dans de nombreux domaines d'application des mathématiques, physique, finance, psychologie, etc. Il est de plus en plus important que de telles compétences soient acquises par les ia au fur et à mesure que les modèles s'attaquent à des problèmes complexes et ouverts, dont certains admettent plusieurs solutions et dont d'autres sont encore inconnues. Labelbox peut vous fournir des grilles d'évaluation adaptées à votre domaine, vous aidant ainsi à mesurer et à façonner systématiquement le raisonnement des modèles.

Je me pose la question suivante : est-il plausible que si nous continuons à entraîner les ia, qui deviennent de plus en plus performants dans la résolution de problèmes en Lean, elles continuent à résoudre des problèmes de plus en plus impressionnants, et que nous soyons ensuite surpris de constater à quel point certaines solutions Lean nous ont apporté peu d'informations pour démontrer l'hypothèse de Riemann, par exemple ? Ou pensez-vous que la résolution de l'hypothèse de Riemann, même par une ia entièrement basée sur Lean, nécessite que les constructions et définitions créées dans le programme Lean fassent progresser notre compréhension des mathématiques ? Ou pourrait-il s'agir simplement de charabia en assembleur ?

Nous l'ignorons. Certains problèmes ont été résolus par la seule force brute. Le théorème des quatre couleurs en est un exemple célèbre. Nous n'avons toujours pas trouvé de démonstration conceptuellement élégante de ce théorème, et peut-être n'en trouverons-nous jamais. Certains problèmes ne peuvent être résolus qu'en les décomposant en un nombre considérable de cas et en procédant à une analyse informatique exhaustive et peu pertinente sur chacun d'eux. Si nous accordons autant d'importance à des problèmes comme l'hypothèse de Riemann, c'est en partie parce que nous sommes presque certains qu'il faudra créer une nouvelle branche des mathématiques, ou découvrir un lien inédit entre deux domaines mathématiques jusque-là indépendants, pour les résoudre. Nous ignorons même la forme de la solution, mais il est peu probable que ce problème puisse être résolu par une simple vérification exhaustive des cas. Ou alors, l'hypothèse de Riemann pourrait tout simplement être fausse. Certes, il existe un scénario improbable où l'hypothèse serait fausse, et où l'on pourrait calculer un zéro sans difficulté, puis le vérifier par un calcul informatique massif.

Ce serait extrêmement décevant. Je suis convaincu que les approches entièrement autonomes et ponctuelles ne sont pas adaptées à ces problèmes. L'interaction entre l'humain et ces outils s'avère bien plus fructueuse. J'imagine aisément la résolution de l'un de ces problèmes par des personnes brillantes, assistées par des outils d'ia extrêmement puissants. Mais la dynamique exacte pourrait être très différente de ce que nous envisageons actuellement. Il pourrait s'agir d'une collaboration d'un type encore inédit. On pourrait imaginer générer un million de variantes de la fonction zêta de Riemann et effectuer une analyse de données assistée par l'ia afin de découvrir des schémas les reliant, schémas jusqu'alors inconnus. Cela permettrait de transformer le problème en un domaine mathématique différent.

Il pourrait y avoir toutes sortes de scénarios. Supposons que l'ia trouve la solution et que Lean recèle une construction inédite dont nous pourrions, si nous en comprenions l'importance, l'appliquer à toutes ces situations. Comment la reconnâtrions-nous ? Question naïve, certes, mais si l'on trouve l'équivalent de l'idée de Descartes selon laquelle un système de coordonnées unifie l'algèbre et la géométrie, en code Lean, cela ressemblerait simplement à du code Lean habituel, et ne semblerait pas si significatif. Je suis certain qu'il existe d'autres constructions possédant ce genre de propriété. L'avantage de formaliser une preuve dans un langage comme Lean est que l'on peut en extraire chaque partie et l'étudier atomiquement. Lorsqu'on lit un article qui résout un problème difficile, on y trouve souvent une longue suite de lemmes et de théorèmes.

Idéalement, l'auteur explique clairement ce qui est important et ce qui ne l'est pas. Mais parfois, il ne précise pas quelles étapes sont cruciales et lesquelles sont simplement des étapes standard. On peut étudier chaque lemme individuellement. Certains me semblent assez classiques et ressemblent à des choses que je connais. Je suis presque certain qu'il n'y a rien d'intéressant là-dedans. Mais ce lemme-ci, je ne l'avais jamais vu auparavant, et je comprends pourquoi ce résultat serait vraiment utile pour prouver le résultat principal. On peut évaluer si une étape est vraiment essentielle à l'argumentation, et Lean facilite grandement cette évaluation. Les différentes étapes sont identifiées avec une grande précision. Je pense qu'à l'avenir, des domaines entiers de mathématiques se consacreront à l'analyse d'une démonstration complexe générée par Lean, en effectuant une ablation, en essayant d'en supprimer des parties et de trouver des formulations plus élégantes. Les chercheurs pourraient utiliser d'autres ia pour l'apprentissage par renforcement afin d'améliorer l'élégance de la démonstration, et d'autres ia pourraient évaluer si cette démonstration est plus élégante ou non. Une chose qui va beaucoup changer dans un avenir proche, c'est notre façon de rédiger des articles scientifiques. Jusqu'à récemment, la rédaction était la partie la plus chronophage et la plus coûteuse du travail. On s'y adonnait donc très rarement. On ne rédigeait les résultats qu'une fois tous les autres aspects de l'argumentation validés, car la réécriture et la refonte étaient extrêmement fastidieuses. Grâce aux outils d'ia modernes, c'est devenu beaucoup plus simple. Il n'est plus nécessaire de se limiter à une seule version de son article. Une fois une version existante, il est possible d'en générer des centaines d'autres.

Une preuve Lean gigantesque et désordonnée peut sembler peu significative ou incompréhensible prise isolément, mais d'autres personnes peuvent la restructurer et l'exploiter de multiples façons. Nous l'avons constaté avec le site web consacré aux problèmes d'Erdős. Une ia génère une preuve, et voici 3 000 lignes de code qui la vérifient.

Ensuite, d'autres ia ont été sollicitées pour résumer la démonstration, et certains rédigent leurs propres démonstrations. Il y a en fait un post-traitement. Une fois qu'on dispose d'une démonstration, nous avons maintenant de nombreux outils pour la déconstruire et l'interpréter. C'est un domaine des mathématiques encore naissant, mais cela ne m'inquiète pas outre mesure. Certains s'inquiètent de ce qui se passerait si l'hypothèse de Riemann était démontrée par une preuve totalement incompréhensible. Je pense qu'une fois qu'on a le document d'une démonstration, on peut l'analyser en profondeur.

