

Interview de Jean-Pierre Serre par Stéphanie Vareilles et Jean-Louis Colliot-Thélène

JEAN-PIERRE SERRE : Pouvoir rencontrer des gens et bavarder avec eux tout en jouant aux boules, éventuellement, ou en mangeant de la bouillabaisse, ça, c'est très important.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Bon, au moment de la bouillabaisse, je ne pense pas que l'intensité de la discussion mathématique soit très élevée.

JEAN-PIERRE SERRE : Non, mais ça met de l'huile dans les rouages, c'est comme ça.

STÉPHANIE VAREILLES : Comme le tennis de table, peut-être.

JEAN-PIERRE SERRE : Le tennis de table, je peux vous raconter une histoire de tennis de table. J'étais dans un club de ping-pong, et puis je jouais une petite partie d'entraînement avec quelqu'un que je connaissais du club, et il me dit : "Serre, il paraît que vous êtes mathématicien.". Je lui dis : "Oui.". "Et comment démontre-t-on qu'il y a une infinité de nombres premiers ?". Alors, tout en continuant à jouer, je lui ai dit "Voilà, c'est très facile." Je lui ai expliqué la démonstration d'Euclide, et j'ai eu le temps de la faire avant de terminer la partie.

STÉPHANIE VAREILLES : Jean-Pierre Serre, quand êtes-vous tombé amoureux des mathématiques ? Est-ce qu'il y a eu un déclic ? Et qu'est-ce qui vous a amené à en faire votre métier ?

JEAN-PIERRE SERRE : J'ai toujours aimé ça. Et j'ai un souvenir de jeunesse, mais je l'ai raconté déjà. Quand j'apprenais la table de multiplication, on en était à la multiplication par 8, et puis je me suis demandé tout seul, celle par 9. Et puis j'ai vu 2 fois 9, 18, 1 et 8, ça fait 9. 27, 2 et 7, ça fait 9. Ah ! Je me suis dit, "Ah bon, il n'y a qu'à faire que la somme des chiffres soit égale à 9." C'était épataant, et j'ai été content. Donc ça, c'est mon plus ancien souvenir. Et puis après, j'ai toujours aimé. Au lycée, je regardais les bouquins de maths des classes suivant la mienne. Ma mère avait aussi des bouquins de maths qu'elle avait gardés, de licence, du début de licence. Mais ils étaient sérieux. Ouh là là ! Limites, continuités, coupures, des trucs comme ça.

Je ne les regardais pas. Je ne regardais que des jolies formules, comme e^{ix} , ça, ah ça, oui ! Et puis, petit à petit, je me suis rendu compte que j'avais envie d'entrer à l'École Normale pour faire des maths.

Au début, on se figure que ce n'est pas un métier de faire des maths. Donc, on pense qu'on sera professeur, quoi. Puis ensuite, on rentre à l'École Normale, et on s'aperçoit qu'il y a encore des articles qui sont écrits, qu'il y a des nouvelles choses. Je pense que maintenant, les gens le savent un peu plus tôt. Mais moi, j'étais dans un lycée de province, je n'avais pas la moindre idée que les maths *avançaient*, par exemple, à 18 ans. Non.

Il y avait ce qu'on appelait la géométrie moderne, mais elle datait de 1870-1880. C'était tout. Très

Référence : <https://www.carmin.tv/fr/collections/outreach-les-videos-tout-public-du-cirm/video/interview-au-cirm-jean-pierre-serre-avec-jean-louis-colliot-thelene>.

Cette interview a été captée en 2015, Jean-Pierre Serre, en 2015, a 89 ans (prenons-en de la graine).

Transcription en L^TE_X : Denise Vella-Chemla, février 2026.

vite, j'ai bien aimé le côté des maths qui étaient vraies, quoi, des choses absolument vraies.

STÉPHANIE VAREILLES : Au cours de votre parcours, quelles ont été vos influences ?

JEAN-PIERRE SERRE : Alors, au lycée, j'ai eu un très bon professeur de Maths. Élém., parce qu'il était très très précis. Il était précis au point que, quand il avait un dessin à faire au tableau de quelque chose, il prenait un compas avec de la craie, et il nous obligeait à écrire des formules, quand il y avait une fraction, avec le trait sur la ligne, tracé à la règle, tracé à la règle et sur la ligne.

Ah si, c'était une très bonne éducation. Et il m'a préparé au Concours Général aussi, très gentiment, en me donnant un problème du Concours Général à faire par semaine, et ensuite, on se réunissait tous les deux dans une petite pièce, et pendant deux heures, je lui expliquais ma solution, lui-même l'avait fait, et ça, c'était un bon entraînement scolaire.

Après, il y avait l'École Normale, où pendant deux ans, j'ai eu des professeurs qui n'étaient pas très bons, ce qui était malheureusement un peu rassurant, on se disait qu'on était vraiment aussi bons qu'eux, à tort peut-être, d'ailleurs. Mais ensuite, heureusement, il y a eu enfin un grand professeur, ça a été Cartan. Alors là, ça a été l'opposé, ça a été important, ça !

Puis après, les influences, c'est plus subtil, les influences. Il y a eu l'influence de Bourbaki et du groupe, celle de Borel, et puis l'influence plus distante, celle d'André Weil, qui était mon idole, qui l'est resté d'ailleurs, tout simplement. Vraiment, c'est une façon tellement originale de faire des maths, d'aller aux endroits essentiels.

On ne pouvait pas le prendre comme modèle, réellement, ce n'était pas possible. Mais on pouvait s'en inspirer, c'est ce que j'ai... J'ai entendu une fois Weil expliquer comment il voyait sa façon de faire des maths. Il considérait que c'était un peu comme une espèce de guerre où il faut prendre des places fortes.

Ensuite, une fois que les places fortes sont prises, ça, l'infanterie occupe ce qui est entre les différentes places fortes. Et lui ne s'occupait que des places fortes.

STÉPHANIE VAREILLES : Alors, les influences, ça peut être aussi l'influence de mathématiciens disparus, c'est-à-dire des influences dans les livres, les mathématiques que vous avez lues ?

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, alors effectivement, à certaines époques, des mathématiciens allemands en particulier, l'école allemande, il y a eu une magnifique école allemande, vous savez en maths, en particulier dans les années 1920-1930, et c'était vraiment splendide ce qu'ils faisaient. Et Hitler l'a complètement démolie parce que la plupart sont partis ou se sont fait tuer. Mais c'était vraiment bien. Et ça, ça m'a influencé.

STÉPHANIE VAREILLES : Pourriez-vous décrire votre premier instant eureka ?

JEAN-PIERRE SERRE : Je crois que j'ai dit que ça m'était arrivé deux fois dans ma vie à peu près. Et c'était sur un sujet qui était à la mode, mais que je n'avais pas vraiment essayé d'attaquer de

front. Non, par accident, je me suis rendu compte que si certaines analogies fonctionnaient, il s'agit de l'espace de lacets.