Vous avez récemment mentionné qu'il serait utile d'avoir un langage formel ou semi-formel pour les stratégies mathématiques, et pas seulement pour les démonstrations mathématiques, domaine de prédilection de Lean. J'aimerais en savoir plus sur ce que cela impliquerait ou à quoi cela ressemblerait.

Nous ne le savons pas vraiment. Nous avons eu beaucoup de chance en mathématiques d'avoir établi les lois de la logique et des mathématiques, mais c'est une réalisation relativement récente. Ce travail a été initié par Euclide il y a deux millénaires, mais ce n'est qu'au début du XXe siècle que nous avons finalement établi les axiomes des mathématiques, les axiomes standards de ce que nous appelons ZFC¹, les axiomes de la logique du premier ordre, et défini ce qu'est une démonstration. Nous sommes parvenus à automatiser ce processus et à disposer d'un langage formel. Il pourrait exister un moyen d'évaluer la plausibilité. On formule une conjecture, on teste quelques exemples, et cela se vérifie. Comment cela renforce-t-il notre confiance dans la véracité de la conjecture ? Nous disposons de plusieurs méthodes mathématiques pour modéliser cela, comme les probabilités bayésiennes, par exemple. Mais il faut souvent définir certaines hypothèses de base, et ces tâches restent encore très subjectives. Développer ces langages relève davantage du souhait que du projet, mais le simple fait de constater à quel point un cadre formel comme Lean a facilité l'automatisation des démonstrations déductives et l'entraînement des ia est remarquable. Le principal obstacle à l'utilisation de l'ia pour élaborer des stratégies et formuler des hypothèses réside dans notre dépendance à l'expertise humaine et à l'épreuve du temps pour valider la plausibilité d'une idée. Un cadre semi-formel permettant d'automatiser ce processus de manière semi-automatique et difficilement piratable serait une solution idéale.

Il est crucial, avec ces assistants de preuve formelle, qu'il n'existe aucune faille ou exploitation permettant d'obtenir une preuve certifiée sans la démontrer réellement, car l'apprentissage par renforcement excelle à détecter ces failles. Les chercheurs et chercheuses en mathématiques ont un cadre dans leur façon de communiquer entre eux et les ia devraient être capables d'imiter la façon dont les scientifiques communiquent entre eux de manière semi-formelle, en utilisant des données et des arguments, mais aussi en construisant des récits... Il y a un aspect subjectif de la science que nous ne savons pas encore comment appréhender de façon à ce que l'ia puisse s'y intégrer efficacement. C'est un problème d'avenir. Des recherches sont en cours pour créer des conjectures automatisées, et il existe peut-être des méthodes pour les évaluer et les simuler, mais ce sont des domaines scientifiques encore très récents.

Pourriez-vous m'aider à mieux comprendre cela : j'ai deux sous-questions. Premièrement, pourriez-vous fournir un exemple précis de ce à quoi cela ressemblerait, de la manière dont les scientifiques

1. l'axiomatisation de Zermelo-Fraenkel munie de l'axiome du choix, une des axiomatisations de la théorie des ensembles.

communiquent, une communication que nous ne pouvons pas encore formaliser, serait très utile. Deuxièmement, il semble presque paradoxal, par définition, de dire que l'on élabore une explication narrative ou en langage naturel tout en ayant également quelque chose qui aurait pu être formalisé. Je suis certain qu'il existe une intuition derrière ce chevauchement, et j'aimerais mieux la comprendre.

Un exemple de conjecture : Gauss s'intéressait aux nombres premiers et a créé l'un des premiers ensembles de données mathématiques. Il a simplement calculé les 100 000 premiers nombres premiers environ, dans l'espoir d'y trouver des régularités. Il en a effectivement trouvé une, mais peut-être pas celle qu'il attendait. Il a découvert une régularité statistique : si l'on compte le nombre de nombres premiers jusqu'à 100, 1000, un million, et ainsi de suite, leur nombre diminue progressivement, mais cette diminution est inversement proportionnelle au logarithme népérien de l'étendue des nombres. Il a donc émis la conjecture que nous appelons aujourd'hui le théorème des nombres premiers : le nombre de nombres premiers inférieurs ou égaux à x est égal à x divisé par le logarithme népérien de x . Il n'avait aucun moyen de le prouver. Son raisonnement était fondé sur des données empiriques. Il s'agissait d'une conjecture. Elle était révolutionnaire pour son époque car elle constituait peut-être la première conjecture mathématique d'une importance capitale, de nature statistique.

Normalement, on parle de régularité, par exemple l'espacement entre les nombres premiers. Mais cette conjecture ne donnait pas le nombre exact de nombres premiers dans un intervalle donné. Elle fournissait seulement une approximation qui s'améliorait à mesure qu'on s'éloignait de cet intervalle. Elle a donné naissance à ce que l'on appelle la théorie analytique des nombres. C'était la première d'une longue série de conjectures de ce type, dont beaucoup ont été prouvées, qui ont contribué à consolider l'idée que les nombres premiers ne présentaient pas de régularité intrinsèque, mais qu'ils se comportaient comme des ensembles aléatoires de nombres avec une certaine densité. Ils présentaient certes certaines régularités, comme le fait qu'ils soient presque tous impairs. Ils ne sont pas non plus réellement aléatoires ; ils sont ce qu'on appelle pseudo-aléatoires. La création des nombres premiers n'implique aucune génération de nombres aléatoires. Mais avec le temps, il est devenu de plus en plus pertinent de considérer les nombres premiers comme s'ils étaient générés par une force supérieure lançant des dés en permanence et créant ainsi cet ensemble aléatoire. Cela nous a permis de faire toutes ces autres prédictions. Il existe une conjecture encore ouverte en théorie des nombres, appelée conjecture des nombres premiers jumeaux, selon laquelle il devrait exister une infinité de paires de nombres premiers qui sont jumeaux et ne diffèrent que de deux, comme 11 et 13. Nous ne pouvons pas le prouver, et il y a de bonnes raisons à cela. Mais grâce à ce modèle statistique aléatoire des nombres premiers, nous sommes absolument convaincus de sa véracité. Nous savons que si les nombres premiers étaient générés par tirage au sort, nous verrions apparaître des paires de nombres premiers jumeaux de manière répétée, par un pur hasard, à la manière dont une infinité de singes tapant à la machine finit par obtenir une pièce de Shakespeare, c'est quelque chose d'assuré. Au fil du temps, nous avons développé ce modèle conceptuel très précis du comportement des nombres premiers, basé sur les statistiques et les probabilités. Il est principalement heuristique et non rigoureux, mais extrêmement précis. Les rares fois où nous avons pu démontrer des choses concernant les nombres premiers, nos résultats ont concordé avec les prédictions de ce que nous appelons le modèle aléatoire des nombres premiers. Nous avons ce cadre conceptuel conjectural pour comprendre les nombres premiers, auquel tout le monde adhère. C'est

la même raison pour laquelle nous croyons à la vérité de l'hypothèse de Riemann et à la sécurité mathématique des systèmes de cryptographie.