J'avais besoin d'un espace ayant certaines propriétés, et puis au fur et à mesure, ça s'est clarifié, et je voyais que si j'avais ce machin-là, ça entraînait des tas de choses. Et dans le train qui me ramenait des vacances, j'étais dans une couchette, j'ai vu que "Ah ! C'était juste l'espace des chemins !", un petit truc très simple, mais qui n'avait jamais été regardé comme ça. Alors j'ai réveillé ma femme qui était en-dessous, je lui ai dit "Ça y est !".

Et effectivement, six mois après, c'était rédigé, c'était publié aux *Annals*, j'avais soutenu ma thèse, et ça avait débouché, c'est un peu comme si j'avais ouvert un trou dans un grand machin, et que l'eau sorte. C'est la théorie des groupes d'homotopie.

Et c'était bloqué, entièrement bloqué jusque-là. Mais je ne m'étais pas donné comme but initialement de faire ça, ça a été presque accidentel. C'était une idée dont on ne sait pas bien quelles conséquences elle a. Et puis il se trouvait qu'elle en avait beaucoup.

Mais ce n'est pas en essayant de... Si je m'étais dit au début que je voulais calculer ces trucs-là, j'aurais abandonné parce que des tas de gens avaient essayé et ils n'y arrivaient pas.

STÉPHANIE VAREILLES : Et votre deuxième alors ?... puisque vous dites qu'il y en a eu deux vraiment mémorables.

JEAN-PIERRE SERRE : Mon deuxième, c'était quand même un peu moins net, mais c'était sur Riemann-Roch. Quand j'ai commencé à réfléchir à Riemann-Roch, j'avais vu que c'était une formule caractéristique d'Euler-Poincaré, ce qui n'était pas connu à l'époque.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Vous parlez de Riemann-Roch, l'article qui sera avec Borel après ?

JEAN-PIERRE SERRE : Non, non, non, non, non, bien avant, en 1953. J'ai publié uniquement le théorème de dualité à l'époque. Non, mais j'ai écrit des lettres qui ont déclenché ça. Et là, c'était une démonstration, là, que je recherchais, j'avais vu quel était le type de formule, et ça dépendait d'une certaine dimension (dimension 1, 2 et tout).

Et en dimension 1, le résultat était connu depuis 100 ans, tout simplement, à peu près, un peu moins peut-être que 100 ans, depuis 80 ans. Mais ça ne me servait à rien, parce que ce n'était pas la démonstration que je voulais. J'en cherchais une dans le style faisceau, vous voyez.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Mmmmm.

JEAN-PIERRE SERRE : Et alors là, je me souviens parfaitement, je me vois à ma table, ayant l'idée de comment le faire, et deux minutes après, j'avais le cas $n = 2$. Donc c'est ça, mes deux souvenirs d'explosion, mais la première était plus forte, encore.

STÉPHANIE VAREILLES : Est-ce que vous pouvez expliquer le chemin, justement, vers la solution ? S'il y a un contexte, le cheminement de l'esprit, s'il y a des règles à observer ?

JEAN-PIERRE SERRE : Eh bien, le chemin, tout ce qu'on peut dire, c'est qu'il y a eu une grande préparation, c'est-à-dire, j'avais commencé par voir certaines choses, puis en les précisant un peu, je me suis rendu compte que j'avais besoin d'autres choses, mais je ne voyais pas comment le faire, et puis, brusquement... Alors, la solution avait été préparée par le fait que je connaissais déjà l'espace de lacets, à cause du séminaire Cartan, mais quand même, c'était... Non, le cheminement, c'est vraiment un contact électrique qui s'est passé dans le crâne, ça donne cette impression-là, qu'on avait préparé, il y avait des tas de petits neurones qui s'amusaient à chercher quelque chose, et puis, brusquement, il y en a qui ont fait ça (*Il mime la connexion entre deux neurones en faisant se toucher ses index.*). Mais, ça, c'est rare.

STÉPHANIE VAREILLES : Vous passez beaucoup de temps dans les bibliothèques, quel est votre rapport aux livres ?

JEAN-PIERRE SERRE : Mon rapport avec les bibliothèques est un peu le même qu'avec les maths, c'est-à-dire que c'est ma curiosité qui me fait regarder ça. Parce que je parcours les revues, il y en a forcément qui sont sur des thèmes qui me sont chers. La plupart du temps, ce n'est pas intéressant, en fait.

C'est rare que je tombe sur quelque chose qui me fasse un petit peu sauter en l'air.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Vous voulez dire, dans les domaines que vous contrôlez, la plupart des articles vous semblent inintéressants ?

JEAN-PIERRE SERRE : Non, non, non.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Parce qu'il y a quand même des domaines qui sont tout à fait loin, quand même.

JEAN-PIERRE SERRE : Non, pas du tout. Ça, Colliot, vous avez employé des termes : "me semblent inintéressants", pas du tout. Non, qui ne m'intéressent pas, moi. Ça, c'est très différent.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Vous voulez dire à l'intérieur des domaines qui sont proches de vous ?

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, il y a pas mal de choses. Sur les groupes finis, sur la géométrie algébrique, il y a des tas de choses.

Parfois je regarde, je me dis, bon, bon, c'est peut-être très bien, mais ce n'est pas ce que je veux.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ce n'est pas les fluides incompressibles, par exemple.

JEAN-PIERRE SERRE : C'est ça.

STÉPHANIE VAREILLES : Lors de votre dernière visite au CIRM, il y avait beaucoup de jeunes qui étaient toujours en train de vous poser des questions, et on vous voyait, et vous traversiez les rayons de la bibliothèque avec eux. L'importance de la transmission, justement. Même vous, lorsque vous étiez étudiant aussi, qui a joué ce rôle que vous jouez aujourd'hui ?

JEAN-PIERRE SERRE : En fait, c'est une tradition chez les mathématiciens, nous répondons aux questions des jeunes et des vieux aussi, j'espère. Nous aimons bien raconter nos histoires. Moi, je suis toujours curieux.

Si on me pose une question, je me dis : Ah tiens ? ! Bon ? ! Ce machin-là est vrai ? Peut-être, oui. Est-ce que ça peut se démontrer comme ça ?” J'aime bien faire marcher mon crâne. Je ne sais pas, (*s'adressant à Colliot-Thélène*), comment vous voyez ça, vous ?

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : C'est aussi... (*mot incompréhensible*). En fait, on est souvent très compétitifs aussi...

JEAN-PIERRE SERRE : Moi, je n'ai pas ce sentiment-là.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Non mais quand vous écoutez un exposé... *compétitif* en ce sens que si vous écoutez un exposé et que quelqu'un dit un énoncé de théorème, la première réaction, c'est de dire "comment est-ce que je pourrais le faire ?", avant d'écouter la démonstration de l'autre.

JEAN-PIERRE SERRE : Ah oui, mais ça, c'est très bien, ce n'est pas de la compétition, ça. Non, c'est de la compréhension, ça.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Bon.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, c'est la vraie forme de la compréhension, c'est, en effet, lorsque vous lisez un théorème, et vous trouvez vous-même comment ça se démontre. Mais ça, ce n'est quand même pas... Vous, vous pouvez faire ça dans ces sujets-là, moi, je ne peux pas.