En fait, si l'hypothèse de Riemann nous importe tant, c'est notamment parce que sa fausseté constituerait un coup dur pour ce modèle. Cela signifierait l'existence d'une structure secrète des nombres premiers qui nous serait inconnue. Je pense que nous abandonnerions très rapidement toute cryptographie basée sur les nombres premiers, car s'il existait une structure insoupçonnée, il y en aurait probablement d'autres, et ces structures pourraient mener à des failles de sécurité en cryptographie. Ce serait un véritable choc.

Nous voulons donc absolument éviter que cela ne se produise. Au fil du temps, nous avons été convaincus de choses comme l'hypothèse de Riemann. Cette conviction repose en partie sur des preuves expérimentales, et en partie sur le fait que les rares fois où nous avons pu obtenir des résultats théoriques, ils ont toujours concordé. Il est possible que le consensus soit erroné et que nous ayons tous simplement omis un élément fondamental. L'histoire des sciences a connu des changements de paradigme par le passé. Mais nous n'avons pas vraiment de moyen de les mesurer, en partie parce que nous manquons de données sur le développement des mathématiques et des sciences. Nous n'avons qu'une seule chronologie de l'histoire, et peut-être une centaine d'exemples de tournants historiques. Si nous avions accès à un million de civilisations extraterrestres, chacune avec un développement historique et scientifique différent et dans un ordre différent, alors peut-être aurions-nous une chance raisonnable de comprendre comment mesurer le progrès et ce qui constitue une bonne stratégie. On pourrait peut-être commencer à formaliser le tout et à mettre en place un cadre. Il faudrait peut-être créer de nombreux mini-univers ou simulations d'ia résolvant des problèmes arithmétiques très simples, en développant leurs propres stratégies, et disposer de ces petits laboratoires pour tester. Certains chercheurs étudient quel est le plus petit réseau neuronal capable d'effectuer des multiplications à 10 chiffres, par exemple. Je pense qu'on pourrait beaucoup apprendre simplement en faisant évoluer de petites ia sur des problèmes simples. Il est essentiel d'apprendre rapidement et en profondeur de nouveaux domaines pour contribuer à leur développement.

Donc, d'une certaine manière, vous êtes aussi l'un des plus grands autodidactes au monde. Comment apprenez-vous un nouveau sous-domaine des mathématiques ? À quoi cela ressemble-t-il ?

Nous avons déjà parlé de profondeur et d'étendue. Ce n'est pas une distinction purement humaine-ia. D'ailleurs, je crois que c'est Berlin qui a divisé les humains en hérissons et en renards². Le hérisson connaît une chose très bien, et le renard s'y connaît un peu dans tous les domaines. Je me considère clairement comme un renard. Je travaille beaucoup avec des hérissons, et il m'arrive d'être un hérisson si besoin est. J'ai toujours eu un côté un peu obsessionnel. S'il y a quelque chose que je lis et que j'ai l'impression d'être capable de comprendre, mais que je ne comprends pas vraiment, alors je ne comprends pas. Je comprends pourquoi ça fonctionne et il y a quelque chose de magique là-dedans... Quelqu'un a réussi à utiliser un type de mathématiques que je ne connais pas et à obtenir un résultat que j'aimerais démontrer. Je n'y arrive pas moi-même, mais cette personne a réussi grâce à sa méthode, et je veux découvrir son secret. Ça me tracasse que quelqu'un d'autre puisse faire quelque chose que je crois pouvoir faire, mais que je ne peux pas. J'ai toujours

2. Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Le_Hérisson_et_le_Renard.

eu ce côté obsessionnel, ce besoin de tout finir. J'ai dû me sevrer des jeux vidéo parce que si je commence un jeu, je veux le terminer, tous les niveaux. C'est une façon pour moi d'apprendre de nouveaux domaines. Je collabore avec beaucoup de personnes qui m'ont enseigné d'autres branches des mathématiques. Je me lie d'amitié avec d'autres mathématiciens qui travaillent sur un autre domaine. Je trouve leurs problèmes intéressants, mais ils doivent m'expliquer les bases, ce qui est connu et ce qui ne l'est pas. J'apprends beaucoup grâce à ça. J'ai constaté qu'écrire sur ce que j'ai appris est très utile. J'ai un blog où je note parfois ce que j'apprends. Plus jeune, j'apprenais quelque chose, je faisais une astuce géniale et je me disais : "Ok, je vais m'en souvenir." Six mois plus tard, j'avais tout oublié. Je me souviens m'en être souvenu, mais impossible de reconstituer mon raisonnement. Les premières fois, c'était tellement frustrant d'avoir compris quelque chose et de l'oublier aussitôt. J'ai donc décidé de toujours noter tout ce que j'apprends d'intéressant. C'est en partie comme ça qu'est né ce blog.

Combien de temps vous faut-il pour écrire un article ?

C'est quelque chose que je fais souvent quand je n'ai pas envie de faire autre chose. Par exemple, un rapport d'évaluation à rédiger ou autre chose qui me déplaît un peu à ce moment-là. Écrire un blog est une activité créative et agréable. C'est un moment que je partage avec moi-même. Selon le sujet, cela peut prendre une demi-heure ou plusieurs heures. Comme c'est un choix personnel, le temps passe vite quand j'écris, contrairement aux tâches administratives fastidieuses. D'ailleurs, l'ia a grandement facilité ces tâches rébarbatives ces dernières années.

Si la civilisation pouvait décider, à partir de principes fondamentaux, de l'utilisation du temps de Terry Tao, ressource limitée, quelle serait la plus grande différence ? Et si le voile de l'ignorance décidait de l'utilisation du temps de Terry Tao, au lieu de ce qu'il fait actuellement ? Ce blog n'existerait pas. J'ai beau me plaindre de certaines tâches que je n'ai pas envie de faire, mais que je dois accomplir... Plus on avance dans sa carrière universitaire, plus les responsabilités, les comités et autres obligations augmentent. J'ai aussi constaté que beaucoup d'événements auxquels j'assistais à contrecœur, par obligation pour une raison ou une autre, parce qu'ils me sortaient de ma zone de confort, débouchaient souvent sur des rencontres avec des personnes que je ne côtoierais pas autrement, comme vous par exemple. J'y apprenais des choses intéressantes et vivais des expériences enrichissantes. J'avais ainsi l'opportunité d'élargir mon réseau professionnel. Je crois donc beaucoup au hasard. J'optimise certaines parties de ma journée en les planifiant avec soin. Mais je suis prêt à en sacrifier d'autres pour faire quelque chose qui sort de mes habitudes. Peut-être que ce sera une perte de temps, mais peut-être que j'apprendrai quelque chose. Le plus souvent, je vis une expérience positive à laquelle je ne m'attendais pas. Je crois donc beaucoup au hasard. Il y a peut-être un danger dans les sociétés modernes, et pas seulement avec l'ia : nous sommes devenus très doués pour tout optimiser. Nous n'optimisons plus notre propre optimisation. Avec le covid, par exemple, nous sommes passés en masse aux réunions à distance, donc tout était planifié. Nous sommes restés occupés dans le milieu universitaire. Nous avons rencontré presque autant de personnes qu'"en présentiel", mais tout devait être planifié à l'avance. Ce qui nous a manqué, c'est le plaisir de frapper à une porte dans un couloir, de faire une rencontre fortuite autour d'un café. Ces interactions inattendues peuvent paraître superflues, mais elles sont en réalité essentielles. Quand j'étais étudiant en master, j'allais à la bibliothèque pour chercher un article scientifique.

Il fallait consulter physiquement la revue et lire l'article. On pouvait la parcourir et parfois l'article suivant était également intéressant. Parfois non, mais on pouvait tomber dessus par hasard.

Découvrir des choses intéressantes. C'est devenu quasiment impossible. Si vous voulez accéder à un article, il suffit de le taper dans un moteur de recherche ou une ia, et vous obtenez instantanément ce que vous cherchez. Mais vous passez à côté des découvertes fortuites que vous auriez pu faire en procédant de manière moins efficace. J'ai passé un an à l'Institute for Advanced Study, un endroit formidable, sans aucune distraction. On y est uniquement pour faire de la recherche. Les premières semaines sont géniales. On rédige tous ces articles qu'on avait envie d'écrire depuis longtemps. On se plonge dans les problèmes pendant des heures. Mais j'ai constaté que si je reste là-bas plus de quelques mois, l'inspiration me manque. Je m'ennuie. Je passe beaucoup plus de temps sur la toile. On a besoin d'une certaine dose de distraction dans la vie. Cela ajoute suffisamment d'aléatoire et de température élevée.

Je ne connais pas la meilleure façon d'organiser ma vie. Ça fonctionne, c'est tout. Je suis très curieux de savoir quand on peut espérer que les ia soient capables de faire des calculs mathématiques de pointe au moins aussi bien que les meilleurs mathématiciens humains. D'une certaine manière, elles font déjà des calculs mathématiques de pointe extrêmement sophistiqués, inaccessibles aux humains, mais il s'agit d'une frontière différente de celle à laquelle nous sommes habitués. On pourrait dire que les calculatrices faisaient des calculs mathématiques de pointe que les humains ne pouvaient pas accomplir, mais ce n'était que du traitement numérique. Mais remplacer complètement Terry Tao... Franchement, à quoi bon me demander ça ? Tu vas juste passer dans tous les podcasts après. Ce n'est peut-être pas la bonne question à poser. Je pense que d'ici une dizaine d'années, beaucoup de choses que font actuellement les étudiants en mathématiques, ce à quoi nous consacrons la majeure partie de notre temps et une grande partie de ce que nous publions dans nos articles aujourd'hui, pourront être faites par l'ia. Mais nous nous rendons compte que ce n'était pas la partie la plus importante de notre travail. Il y a cent ans, beaucoup de mathématiciens se contentaient de résoudre des équations différentielles. Les physiciens avaient besoin d'une solution exacte à un système donné, et ils engageaient un mathématicien pour qu'il effectue laborieusement les calculs et trouve la solution à cette équation des fluides, quelle. Une grande partie du travail d'un mathématicien du XIXe siècle pouvait être résolue en quelques minutes grâce à **mathematica**, **wolfram alpha**, un logiciel de calcul formel, ou plus récemment, grâce à une intelligence artificielle. Mais les choses ont évolué. Nous avons travaillé sur des problèmes différents. L'arrivée des ordinateurs : autrefois, les ordinateurs étaient gérés par des humains mais ça a changé. Avant ça, on créait laborieusement des tables de logarithmes et on calculait les nombres premiers, comme Gauss ; aujourd'hui, tout cela est automatisé. En génétique, le séquençage du génome d'un seul organisme nécessitait un doctorat complet pour un généticien, qui devait séparer minutieusement tous les chromosomes. Désormais, pour 1 000 dollars, on peut envoyer le génome à un séquenceur et obtenir le résultat. Mais la génétique n'est pas morte en tant que discipline. On passe à une autre échelle. On étudie peut-être des écosystèmes entiers plutôt que des individus.

Je comprends votre point de vue, mais quand est-ce que la plupart, voire la quasi-totalité, des progrès mathématiques seront réalisés par l'ia ?

Si l'on apprenait l'année en question qu'un problème du Millénaire a été résolu, il y a 95 % de

chances qu'une ia y parviendra un jour de manière autonome. Il y aura certainement une telle année. Je pense que c'est l'association des humains et des ia qui dominera les mathématiques pendant encore longtemps.

Cela dépendra. Il faudra des avancées supplémentaires par rapport à ce que nous avons déjà réalisé, ce qui rendra le processus aléatoire. Je pense que les ia actuelles excellent dans certains domaines, mais sont vraiment médiocres dans d'autres. Bien qu'il soit possible d'ajouter de plus en plus de couches logicielles pour réduire les taux d'erreur et améliorer leur interopérabilité, il me semble que nous ne disposons pas de tous les ingrédients nécessaires pour obtenir un remplacement véritablement satisfaisant pour toutes les tâches intellectuelles. Actuellement, l'ia est complémentaire des mathématiciens, mais elle n'en est vraiment pas un substitut. Étant donné que les ia actuelles accélèrent la science de multiples façons, on peut espérer que de nouvelles découvertes et de nouvelles percées se produiront plus rapidement. Il est également possible qu'en détruisant le hasard, nous freinions certains types de progrès. Tout est possible à ce stade. Je pense que le monde est extrêmement imprévisible en ce moment.

Quel conseil donneriez-vous à quelqu'un qui envisage une carrière en mathématiques ou qui est en début de carrière dans ce domaine, notamment au vu des progrès de l'ia ? Devraient-ils envisager leur carrière différemment, le cas échéant, suite aux progrès de l'ia ?