Non, mais je peux voir si ça me fait sauter en l'air. Ou si ça me laisse froid. Ou parfois si ça m'exaspère, parce que quelquefois, le point de vue pris par le... Je suis souvent exaspéré pendant les exposés par la mauvaise façon dont l'orateur raconte ses choses, bon.

STÉPHANIE VAREILLES : Vous avez enseigné au Collège de France pendant 38 ans ?

JEAN-PIERRE SERRE : Quelque chose comme ça, oui.

STÉPHANIE VAREILLES : Sur la chaire d'algèbre et de géométrie. Parlez-nous de cette période.

JEAN-PIERRE SERRE : C'est un titre que j'ai choisi moi-même, d'ailleurs, parce que c'est comme ça qu'on fait, que l'on pratique, au Collège. C'est le futur professeur qui propose à un présentateur un titre de Chaire.

On aurait... C'était Lichnerowicz qui me présentait, je crois, et lui aurait aimé me présenter en topologie. Heureusement, j'avais... J'avais compris que je ne continuerais pas à faire de la topologie et algèbre et géométrie me paraissaient...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ça n'engageait à rien.

JEAN-PIERRE SERRE : Ça m'engageait à beaucoup, quand même, mais c'était assez vaste.

STÉPHANIE VAREILLES : Parlez-nous un petit peu de cette longue période d'enseignement, de transmission.

JEAN-PIERRE SERRE : Ah, eh bien, ça, j'ai eu beaucoup de chance parce que très rapidement, j'ai eu un très bon public. Ça, c'était très important, des habitués. Et puis, je crois que j'ai pris une assez bonne façon de faire ces cours, c'était en donnant des démonstrations presque complètes et non pas en survolant. Parce que vous voyez, dans un séminaire, les gens ne vous démontrent rien en général. Non, ils vous racontent.

Au Collège, je me mouillais les mains et je faisais des lemmes.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Mais en faisant l'effort que ça soit contenu à chaque fois dans une séance. Parce qu'il n'y a rien de pire que les cours où on entend "d'après le lemme 15 qu'on a vu à la séance d'avant", parfois ça tue le public.

JEAN-PIERRE SERRE : Ah oui, mais attention : je ne risquais pas de dire "d'après le lemme 15..." parce que je ne prends pas de notes avec moi quand je donne mes cours. Et donc, je n'ai absolument pas numéroté des lemmes.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Non, mais quand je dis ça, je veux dire que quand on se réfère à quelque chose de très précis, très technique de la fois d'avant, ce n'est pas possible dans un exposé. Vous ne faisiez pas ça.

JEAN-PIERRE SERRE : Mais ma chaire était rarement très technique.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Si vous voulez, je suis témoin parce que je suis tout de même allé souvent à des cours de Serre. On pouvait ne pas assister à un cours et revenir à la séance suivante. On était contents de ce qu'on entendait. En fait, il y a beaucoup de cours où si on a perdu le fil pendant deux séances, c'est fini, ce n'est plus la peine d'y retourner. Ce n'était jamais le cas chez vous.

JEAN-PIERRE SERRE : (*riant*) Inversement, je me souviens d'un cours de Weil où j'ai manqué comme ça une semaine, c'est-à-dire deux heures. Et quand je suis revenu la semaine d'après, j'en étais exactement au même point parce qu'il s'était planté. Et lui non plus ne prenait pas de notes avec lui, il reconstituait tous ses calculs au tableau et il s'était complètement emmêlé les pinceaux, deux heures durant (*Ils rient tous deux*). Non, il m'est arrivé au Collège, par exemple, dix minutes

avant le cours de m'apercevoir qu'une démonstration que j'allais faire était fausse.

Alors, je crois que dans ces cas-là, ce que je faisais, c'est que j'énonçais le théorème et je disais : "la démonstration, je la ferai la semaine prochaine."

Mais je ne parlais pas tout à fait sans notes. J'avais des tas de petits papiers, mais je n'avais pas du tout quelque chose d'écrit. Je ne savais pas dans quel ordre je traiterais les énoncés. Je le décide au tableau, ça.

STÉPHANIE VAREILLES : Vous êtes beaucoup, dans ce cas, à présenter vos cours sans aucune note ?

JEAN-PIERRE SERRE : Très peu de gens. Dans les exposés ici, quelques personnes le font. Ça commence à se répandre.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Quelque chose dont je me souviens, sans citer d'exemples précis, c'est que dans vos cours, il y avait toujours des moments, des petites parties isolées, qu'il était plaisant d'écouter indépendamment du reste. Pour rattraper le public, c'était merveilleux.

JEAN-PIERRE SERRE : Alors, ça, c'est ma théorie des grains de raisin.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ah, il y a une théorie comme ça ? Alors ça s'explique ? D'accord.

JEAN-PIERRE SERRE : Ça, ça vient d'une histoire d'André Gide. André Gide n'avait pas une grande admiration pour Romain Rolland.

Il disait que les livres de Romain Rolland étaient comme ces gros gâteaux alsaciens des Kougelhopf, où de temps en temps, il y a un petit grain de raisin. Je me débrouille pour que dans mes articles, et dans mes cours et mes livres, il y ait toujours des grains de raisin.

STÉPHANIE VAREILLES : On va parler un petit peu du CIRM, qui a été créé...

JEAN-PIERRE SERRE : Ah oui, on aime beaucoup le CIRM, bien sûr...

STÉPHANIE VAREILLES : ... qui a été créé pour accueillir des groupes qui travaillent dans un même domaine. Quelle est l'importance, d'après vous, d'un lieu comme le CIRM, d'un lieu pour se réunir, pour travailler ensemble. Et est-ce qu'un mathématicien peut, on en a un petit peu parlé tout à l'heure, travailler seul, isolé ?

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, travailler seul(e), oui. Mais que le CIRM soit utile, oui aussi. Les deux sont compatibles. Le CIRM, ce n'est pas compliqué : dans le monde entier, je crois qu'il y a à peu près trois endroits comme le CIRM. Surtout deux, Oberwolfach en Allemagne, et puis le CIRM ici. Et puis au Canada, il y a Banff. Mais c'est quand même un petit peu différent parce qu'on n'y fait pas uniquement des maths. Et sinon, il n'y a pas beaucoup d'endroits, et ça joue un très grand rôle, oui, c'est ça. Mais en même temps, travailler seul(e) est parfaitement possible ; même avant l'informatique, c'était possible.

Moi, j'ai toujours travaillé seul pratiquement. Je n'allais jamais dans un bureau. Je n'ai jamais travaillé dans un bureau. Je travaillais toujours chez moi, dans une pièce, tranquille.

Mais maintenant, c'est devenu beaucoup plus facile d'être seul puisque par Internet, si je suis seul, et que je veux consulter quelque chose, ou écrire, j'écris. Et par e-mail, je reçois la réponse souvent en quelques heures. Le travail isolé est très... Mais je ne suis pas sûr que Colliot soit du même avis que moi. Vous, vous ne travaillez pas de façon isolée, si ?

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ça m'arrive. Ça m'arrive quand même d'écrire des articles tout seul.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : De temps en temps, j'ai dit, il faut que je montre que j'essaie quand même d'écrire un article tout seul. Bon, j'en fais un et puis après, je me remets à travailler avec quelqu'un. Non, j'aime beaucoup travailler avec quelqu'un, parce que j'ai toujours des doutes. Et donc le fait d'avoir quelqu'un de critique, bien sûr, il faut quelqu'un de très critique en face. On critique l'un l'autre, la rédaction. C'est vrai qu'à partir du moment où il y a trois personnes, ça commence à être douteux parce qu'on a tendance à faire confiance à quelqu'un. Il ne faut pas faire confiance.

JEAN-PIERRE SERRE : Il y en a un des trois qui ne fait rien.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Mais à deux, il peut y avoir quand même une critique féroce. Moi, j'ai beaucoup appris ça.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui. Je dirais que c'est rare, la critique féroce. Même avec Borel. J'ai beaucoup collaboré avec Borel. Alors, quand nous étions jeunes, on était sérieux. C'est-à-dire que l'un de nous faisait le premier jet de l'article entier, envoyait ça par la Poste, bien sûr. Des copies carbone, vous savez, on tapait sur des machines à écrire. Et l'autre faisait un jeu complet. Donc ça obligeait... Mais au bout de quelques fois, on s'est dégonflé et on a pris la méthode plus banale où tu rédiges le paragraphe 3 et moi, je rédige le paragraphe 4 et puis ça s'arrange. Et ça, ça conduit à des bêtises, ça. Parce que chacun a confiance en l'autre et puis... Non, je n'aime pas beaucoup la collaboration¹.

STÉPHANIE VAREILLES : 1953, plus jeune médaillé Fields. Parlez-nous de ce beau moment.

JEAN-PIERRE SERRE : Ça a été en partie, mais pas uniquement, pour cet eureka, qui avait eu lieu en 1950, et l'article avait été publié en 1951. Mais entre-temps, j'avais changé de sujet.

Et j'avais écrit aussi un article qui a ouvert des choses mais qui ne correspond pas à un eureka. C'est presque le contraire. J'ai écrit un article : FAC².

1. Note de la transcriptrice : Moi non plus, sic !

2. FAC = Faisceaux Algébriques Cohérents.

C'était tellement logique que quand je l'écrivais, que j'avais l'impression qu'il était déjà écrit, et que je n'avais qu'à copier. C'était une grande facilité d'écrire FAC. C'était incroyable ça ! Il n'y a presque pas eu d'imagination à mettre dedans. Il fallait avoir eu l'idée que c'était possible. Et une fois qu'on a constaté que c'était possible, pouf ! Ce machin se déroulait comme ça !

Et curieusement, ça a ouvert aussi toute une série de choses. J'ai eu la médaille Fields pour l'ensemble des deux, quoi. Pour le premier machin, et pour le second.

STÉPHANIE VAREILLES : 2003, premier des Prix Abel pour, je cite, "votre rôle central dans l'élaboration de la forme moderne de nombreux domaines mathématiques, notamment la topologie, la géométrie algébrique et la théorie des nombres".

JEAN-PIERRE SERRE : Pour la topologie, c'était effectivement l'eureka dont j'ai parlé. La géométrie algébrique, c'était aussi à peu près la même chose.

Donc c'était des choses de 50 ans. La théorie des nombres, je ne me suis jamais senti vraiment spécialiste de ça, mais j'aime beaucoup. Et j'en ai fait, mais sans faire de choses vraiment décisives dessus.

Mais je pense que j'ai joué quand même... que j'ai eu une influence dessus par les questions que je me pose et les représentations ℓ -adiques, par exemple, ou les courbes elliptiques. Ça a été un domaine... Il y a un domaine très attachant, ce qu'on appelle les formes modulaires. Il est très attachant parce qu'on peut le prendre par différents biais. Par exemple, il y a des tas de branches des maths où vous faites des conjectures, vous n'êtes pas très sûr. En théorie des formes modulaires, mon expérience est que chaque fois qu'on fait une conjecture, elle est vraie.

Parce qu'il y a tellement de façons différentes de voir ces choses-là qu'il y en a bien une qui donne la chose en question. C'est vraiment un sujet béni. Et ça, ça rentre dans l'intérieur de la théorie des nombres.

Alors pourquoi ils m'ont donnée le prix Abel en premier ? J'ai tendance à penser que c'est parce que j'avais justement travaillé sur des sujets différents. Et que comme ça, le premier prix Abel n'était pas donné à un spécialiste un peu étroit.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Je pourrais dire quand même que par rapport à des gens qui justement sont plus spécialistes, Serre, avec tous ses articles spécialisés extrêmement importants, a aussi, par ses livres, une influence extraordinaire. Je peux imaginer que pour un Comité comme ça, le côté influence par le biais des livres, qui ne prétendent pas contenir forcément des choses originales, ça a joué aussi un très grand rôle.

JEAN-PIERRE SERRE : Aussi peut-être par les questions. Parce que j'ai toujours posé énormément de questions. Je n'ai pas envie de me dégonfler : quand je me demande si quelque chose est vrai, je le dis, même si je ne le sais pas. Je dis, "j'ignore si..."

Je dis "j'ignore si..." si je n'ai pas d'opinion. Et quelquefois, je dis, "je conjecture que...", alors là, je m'engage. J'ai d'ailleurs fait des conjectures qui sont fausses. Mais j'en ai fait des vraies sur

lesquelles les gens travaillent encore.

Par exemple, j'en ai fait qui datent des années 1950 et qui ne sont pas résolues. Je ne crois pas que j'en aie de plus vieilles que ça.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Quoi, la conjecture 2 ? Ou bien autre chose... ?

JEAN-PIERRE SERRE : Non, la conjecture 2, c'est dans les années 1960. Non, la formule des tores pour l'intersection. Je crois que j'en ai une autre aussi.

STÉPHANIE VAREILLES : Vous abordez plusieurs branches des mathématiques. Doit-on parler des mathématiques ou de la mathématique ?

JEAN-PIERRE SERRE : Pratiquement dans mon crâne, tous ces machins-là sont liés. Je me souviens d'une fois, par exemple, où il y avait une question de théorie des groupes sur les groupes profinis. Un théorème vraiment délicat, contre lequel je me suis bien battu.

Et finalement, ce sont des souvenirs de topologie qui m'ont sauvé. Je me suis rappelé qu'en topologie, il y avait des opérations de Steenrod qui n'avaient jamais été utilisées dans ce contexte-là, et qui résolvaient la question. Et quand j'ai fait de la géométrie algébrique, j'utilisais des idées de topologie, ou quand j'ai fait de la théorie des nombres aussi. Je n'ai jamais travaillé sur des sujets totalement orthogonaux. Je n'ai jamais changé, vous voyez, à angle droit, en quelque sorte, ou même avec un saut, dans un sujet complètement différent. Non, ça a été des changements continus.

Pratiquement toutes les maths sont liées entre elles. Je n'en connais qu'un petit bout.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Il y a une expérience stupide mais étonnante qui consiste à taper, dans l'endroit où il y a des rapports sur les articles, dans les *Mathematical Reviews* et ils ont quelque chose qui s'appelle "connecter les gens".

Donc on met deux noms, et on regarde s'ils sont connectés. J'ai fait cette expérience...