Nous vivons une époque de changements. Comme je l'ai dit, nous vivons dans une ère particulièrement imprévisible. Ce que nous avons tenu pour acquis pendant des siècles pourrait ne plus l'être. Notre façon de faire les choses, et pas seulement les mathématiques, va changer.

À bien des égards, j'aurais préféré cette époque plus tranquille et paisible où les choses seraient restées sensiblement les mêmes qu'il y a 10 ou 20 ans. Mais je crois qu'il faut accepter l'idée que le monde va beaucoup changer. Certains domaines d'étude deviendront obsolètes ou seront révolutionnés, tandis que d'autres perdureront. Il faut toujours être à l'affût des nouvelles opportunités. En mathématiques, il fallait auparavant de longues études et un doctorat pour contribuer à la recherche de pointe. Mais aujourd'hui, grâce à l'intelligence artificielle, au langage de démonstration Lean et à d'autres méthodes, il est tout à fait possible, dès le lycée, de participer à un projet de mathématiques et d'y apporter une contribution significative.

De nombreuses opportunités d'apprentissage non traditionnelles s'offriront à vous, vous aurez donc besoin d'un esprit très adaptable. Il y aura de la place pour explorer des choses par simple curiosité et pour expérimenter. Il vous faudra tout de même obtenir vos diplômes. Pendant un certain temps, il restera important de suivre un enseignement traditionnel et d'apprendre les mathématiques et les sciences de manière classique. Mais vous devrez aussi être ouvert à des approches scientifiques très différentes, dont certaines n'existent pas encore. C'est une période à la fois angoissante et passionnante.

Voilà une excellente façon de conclure. Terence, merci beaucoup.

Avec plaisir.

J'ai l'honneur de vous présenter le lauréat de la médaille James Madison de cette année, Terence Tao, de la promotion 1996. Né et élevé en Australie, Terry, comme on l'appelle, n'avait que 17 ans lorsqu'il est arrivé à Princeton pour commencer son doctorat. Cependant, ce n'était pas sa première visite à Princeton. Son père, Billy Tao, l'avait emmené à l'Institute of Advanced Study alors qu'il n'avait que neuf ans, pour rencontrer les célèbres mathématiciens Enrico Bombieri et Charles Fefferman afin d'évaluer le potentiel du jeune Terry.

Son père voulait savoir : "Ce gamin a-t-il un vrai talent ?" Après lui avoir soumis quelques problèmes complexes pour tester la créativité de Terry, Charlie réalisa rapidement, comme il le dit lui-même : "Si j'avais dit non, ça aurait figuré parmi les pires erreurs de ma vie. Terry a été surnommé "le Mozart des mathématiques" pour son inventivité et a mené des recherches en mathématiques pures et appliquées, contribuant notamment à l'échantillonnage compressif et à la théorie des nombres. Il est l'un des penseurs les plus singuliers des mathématiques actuelles. Son génie technique, sa créativité exceptionnelle, sa grande curiosité et son esprit de collaboration ont conduit à de nombreuses découvertes révolutionnaires. Ses travaux ont également amélioré concrètement des vies, comme le développement d'algorithmes qui accélèrent les examens IRM. Lorsqu'il a reçu la médaille Fields en 2006, l'Union mathématique internationale a salué son ingéniosité hors du commun pour sa capacité à trouver des idées nouvelles et son point de vue naturel et saisissant, qui laisse les autres mathématiciens perplexes : "Pourquoi personne n'y a-t-il pensé avant ?" Un an plus tard, en 2007, il remportait une bourse MacArthur. Il y a clairement un fil conducteur. Aujourd'hui, en tant que titulaire de la chaire James et Carol Collins au sein du Collège des lettres et des sciences de l'UCLA et directeur des projets spéciaux à son Institut de mathématiques pures et appliquées, Terry continue de se consacrer à la résolution de nouveaux problèmes tout en formant une nouvelle génération d'étudiants. En 2014, après avoir remporté le Breakthrough Prize en mathématiques, il a fait don des trois millions de dollars de la récompense pour financer des bourses destinées à des doctorants de pays en développement et à des lycéens américains surdoués. Son leadership académique s'étend bien au-delà des salles de cours. En 2025, il a dénoncé les coupes budgétaires fédérales affectant la recherche et l'enseignement universitaires. Comme il l'a écrit : "Il s'agit d'une décision délibérée."

Concernant démantèlement des institutions, des financements et des libertés qui ont soutenu la science américaine pendant des générations, je m'exprime à ce sujet non pas en simple observateur, mais en tant que personne dont toute la vie professionnelle a été façonnée par cet écosystème. Sesame Street m'a appris à compter, et Cosmos de Carl Sagan a fait naître en moi une fascination pour le monde naturel. Terry, merci de défendre la recherche qui change des vies et nos institutions d'enseignement supérieur. Princeton vous soutient pleinement.

Et maintenant, je vous invite à accueillir sur scène Terry Tao, lauréat de la médaille James Madison 2026.

Merci infiniment pour cette très belle présentation. Juste une petite correction concernant le Breakthrough Prize, je n'ai pas donné tout mon argent pour ce prix. J'en ai donné une partie, certes, mais bref, merci infiniment pour le grand honneur que représente le fait de recevoir la médaille Madison cette année. Cela représente beaucoup pour moi, car Princeton a vraiment été un tournant dans

ma vie. Comme indiqué dans l'introduction, j'ai grandi en Australie et j'ai eu une scolarité assez atypique. J'ai sauté plusieurs classes. À l'école primaire, je suivais mes cours de mathématiques et de sciences au lycée local. Au lycée, j'ai suivi ces mêmes cours à l'université locale, l'université Flinders. Et, oui, ma mère devait me conduire tous les jours. Mais, vous savez, je ne prenais pas vraiment mes études au sérieux quand j'étais enfant. Je voyais ça comme un jeu si la matière me plaisait, j'écoutais. Sinon, je gribouillais et je décrochais. Malgré tout, mes professeurs à Flinders m'ont conseillé d'étudier à l'étranger et, comme je l'ai déjà dit, j'ai été admis à Princeton pour un master à l'âge de 17 ans. Oui, à 17 ans, je n'avais pas beaucoup de compétences pratiques. Mon père devait m'accompagner et m'apprendre les choses de base, comme faire la lessive ou ouvrir un compte bancaire.

Mais, vous savez, l'accueil était vraiment chaleureux. Je me suis beaucoup lié d'amitié avec les étudiants de première année en maths et physique. On faisait vraiment tout ensemble. Et, oui, je me suis super bien amusé, peut-être même un peu trop, d'une certaine manière. J'ai beaucoup joué au bridge, au baby-foot et aux jeux vidéo.

J'ai découvert Internet. Ouais, et pour être honnête, je n'étais pas très attentif en cours.

Bref, ça m'a joué un mauvais tour environ deux ans après mon arrivée. Le département de mathématiques de Princeton a ces fameux examens généraux. Ce sont des épreuves orales terrifiantes de trois heures que tous les doctorants doivent passer. Tout le monde a révisé pendant des mois, sauf moi. Je pensais juste que quelques semaines de révision suffiraient. Et en gros, je l'ai réussi de justesse. Ils posaient des questions de plus en plus faciles dans mon domaine jusqu'à ce que j'obtienne suffisamment de bonnes réponses pour qu'ils me fassent passer. Mais ça a été un vrai choc, parce que ça ne m'était jamais arrivé. Et mon directeur de thèse, Eli³ Stein, a dû me faire la morale. Il m'a dit que j'étais arrivé avec des lettres de recommandation dithyrambiques, qu'ils avaient de grandes attentes et que je n'avais pas été à la hauteur de mon potentiel. Alors, en gros, j'ai dû me ressaisir. Pour la première fois, je ne voulais vraiment pas décevoir Eli une fois de plus. J'ai donc passé les deux dernières années (enfin, j'ai quand même joué un peu aux jeux vidéo) à me consacrer sérieusement aux mathématiques et à faire ce que j'étais censé faire. J'ai obtenu mon doctorat et un post-doctorat à l'UCLA, ce qui était formidable. J'ai adoré et ils m'ont gardé. J'y suis resté 30 ans et je suis toujours resté en contact avec Princeton. Je leur rendais visite fréquemment et j'ai gardé le contact avec Eli jusqu'à son décès, il y a quelques années⁴. Eli m'a inculqué une chose essentielle : on n'est pas là pour faire des mathématiques uniquement pour démontrer des théorèmes et résoudre des énigmes mathématiques. Le service est tout aussi important. C'est d'ailleurs une valeur fondamentale à Princeton : il faut toujours chercher à servir la communauté et ne pas se contenter de vivre dans sa tour d'ivoire ou à Fine Hall, selon le cas. J'ai donc toujours cherché des moyens d'être à la hauteur de ces valeurs. J'ai finalement eu l'honneur, en 2021, de siéger au sein de l'équipe du président Biden, au Conseil consultatif scientifique et technologique, qui réunissait des scientifiques de renom, des chefs d'entreprise et des directeurs de ministères pour discuter de nombreux enjeux technologiques urgents, comme la biotechnologie, la prévision des feux de forêt et l'intelligence artificielle. Et c'était vraiment très enrichissant, je dois dire.

3. Elias

4. Voir <https://terrytao.wordpress.com/2018/12/24/elias-stein/>.

Ce poste nécessitait beaucoup de travail, mais vraiment, c'était très enrichissant. J'ai pu observer l'écosystème scientifique dans son ensemble, et réaliser à quel point il est précieux et combien il est important de le préserver. J'ai aussi constaté l'évolution du monde et la transformation que connaîtront les mathématiques, les sciences et les technologies dans les années à venir. Me voici de retour à l'UCLA. J'y occupe le poste de directeur des projets spéciaux à l'Institut de mathématiques (IPAM), où je m'efforce de mettre en place des projets expérimentaux pour observer concrètement comment les mathématiques, en particulier, fonctionneront au XXI^e siècle. C'est le sujet que je souhaite aborder aujourd'hui pour le reste de ma conférence, car je pense sincèrement que les mathématiques ont besoin d'une profonde réforme. Nos pratiques n'ont guère évolué depuis des siècles. Nous sommes l'une des professions les plus conservatrices, non pas politiquement, mais en termes de pratique. À gauche de l'écran, vous voyez un manuel tiré des mémoires de Al-Kashi, datant d'il y a environ 200 ans, présentant ce que nous appelons aujourd'hui la formule d'Al-Kashi et d'autres notions fondamentales d'analyse complexe. C'est peut-être un peu difficile à distinguer, mais pour un mathématicien, ce manuel est presque identique à celui que nous donnons aujourd'hui à nos étudiants. À ceci près qu'il est en français et non produit par un traitement de texte sur ordinateur. Mais, en ce qui concerne les équations et la présentation, nous n'avons pas vraiment modifié nos méthodes d'enseignement.

Et nous sommes peut-être le dernier département à nous accrocher ainsi à nos tableaux noirs. Il y a une photographe, Jessica Wynne, que je connais, qui a publié un joli petit livre où elle photographie les tableaux noirs des mathématiciens comme de véritables œuvres d'art. Vous savez, ça fait partie intégrante de notre façon de faire des mathématiques et, vous savez, j'ai moi-même quatre tableaux noirs dans mon bureau. Je ne m'en séparerai jamais.

Mais peut-être devons-nous changer un peu. Les autres sciences, par exemple, commencent, elles aussi, à évoluer. Même avant la révolution moderne de l'ia, si l'on prend la chimie physique, le nombre de collaborateurs sur les articles a considérablement augmenté. En revanche, en mathématiques, nous restons bloqués à une ou deux personnes en moyenne avec lesquelles nous travaillons. Non pas par manque de sociabilité..., pas seulement parce que nous sommes asociaux. Mais parce qu'il existe des difficultés particulières qui rendent la collaboration complexe en mathématiques. Le niveau d'exigence est très élevé. Pour beaucoup de problèmes sur lesquels nous travaillons, il faut un doctorat en mathématiques, ne serait-ce que pour comprendre la question. Et nous avons des exigences extrêmement élevées en matière de démonstration. Nos arguments doivent être absolument corrects. Si un collaborateur fournit une partie de l'argumentation qui comporte une erreur, l'article entier peut être remis en question. De plus, nos méthodes de travail ne sont pas adaptables. Nous apprécions nos tableaux noirs et c'est une expérience formidable de collaborer avec quelqu'un avec qui l'on est en parfaite harmonie, et d'échanger des idées très rapidement. Mais si l'on essaie de travailler avec 20 personnes, cela ne fonctionne pas. Nous passons peut-être à côté de l'industrialisation de la science que l'on observe dans d'autres disciplines. Mais je pense que grâce aux nouvelles technologies, nous pouvons enfin y remédier. Ces dernières années, nous avons commencé à explorer de nouveaux types de mathématiques. J'aime à faire une analogie en sciences expérimentales, on distingue les études de cas portant sur une entité individuelle, comme un patient, des enquêtes de population où l'on interroge tous les individus d'un groupe démographique donné. Les deux approches ont leur intérêt, mais en mathématiques, nous nous sommes jusqu'à présent limités aux études de cas. Nous prenons un seul théorème, un seul problème, et