JEAN-PIERRE SERRE : Connectés, ça veut dire qu'ils ont des articles en commun.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Oui, avec un article en commun. J'ai fait l'expérience avec des gens que je vois dans mon labo, avec qui je n'ai jamais parlé, qui font des probabilités, et je m'aperçois que la distance c'est 4, 5. C'est étonnant, c'est vraiment très lié.

JEAN-PIERRE SERRE : 4 ou 5, c'est déjà beaucoup. Les maths sont beaucoup plus unifiées que les autres sciences. Ça, c'est vrai.

Alors, évidemment, il y a une explosion du nombre de mathématiciens et aussi des sujets qui bousculent. Les maths s'étendent. Mais quand même, elles restent très connectées. En général, les idées mathématiques, sous une forme imprécise, peuvent s'appliquer à des tas de choses, à des tas de choses différentes. Une fois, j'avais répondu à une interview comme ça, justement à l'époque

de ma thèse. J'avais la sensation d'avoir trouvé un trousseau de clés. Simplement, je ne savais pas quelles portes mes clefs ouvraient. Alors, j'essayais la cohomologie sur ceci, sur celà.

Il y a eu des choses, il y a eu des portes qui n'ont pas voulu s'ouvrir. Par exemple, la théorie des groupes finis n'a jamais accepté de s'ouvrir aux clés cohomologiques. Non, ce n'est pas sérieux, les applications de la cohomologie, en théorie des groupes finis.

Mais il y en a eu d'autres où, au contraire, la clé ouvrait différentes portes.

STÉPHANIE VAREILLES : On peut parler un petit peu du groupe Nicolas Bourbaki.

JEAN-PIERRE SERRE : Alors, c'est un peu ennuyeux, parce qu'on en parle tellement. Oui, effectivement, il y a deux sujets ennuyeux dans les questions sur les maths. C'est Grothendieck et Bourbaki. Je peux dire quand même quelque chose. L'œuvre de Bourbaki a été remarquablement mal comprise par beaucoup de gens, peut-être d'ailleurs de façon un peu malhonnête. Ils se sont figuré que Bourbaki écrivait des livres sur les parties des maths qui étaient intéressantes, et que donc les parties qui n'étaient pas dans Bourbaki étaient inintéressantes. Et moi qui ai participé à Bourbaki, je sais très bien que c'est complètement faux comme point de vue, et que Bourbaki a rédigé des maths **utiles** pour faire des choses intéressantes, ce qui n'est pas du tout la même chose.

Parce que dans les vieilles mathématiques, par exemple, vous aviez besoin de certaines notions. Les spécialistes d'un coin leur donnaient un nom, alors ils faisaient certaines choses, d'autres faisaient d'autres choses. Et Bourbaki les mettait ensemble.

Mais les sujets traités dans Bourbaki ne sont pas des sujets de recherche, par exemple, non, au contraire presque. On les a faits pour les clarifier, s'en débarrasser. Et ensuite on les utilise. Et c'est ce côté utilisateur qui n'a pas été compris. Il n'a pas été compris en partie parce que Bourbaki avait toujours une règle précise de ne jamais justifier ce qu'il fait.

D'ailleurs moi, je fais pareil. Dans mes articles, je n'explique jamais que je choisis telle méthode pour faire ça. Je la choisis, un point, c'est tout. Si vous ne l'aimez pas, vous ne la prenez pas. Et donc Bourbaki fait ça. Et alors évidemment, il n'a jamais pu se défendre d'avoir fait ceci ou cela.

Mais pour moi Bourbaki a joué un très grand rôle. Et le fait de rédiger avec précision n'est absolument pas un obstacle à avoir de l'imagination. Au contraire, ça permet de la mettre en forme.

Ça permet de savoir ce qui est conjectural, et ce qui est démontré, par exemple. Il y a des gens qui ne sont pas très capables de faire la différence. Mais je dois dire aussi quand même que Bourbaki m'a fait beaucoup de bien parce qu'ils m'ont recruté très tôt. Ce qui fait que j'ai eu l'occasion de rédiger pour Bourbaki. Et alors ça, c'est une façon formidable d'apprendre un sujet. De le rédiger pour Bourbaki, pour publication.

Mais en même temps, ça sera révisé par les autres. Et puis avec énergie. Les discussions Bourbaki sur les sujets, ce serait impubliable.

“Espèce de..., etc.”. Et tout ce que vous voudrez. C'est complètement idiot. Cette rédaction, c'est comme ça qu'on faisait. Et ça, c'est absolument épatait. J'ai appris les systèmes de racines, par exemple, en rédigeant un chapitre sur les algèbres de Lie semi-simples. C'était ça. Donc on apprend beaucoup quand on est dans Bourbaki (*Il rit à ce souvenir*). D'ailleurs, les anciens membres, on voit bien que leur style de rédaction a beaucoup changé : Weil, Cartan. Weil n'était pas du tout précis quand il était jeune. Et puis après qu'il ait créé Bourbaki essentiellement, après il se...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Il avait toujours une tendance à écrire dans ses textes “D'après ce qu'on a vu plus haut...”, et après, on se demande où c'est “plus haut”.

JEAN-PIERRE SERRE : Il n'y avait même pas les références 3.5, etc. Mais ça, c'est son style. Mais c'était d'une grande précision.

À partir de 1940, seulement. Mais avant 1940, Weil, c'était un peu fluctuant. Il faisait des choses qui étaient en avance.

Vous voyez quelquefois, il y a des mathématiciens qui ont des idées, et, où la technique pour les écrire n'existe pas encore. Alors en général, ils n'abandonnent pas. Ils se débrouillent. Mais ça donne des choses un peu bancales. Et dans le cas de Weil, sa thèse, je ne crois pas qu'il y avait des démonstrations vraiment complètes, dans la thèse de Weil.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : C'est ce que vous avez appelé les choses analytiques en fait ? pour démontrer des histoires de finitude³.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, il se débrouillait. Mais il savait qu'il avait raison.

STÉPHANIE VAREILLES : Est-ce qu'on peut un petit peu parler de votre collaboration avec Grothendieck ?

JEAN-PIERRE SERRE : Ça n'a jamais été une véritable collaboration. Enfin, une espèce de collaboration. Alors on n'a jamais eu l'idée de rédiger un article en commun. Non, alors c'est simplement que j'avais démarré un certain point de vue en géométrie algébrique, et lui, il l'a repris et il l'a magnifié de façon extraordinaire. Et moi, j'ai eu le sentiment que ce n'était plus la peine que j'en fasse. Donc je n'ai plus fait de géométrie algébrique pure, à partir du moment où Grothendieck a commencé, mais j'en discutais avec lui. Et donc je l'influencais aussi un petit peu comme ça. Mais en même temps, il avait ses idées. Il avait aussi des défauts intellectuels épouvantables. Mais ça, il ne comprenait rien en dehors de ce qu'il connaissait déjà très bien. Il n'avait pas le sens des jolies maths, par exemple, qu'avait Weil.