nous l'étudions intensivement pendant un mois ou plusieurs mois, mais nous ne prenons pas un millier de problèmes et n'analysons pas les données. Nous n'en avons tout simplement pas la possibilité. Mais maintenant, c'est possible. Nous commençons enfin à observer une participation plus large aux mathématiques. Comme je l'ai dit, il fallait un doctorat en mathématiques, ne serait-ce que pour participer au jeu par le passé. Il existe aujourd'hui de grands projets de mathématiques auxquels contribuent des étudiants de premier cycle, des lycéens, des professionnels de l'industrie, et même des personnes lambda. Et bien sûr, nous avons toutes ces technologies d'ia qui atteignent enfin le seuil de rentabilité, où elles permettent de gagner plus de temps qu'elles n'en font perdre, du moins en mathématiques. Je préfère ne pas m'étendre sur d'autres domaines. Les mathématiques possèdent une propriété particulière, moins présente dans d'autres disciplines : la possibilité de vérifier nos réponses avec une grande précision, même à l'aide d'un ordinateur. C'est notamment le cas de la vérification formelle, une technologie qui a considérablement mûri ces dernières années et qui permet à un ordinateur de vérifier la validité de nos raisonnements. C'est ce qui rend ces tendances concrètes. Je vais vous donner un exemple auquel j'ai participé et dont vous avez peut-être entendu parler, car il a fait sensation sur les réseaux sociaux, notamment sur Twitter dédié aux mathématiques. Il s'agit d'un ensemble de problèmes posés par le mathématicien Paul Erdős. On les appelle collectivement les problèmes d'Erdős. Il s'agit d'un recueil d'environ 1 000 problèmes, et il existe un site web créé par Thomas Bloom, un mathématicien d'Oxford... pardon, de Bristol, qui les a tous rassemblés et qui a développé un site web très agréable et une communauté est très active autour de ce sujet. Paul Erdős était l'un des mathématiciens les plus prolifiques du XXe siècle.

Il a publié plus de 1 500 articles en mathématiques. Je crois que c'est toujours le record. Je l'ai rencontré quand il avait 10 ans, en fait. J'avais 10 ans, pardon. Lui, non. Voilà. Il adorait donner des problèmes aux gens.

Je veux dire, les problèmes étaient sa façon d'encourager les gens à faire des mathématiques. Il était d'ailleurs l'une des personnes qui m'ont écrit des lettres de recommandation pour que j'entre à Princeton, un autre contact précieux. Donc, oui, je lui suis très reconnaissant pour cela. Il a posé énormément de problèmes et il était connu pour offrir de petites récompenses en argent. Enfin, pas pour tous, mais pour certains, il disait : "J'ai demandé 25 pour la solution de celui-ci ou 50 pour celle de celui-là." Il jugeait certains problèmes extrêmement importants et offrait davantage. Voici un problème qui a eu une influence considérable : la solution mathématique exacte n'est pas importante, mais est-ce que tout grand ensemble de nombres naturels contient de très nombreuses suites arithmétiques ? C'est en gros ce que dit cette question. Il offrait 5 000 pour cela. Le problème est toujours ouvert, mais beaucoup de travail a été fait sur des cas particuliers de progrès partiels. J'ai résolu plusieurs problèmes d'Erdős.

L'année dernière, ce site recensant les problèmes d'Erdős a attiré l'attention de nombreuses entreprises technologiques, car les outils d'ia devenaient suffisamment puissants pour commencer à progresser sur ces problèmes. Il y a eu beaucoup d'enthousiasme. On entendait dire : "Incroyable ! Ils résolvent des problèmes que les mathématiciens n'ont pas réussi à résoudre depuis des décennies", ce qui est techniquement vrai. Mais en réalité, ces entreprises d'ia se sont contentées de trouver des solutions superficielles. Sur tous les problèmes les plus importants que nous souhaitons résoudre, l'ia n'a jusqu'à présent pas réussi. Quant aux problèmes qu'Erdős n'a posés qu'une ou deux fois, ils sont restés très peu étudiés. Pour certains d'entre eux, l'ia a trouvé des solutions qu'aucun ma-

thématicien humain n'avait le temps ou la volonté d'étudier. Et en fait, si l'on considère toutes les tentatives, le taux de réussite de ces outils reste d'environ un à deux pour cent. Autrement dit, sur les 1000 problèmes existants, ils n'en ont retenu qu'une vingtaine à résoudre. Mais tout de même, c'est incroyablement impressionnant. Franchement, si vous m'aviez dit ça il y a trois ans, je ne l'aurais pas cru. C'est un véritable progrès. Et, vous savez, ça ne nous aide pas à résoudre nos études de cas, les problèmes complexes sur lesquels on aime travailler d'habitude, mais je pense que cela montre qu'il existe une autre approche, une approche complémentaire, des mathématiques, une approche plus en largeur qu'en profondeur, où au lieu de s'acharner sur un seul problème, on en aborde mille.

Grâce à vos outils automatisés, vous pouvez identifier les problèmes susceptibles d'être résolus par des méthodes relativement simples. Et ça fonctionne ! C'est une capacité que nous n'avions pas auparavant, faute de personnel. Depuis septembre dernier, nous suivons le nombre de problèmes résolus. Le graphique ci-dessous illustre la situation. Actuellement, sur 1 000 problèmes, environ 700 sont ouverts et près de 500 sont résolus. Il existe d'autres graphiques, mais je ne les aborderai pas ici. La progression a été plutôt lente. Il y a eu une légère accélération en octobre dernier, lorsque les outils d'ia ont commencé à développer des outils de recherche approfondie. Ces outils permettent de rechercher dans la littérature tout article pertinent correspondant à un problème, même sans mot-clé.

C'était une sorte de recherche web boostée aux stéroïdes. Ces outils ont commencé à trouver des solutions à des problèmes listés comme ouverts sur le site de Thomas Bloom, mais qui avaient déjà été résolus dans la littérature. Nous n'avions tout simplement pas la capacité de les rechercher. Nous avons donc déjà trouvé une dizaine ou une vingtaine de solutions de cette manière. Puis, il y a eu une forte accélération aux alentours de Noël, lorsque les outils d'ia ont enfin intégré de nouveaux modèles qui ont commencé à résoudre un bon nombre de problèmes d'Erdős. Une vingtaine ou une trentaine, en fait. Et puis, ça s'est stabilisé. Je crois que ces dernières semaines, nous n'avons plus constaté cet afflux massif. Cette phase est peut-être terminée pour le moment, mais la prochaine itération de ces modèles pourrait bien provoquer une nouvelle vague.

Au fait, si vous vous demandez pourquoi ce pic est si important, c'est parce que Thomas a découvert une longue liste de problèmes d'Erdős qu'il ne connaissait pas auparavant et qu'il a ajouté d'un coup 50 problèmes à sa liste. Bon, je vais vous donner un ou deux exemples. Je sais que beaucoup d'entre vous ne sont pas mathématiciens, donc ce sont des exemples très généraux de la façon dont les humains et l'ia ont réussi à résoudre ces problèmes, souvent par une combinaison de méthodes.

Voici le problème d'Erdős numéro 367. Il demande si l'on peut trouver un nombre tel qu'une certaine fonction des facteurs premiers de $N + 1$ et $N + 2$ obéisse à une certaine inégalité. Les détails précis n'ont pas d'importance. En 2025, Thomas avait un site web avec un petit forum de discussion. Chaque problème était accompagné d'un formulaire en ligne permettant de laisser des commentaires, et un participant a suggéré : "Je pense pouvoir résoudre ce problème si je trouve une certaine équation auxiliaire." Il a donc proposé un contre-exemple à cette inégalité, en disant : "Je sais fournir une valeur spécifique de N , mais je dois vérifier une certaine congruence." Il pouvait vérifier la congruence en question par ordinateur pour les premières valeurs, mais il ne pouvait pas la démontrer. Puis il a pu résoudre le problème. Je lisais ce site et je m'amusais justement avec

l'ia. J'ai donc entré ce problème dans un outil d'ia, et celui-ci m'a dit : "Voilà la preuve de cette congruence." Il a ensuite suffi d'utiliser ce résultat et de faire ceci ou cela, et l'ia a résolu le problème d'Erdős du premier coup, ce que j'ai trouvé assez impressionnant.

La démonstration était en fait assez verbeuse et inutilement compliquée. Je l'ai donc simplifiée, puis j'ai expliqué sur le forum comment résoudre le problème. Un autre participant a ensuite décidé d'utiliser cet argument en anglais brut (i.e. en langage naturel) avec une autre ia pour le convertir en une démonstration formelle vérifiable par un assistant de démonstration formelle. Ainsi, une partie du problème est maintenant résolue, et la démonstration a été entièrement vérifiée dans un langage informatique, Lean en l'occurrence. Voilà un exemple. Un autre exemple, plus complexe, est le suivant : j'ai utilisé **nanobanana** pour l'illustrer. Plutôt que de vous montrer les mathématiques résolvant cet exemple, je vais vous proposer un petit jeu. Imaginons deux joueurs, Alice et Bob. Alice a un tas de pièces et le divise en cinq tas. Bob choisit ensuite certains de ces tas, mais il peut choisir ceux qu'il souhaite. Bob doit sélectionner uniquement une séquence de piles dont la hauteur est croissante ou décroissante. Bob ne peut donc pas sélectionner ces trois piles, mais il pourrait en sélectionner d'autres, car elles sont soit croissantes, soit décroissantes. Bob choisira bien sûr la séquence qui lui permettra de garder toutes les pièces qu'il sélectionne ; il cherche donc à en obtenir le plus possible. Alice, quant à elle, souhaite disposer les pièces de manière à ce que Bob ne puisse pas lui prendre le plus d'argent possible. La question est : quel est le prix équitable ? Combien Alice devrait-elle demander à Bob pour jouer à ce jeu ? Voilà une façon de décrire ce problème. Il n'a pas d'application pratique, mais c'est un problème d'Erdős très classique. Un participant du site a effectué des calculs numériques et a commencé à émettre des conjectures sur la solution. Je manque de temps, je vais donc peut-être passer certains détails. Mais en utilisant une ia, un cas particulier de ce problème a été résolu en le convertissant, de façon assez inattendue, en un problème d'empilement de petits carrés dans un grand carré. Et cette astuce nous a étonnés, car nous pensions que c'était l'ia qui l'avait inventée. Plus tard, nous avons découvert que cette astuce était déjà apparue dans un article de journal datant de 1959. Mais elle était nouvelle pour nous.

Nous avons donc pu résoudre au moins un cas particulier de ce problème lorsque le nombre de piles de pièces forme un carré parfait. J'ai ensuite utilisé un autre outil d'ia pour explorer ce qui se passe lorsque, de manière générale, le nombre de puissances n'est pas un carré parfait. Nous avons ainsi pu déterminer les configurations optimales de pièces, ce qui nous a permis de formuler une hypothèse sur la marche à suivre dans le cas général.

Puis un autre participant a remarqué que cette nouvelle conjecture, formulée en termes d'empilement de carrés, était en fait équivalente à un autre problème du site, un autre problème d'Erdős, qui venait d'être résolu. Un article publié il y a environ deux ans avait permis de progresser sur cette autre conjecture, et en l'intégrant, nous avons pu résoudre la conjecture initiale. Il s'agissait donc d'une collaboration entre de très nombreuses personnes, dont certaines n'étaient pas mathématiciennes. Certaines travaillaient dans des entreprises technologiques, d'autres étaient lycéennes, et chacune utilisait son outil d'ia préféré, tandis que d'autres encore travaillaient avec un stylo et du papier. Ensemble, elles ont réussi à résoudre ce problème. Je pense que c'est un bon exemple de cette approche pluridisciplinaire des mathématiques. En résumé, l'ia a connu un développement considérable, surtout ces dernières années, et elle ouvre la voie à de nouvelles méthodes pour faire des mathématiques à une échelle et une vitesse sans précédent. Je pense que dans les deux pro-

chaines années, les gens vont commencer à constituer systématiquement des séries de problèmes à résoudre ou d'autres tâches mathématiques à accomplir. En clair, si vous proposez ce type de ressources, des personnes de tous bords seront intéressés et elles viendront.

Et il va y avoir de nombreux projets communautaires. Je vais moi-même en lancer quelques-uns à l'IPAM, où nous définissons un grand nombre de problèmes mathématiques à résoudre, et où la communauté peut ensuite faire appel à la participation du public. Elle en résoudra une partie. L'ia permet de résoudre certains problèmes, même si le taux de réussite n'est pas de 100 %, ce qui peut tout de même permettre des avancées mathématiques significatives. Ces outils facilitent grandement l'accès à la recherche en mathématiques. Ainsi, j'interagis avec de nombreuses personnes du monde mathématique que je n'aurais jamais rencontrées auparavant. C'est donc une période passionnante pour les mathématiques. Je pense que beaucoup de choses vont changer.

Merci beaucoup pour votre attention.