Quand Tate a créé sa théorie des courbes elliptiques rigides, Grothendieck m'a écrit une lettre en disant “Oui, il a écrit ces formules-là, il aurait pu en écrire d'autres. Qu'est-ce que ça veut dire ?”. Or, c'était, presque pour n'importe quel mathématicien, c'était évident que c'était magnifique. Alors deux ans après, il avait compris. Parce qu'il en avait fait de grandes théories.

3. ?

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Je ne vois pas à quoi vous faites allusion pour Grothendieck. Qu'est-ce qu'il avait fait à partir de ça ?

JEAN-PIERRE SERRE : Non, deux ans après, il est allé à Harvard, et là, avec Tate, il a discuté avec Tate, il a aidé Tate à faire une véritable catégorie des espaces rigides analytiques.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ah oui oui oui, d'accord.

JEAN-PIERRE SERRE : Ce sont les espaces rigides analytiques. Mais initialement, parce que c'étaient des formules, il était contre les formules. Non, il était, comme souvent, un esprit très original, il avait des aspects positifs et négatifs, ça.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Mais quand il y a des contre-exemples dans EGA, tout est dû à Dieudonné ?

JEAN-PIERRE SERRE : Non, c'est dû à moi, en général.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ah oui, d'accord.

JEAN-PIERRE SERRE : Ah non, Dieudonné ne faisait que rédiger.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Parce qu'il y a quand même des contre-exemples, il expliquait les limites des énoncés, il y a des contre-exemples.

JEAN-PIERRE SERRE : Souvent, c'était dans les exposés que je donnais des contre-exemples, parce qu'il était optimiste, et alors je connaissais des contre-exemples. Lui, il ne connaissait rien comme exemples de variétés. Et je disais "non". Mais en général, je faisais des contre-exemples à ce qu'il conjecturait, mais pas à ce qu'il démontrait. Non, ses démonstrations étaient pratiquement toujours correctes, ça c'était..., il n'y a pas de problème.

C'est un style complètement différent du mien, et de celui de la plupart des mathématiciens, et qui demandait une grande force, presque une force physique, intellectuelle aussi, de pouvoir travailler 15 heures par jour ou davantage. Et avec un programme, un programme très net, qu'il n'a pas mené à bien, mais l'essentiel a été fait quand même.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Vu de l'extérieur, on est quand même impressionné par la quantité de livres extrêmement bien écrits, et apparemment chacun en peu de temps. Et donc, c'était la question de savoir comment ça s'était rédigé, est-ce que ça s'était rédigé en se recueillant, quelque part pendant un mois, en ne faisant que cela ?

JEAN-PIERRE SERRE : Non, justement pas... Pratiquement tout, sauf les deux derniers, ça a été... je fais un cours au Collège, quelqu'un prend des notes, les tape à la machine, je les regarde, la plupart du temps, je les fiche à la poubelle ou à peu près, mais je les retapais, et puis je les donnais à un secrétaire qui les distribuait, et à la fin de l'année, ça faisait un paquet, et ce paquet avait suffisamment d'unités pour faire un livre. Alors quelquefois, en regroupant des morceaux de deux

années, par exemple *Cohomologie galoisienne*, je pense, a été fait, ou *Corps locaux* a été fait en deux fois.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ah oui, vous aviez quand même le côté vertueux de retaper chaque semaine, de ne pas laisser les choses s'accumuler sur l'année.

JEAN-PIERRE SERRE : Ah oui, on essayait, c'était le modèle des séminaires Cartan et Grothendieck, où on essayait que les textes des exposés précédents soient disponibles, disons, deux ou trois semaines après, et on y arrivait à peu près, à faire ça. Alors du coup, ça s'écrit tout seul. Donc j'ai jamais eu le... sauf les quelques dernières années, là, où j'ai fait des livres, que j'ai fait systématiquement, mais les autres, ils se sont écrits spontanément.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Merveilleux.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, par exemple, le *Cours d'arithmétique*⁴, j'avais fait des cours aux Normaliens, alors Sansuc⁵ et puis quelqu'un d'autre avaient pris des notes.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Peut-être Ruget⁶.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, peut-être bien Ruget et Sansuc.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Remarquez pour la petite histoire, Sansuc, en fait, n'a jamais assisté à ce cours, il a récupéré les notes de quelqu'un d'autre et il les a rédigées, parce qu'il était au ski tout le temps à ce moment-là, je crois... (*Il rit*).

JEAN-PIERRE SERRE : Et d'ailleurs...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : C'était la première partie, la partie arithmétique.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, le chapitre 1, je ne l'aime pas beaucoup, mais ensuite je crois que j'ai rerédigé complètement, mais c'était simplement des notes de cours. Et puis j'ai fait un autre cours ailleurs. Et puis un beau jour, un ami topologue m'a dit, "Est-ce que vous pourriez me donner un livre sur ceci ?". Et je me suis rendu compte que les deux parties collaient ensemble, la partie analytique et la partie algébrique, que tout ça faisait un machin très cohérent en fait. Mais par exemple, il y avait de grosses erreurs de formule dans la première édition, ouh, j'ai honte !

Alors oui, il y a des gens qui disent du bien de mes bouquins, et ça, c'est parce qu'ils vont chercher dedans ce qui est bien. Alors ils le trouvent. Tandis que moi quand je les lis, je regarde ce qui est mal, et malheureusement je trouve aussi, je trouve des tas d'erreurs. Alors, je les corrige d'une édition sur l'autre, quand c'est possible. Le point de vue de l'auteur sur ces livres est vraiment différent. Des fautes d'impression, ou une faute de démonstration quelquefois, une faute de signe récemment.

4. *Cours d'arithmétique*, Jean-Pierre Serre, Puf (Presses Universitaires de France), 1994.

5. Jean-Jacques Sansuc (1941-2022).

6. Gabriel Ruget (né en 1944).

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : N'abordons pas ce sujet.

JEAN-PIERRE SERRE : Alors qu'est-ce que vous vouliez me demander, aussi ?

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Donc moi j'avais pris comme thème la conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer.

JEAN-PIERRE SERRE : Je n'ai pas un sentiment vif pour ça, c'est très beau, ce machin, mais...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Non mais il y a plusieurs questions autour de ça. Il y a la question, c'est : si quelqu'un vous disait : "J'ai décidé de consacrer ma vie à démontrer ça".

JEAN-PIERRE SERRE : Je l'engueulerais.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : D'accord, c'est une réponse.

JEAN-PIERRE SERRE : Il n'y a pas de doute, il ne faut pas faire ça. Ce n'est pas une façon de travailler et de faire des maths, je trouve. C'est très rare que ça marche, ça.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Et par rapport à une conjecture comme ça, qui est quand même très belle, l'autre question, c'était à vous, mathématicien, qui avez touché à beaucoup de choses, est-ce qu'à un moment vous avez essayé de la démontrer ?

JEAN-PIERRE SERRE : Alors ça, je voulais répondre à cette question, parce que justement, c'était une chose que Borel, à peu de choses près, m'avait apprise. Bon, il ne me l'a jamais dit explicitement, mais c'était clair que c'était sa philosophie : de ne s'attaquer à une question que si on a le sentiment que l'on détient quelque chose que les autres n'ont pas, que si on sent qu'on a un atout. Mais que si on n'en a pas, ça, ce n'est pas la peine. Je ne veux pas m'attaquer brutalement à l'hypothèse de Riemann, à Birch Swinnerton-Dyer etc.

Mais au fond, c'est un petit bout de clé. C'est la question de la clé, mais on ne demande pas d'avoir vraiment une clé, au moins qu'on ait un point de vue, par exemple.

Quelquefois, ça suffit un point de vue pour démarrer. Mais à froid, prendre un grand sujet, et se dire, "je vais travailler là-dessus, pour avoir un grand prix", par exemple, je trouve ça idiot.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Non, le prix, ce n'est pas important, mais c'est parce que c'est un très beau projet.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, mais pour moi, en tout cas, je n'ai absolument aucune tentation de chercher ça. À la rigueur, si j'avais l'idée d'un contre-exemple possible, là, peut-être que je regarderais, mais...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Est-ce que vous avez une liste privée de grandes questions que

vous aimerez voir résoudre ?

JEAN-PIERRE SERRE : C'est curieux, je ne mets pas les choses en termes personnels du tout. Non, je suis content quand les maths avancent, mais je n'ai pas ce sentiment d'une telle urgence ; non, nous avons le temps...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Mais quand même, j'ai un souvenir, il y a assez longtemps, de vous avoir vu, c'était à l'Institut Henri Poincaré, c'était au moment où il y avait l'idée qu'en mettant les choses modulaires, peut-être qu'on arriverait à faire Fermat à un moment, et vous étiez là, au tableau, avec tous ces gens qui écoutaient, et disant : "Il faudrait travailler dans cette direction.". Donc ça, c'était quand même donner des conseils de travailler dans une certaine direction.

JEAN-PIERRE SERRE : Ah, eh bien, tout ce qui est motifs, représentations galoisiennes, tout ça, oui, c'est un de mes thèmes favoris, et l'expérience a montré que c'était ça qui contenait la clé, d'ailleurs, pour Fermat. Non, mais je ne sais pas, je n'ai pas ce sentiment que je serais... D'abord, si on me dit, et on dit ceci, supposez que quelqu'un me dise : "La conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer a été démontrée.". Ma première réaction serait de penser : "Est-ce que la démonstration est correcte ?". Et jusqu'à preuve du contraire, je la considérerais comme incorrecte, en quelque sorte. Enfin ! On n'accepte pas d'avance quelque chose comme ça !

J'attendrais que des spécialistes comme lui, par exemple (*Il doit montrer quelqu'un mais on ne sait pas qui.*), ou Birch, vérifient. Mais donc, je n'aurais pas confiance. Par exemple, il y a en ce moment-ci une conjecture assez connue, dont un Japonais prétend avoir une démonstration, avec des centaines de pages et que personne ne peut lire, sauf une personne qui est ici, d'ailleurs, qui prétend qu'elle y arrive, et ça ne me fait ni chaud ni froid. J'attends tranquillement que les gens décident ça. Et s'ils ne veulent pas rédiger plus proprement, eh bien, tant pis. On s'en passera. Donc, je ne suis pas...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Et alors, pour rebondir là-dessus, qu'est-ce que vous pensez des articles où les gens prennent une conjecture que beaucoup de gens croient, et s'appuient dessus pour faire autre chose ? Est-ce que vous avez une position de principe là-dessus ? Il y a des gens, chez nous, qui sont totalement négatifs. On n'a pas le droit de dire : "Supposons l'hypothèse de Riemann. Alors...". \implies à la poubelle.

JEAN-PIERRE SERRE : Ah ça, c'est idiot ! Qu'est-ce que c'est qu'un théorème de maths ? Un théorème de maths, c'est en général une implication.

C'est qu'on parle, disons, d'un triangle rectangle, et on démontre quelque chose. On peut partir de l'hypothèse de Riemann, on suppose que cette fonction n'a pas de zéro ailleurs que sur la droite critique, et on en déduit ça. Et c'est extrêmement intéressant de faire ça.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ça, c'est votre point de vue, donc.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, d'ailleurs, j'ai fait un article sur les motifs, entièrement basé sur...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Oui, je sais, il y a des points d'interrogation à divers endroits.

JEAN-PIERRE SERRE : Mais voilà, c'est ça. J'ai fait un article entièrement basé sur une certaine conjecture, mais tous mes énoncés contiennent un point d'interrogation, pour qu'il soit clair que... (*Petit ajout de la transcriptrice de ce qui n'est pas dit explicitement : l'hypothèse n'est pas démontrée*). Parce que, vous voyez, un article de 40 pages, qui est pratiquement entièrement basé sur des conjectures, *aucune* de ses phrases n'est vraie, en quelque sorte⁷. En particulier, les énoncés, théorèmes, machin, ils ne sont pas démontrés. Et donc, pour bien attirer l'attention, je les ai numérotés en théorème 3.14 point d'interrogation. Comme ça, les gens sont avertis qu'ils ne peuvent pas citer ça comme un vrai énoncé. Mais c'est un travail que j'ai fait, que je trouve très utile d'avoir dégagé. Parce qu'il s'en dégage tout un monument, presque, un paquet très cohérent, d'une grande cohérence. Il se peut que l'hypothèse à la base soit fausse, mais je pense que l'ensemble, lui, restera essentiellement vrai. Même si la conjecture de Hodge est fausse, mais, je ne sais pas comment.

Oui, qu'est-ce que vous aviez, vous aviez encore d'autres choses ?

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Oui, ça c'est un autre point, c'est une question d'âge que je ressens moi aussi⁸ : .

JEAN-PIERRE SERRE : Ah oui, vous êtes presque aussi vieux que moi !

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Quand pour quelque chose qui a été demandé pendant très longtemps, il y a enfin une démonstration. Quelle est la quantité d'énergie qu'on est prêt à mettre pour la vérifier soi-même ? Vous avez dit tout à l'heure qu'on attend que les spécialistes vérifient. Évidemment, c'est une position, mais...

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, mais parce que vous, vous êtes un peu plus... Heureusement, je ne me considère pas comme un spécialiste en quoi que ce soit (*Colliot-Thélène rit*). Et puis j'ai un petit peu la flemme, tout simplement.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Par exemple, je ne sais pas, la démonstration de Voevodsky, de la conjecture de Bloch-Kato, ça c'est quelque chose qu'on a tous envie d'utiliser, enfin un certain nombre d'entre nous l'utilisent, et c'est un monument, donc vérifier partout, tous les détails...

JEAN-PIERRE SERRE : Elle a été vérifiée ?

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Elle a été essentiellement vérifiée, sauf que quand quelqu'un repasse par-dessus, pour quelque-chose qui est assez mineur, on trouve qu'il y a des petites erreurs.

JEAN-PIERRE SERRE : Vous parlez de Bloch-Kato pour $p \neq 2$, $p = 2$ est considéré comme vraiment bien acquis ?

7. Note de la transcriptrice : en fait, en logique du premier ordre, *Faux* implique tout. Choquant non ? !

8. Note de la transcriptrice : Colliot-Thélène semble un peu gêné d'une telle question sur ce terrain – la différence d'âge entre les deux mathématiciens est de 21 ans environ).

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : $p = 2$, oui, $p = 2$, oui, $p = 2$, oui.

JEAN-PIERRE SERRE : Il a eu une médaille Fields pour ça, d'ailleurs. Mais ce n'est pas une raison, ça.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Pour $p = 2$, il a eu une médaille Fields. Pour $p = 2$, ça va. Non, mais il y a un test, évidemment, c'est quand il y a eu beaucoup de séminaires sur la planète, où les gens l'ont lue et relue, bon, là, quand même, la chance que la démonstration soit effectivement correcte est assez grosse.

JEAN-PIERRE SERRE : Mais j'ai fait ce genre de choses, de vérifier des démonstrations un peu difficiles, quand j'avais, disons, 25, 30, 35 ans, mais après, je suis devenu plus flemmard. À Bourbaki, très souvent, j'ai exposé des choses, mais quand même pas aussi difficiles que ça. Il y a des sujets de maths où, si vous voulez vraiment vérifier la démonstration, par exemple, il y a eu un grand théorème où le texte prenait 300 pages, mais très dense, et visiblement, il fallait compter, disons, deux ans, peut-être, où on ne ferait que ça, vous voyez, pour vérifier que c'était vrai. Et ça, je n'ai pas fait ça.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : C'est quoi, la résolution des singularités ?

JEAN-PIERRE SERRE : Non, non, les groupes d'ordre impair sont résolubles.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ah, d'accord, je pensais...

JEAN-PIERRE SERRE : Non, non, ça, c'était beaucoup plus facile. C'était un article de 100 ou 150 pages, mais en plus, très bien rédigé, coupé en bouts, et je crois qu'il n'y avait pas de difficultés réelles pour le vérifier. Ça n'a jamais posé de problème.

Et à l'heure actuelle, un des grands théorèmes de maths, lui, dépend de plusieurs milliers de pages, et qui n'ont pas été encore entièrement publiées. Et ça, c'est une autre question. On ne va pas rentrer là-dedans, parce qu'on n'en sortirait pas.

STÉPHANIE VAREILLES : Moi, j'aimerais simplement terminer. Tout à l'heure, vous parliez de la beauté des mathématiques. Pourquoi pourrait-on parler de mathématiques belles... Et d'autres qui seraient moins belles ? C'est quoi, la beauté des mathématiques ?

JEAN-PIERRE SERRE : Il y a des cas évidents.

Je me rappelle que la première fois que j'ai vu " $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ ", ça vous fait un effet. En même temps, des choses d'énoncés compliqués peuvent être belles. Par exemple, cette classification des groupes qui prend des milliers de pages, le résultat final est d'une force énorme.

On en a déduit des tas de choses. C'est d'ailleurs très embêtant qu'il n'y ait pas de démonstration plus courte. Je ne sais pas à quoi on voit que les mathématiques sont belles.

On peut voir souvent qu'elles ne le sont pas. Ça, ce n'est pas très difficile. Par exemple, vous avez l'impression que l'auteur a mis un certain nombre de conditions un peu artificielles, et puis il a obtenu un résultat tout à fait indifférent.

Mais ça fait un article, parce que c'est vrai.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : C'est une application que vous avez expliquée. On va de A à B.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, mais on peut admirer certaines applications de A à B différemment.

Il y en a au contraire où l'énoncé est... Bon, peut-être... C'est difficile de donner des critères de beauté. On a le sentiment que... Je suis partagé entre l'idée que le résultat doit avoir un certain caractère définitif, quand même. Ce n'est pas un résultat provisoire.

Mais en même temps, les beaux résultats sont ceux qui ouvrent des horizons pour d'autres choses.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Quand même, souvent, quand un théorème a un énoncé assez court, c'est déjà un bon début.

JEAN-PIERRE SERRE : Oui, mais justement, c'est pour ça que j'ai cité la classification des groupes simples, parce que ça n'a pas d'énoncé court. Peut-être que ça ne répond pas au qualificatif de beau. Mais en tout cas, si ! C'est quand même un résultat extraordinaire. Non, ce qui est beau, c'est, en général, quand ça ouvre des choses. Là, on n'a aucun doute. Mais ça peut être une méthode. Ou bien quand ça...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Quand ça résout un très vieux problème, quand même ! Il faut quand même bien saluer.

JEAN-PIERRE SERRE : Ou bien quand ça éclaire des choses.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Il faut saluer, parce que je me souviens de ces commentaires de plusieurs personnes à propos du théorème de Fermat, disant qu'on s'en moque du théorème de Fermat, cet énoncé ne nous permet pas de démontrer quoi que ce soit, ce n'est pas bien... !

JEAN-PIERRE SERRE : Mais moi, j'étais d'accord avec ça, d'ailleurs.

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Vous étiez d'accord avec ça ?

JEAN-PIERRE SERRE : J'étais d'accord avec ça. Je me suis intéressé à Fermat quand j'ai vu que, par cette fameuse construction, s'il était faux, alors là, ça démolissait la théorie des...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Oui, d'accord, mais...

JEAN-PIERRE SERRE : Ça démolissait quelque chose de beau, par contre. Eux disaient, par exemple...

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Le fait qu'on résolve un très vieux problème, c'est quand même magnifique !

JEAN-PIERRE SERRE : Pas vraiment, non ! Il y a des énoncés comme ça où... Non, je ne suis pas entièrement d'accord. Mais par contre, démontrer que toutes les courbes elliptiques sur \mathbb{Q} proviennent de formes modulaires, ça oui ! Ça, c'est magnifique ! Mais parce qu'aussi, c'est un cas particulier d'une grande philosophie générale, qui fait partie des choses que les gens vont faire dans les cinquante ans qui viennent. Ils en ont fait des bouts, mais... La philosophie de Langlands, j'ai le sentiment que ça s'accélère, la philosophie de Langlands.

Peut-être que nous n'aurons pas à attendre cinquante ans, peut-être. Non.⁹

STÉPHANIE VAREILLES : Donc ce n'est pas de la beauté, au sens *esthétique*, qui procurerait une émotion ?

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE : Ah si, ça peut arriver pour une démonstration quand même, une démonstration bien vue.

JEAN-PIERRE SERRE : Ça procure une émotion. Mais les maths procurent beaucoup d'émotions. Oui, mais même dans les choses élémentaires, la satisfaction quand on a mis au point quelque chose, ce n'est pas une grande émotion, mais c'est quand même du côté émotif que ça se passe, le plaisir d'avoir clarifié quelque chose. Bon, alors maintenant je comprends pourquoi mes livres ont disparu de la bibliothèque. J'ai l'impression que vous les avez piqués. D'avoir publié des œuvres, c'est très très pratique pour moi, parce que moi, je sais ce qu'il y a dedans, je sais ce qui est vrai et faux. En général, il n'y a pas grand-chose de faux. Je sais où c'est, donc c'est épataant. (*Et s'adressant plus spécifiquement à Stéphanie Vareilles*) Bon, écoutez, bonne chance, parce que pour en tirer quelque chose, ça ne sera peut-être pas si facile. Au moins, je vous ai dit ce que je pensais en tout cas.

9. Note de la transcriptrice : Et Jean-Pierre Serre et Jean-Louis Colliot-Thélène rient sous cape d'un air entendu.