

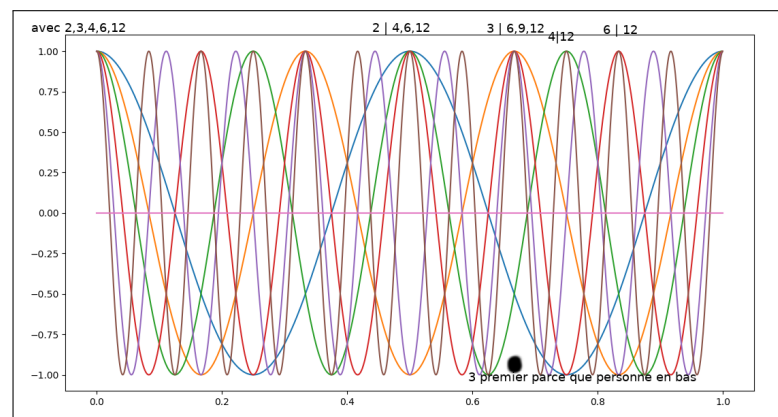
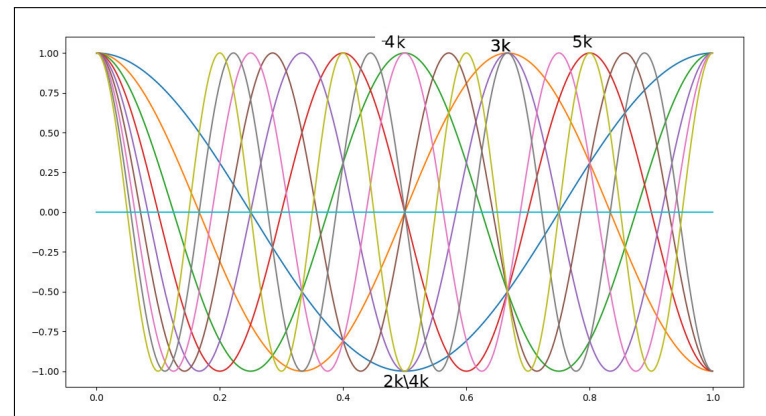
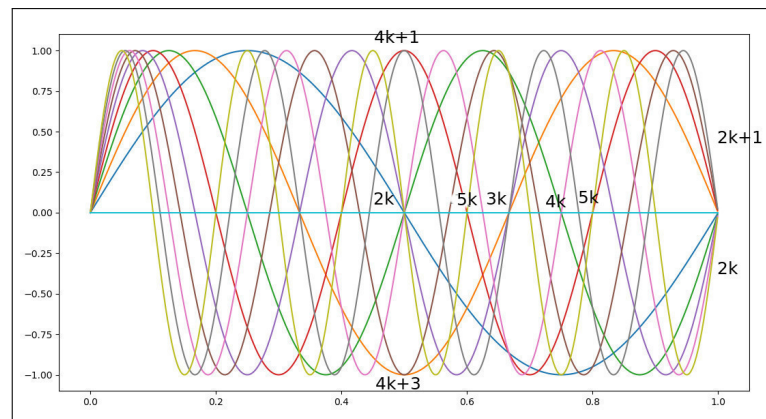
Le texte ci-dessous est le fichier <https://denisevellachemla.eu/notesnp.html>
au format pdf
Denise Vella-Chemla, août 2025

J'étudie la conjecture de Goldbach depuis septembre 2005. Ci-dessous, les pistes suivies de mai 2017 à décembre 2019 ¹.

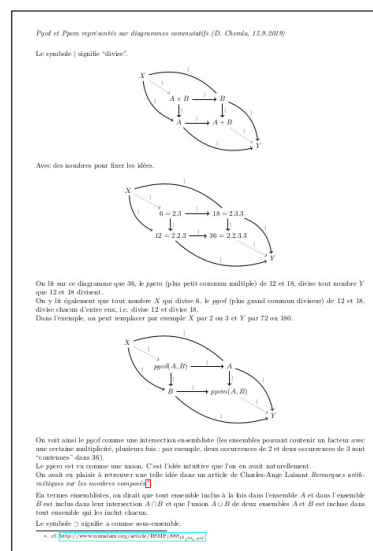
- 19.12.2019 : extraits de M. Croche de Claude Debussy (599) Debussy.pdf
- ♦ **Décembre 2019 : Leila m'aide (598)** jade1.pdf
- 27.12.2019 : programme du problème de Peter Sarnak (minute 40'22 de la vidéo *Randomness in Number Theory* (597) , Albert Einstein annual lecture 2019, Israël) pgm-pb-Sarnak.pdf res-pb-Sarnak.pdf. L'alternance pair - impair pour le nombre de facteurs premiers de la forme $4k + 3$ d'un nombre impair dont il est question est due aux propriétés de la multiplication dans $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ (la factorisation d'un nombre impair de la forme $4m + 3$ contient forcément un nombre impair de facteurs premiers de la forme $4k + 3$) ; une telle alternance de parité n'existe pas pour le nombre de facteurs $4m + 1$ dans les factorisations des impairs successifs car le reste 1 étant neutre pour la multiplication, multiplier un nombre impair ou un nombre pair de $4k + 1$ conserve le reste 1.
- 14.12.2019 : restrictions (596) noteparacine.pdf
- 08.12.2019 : autre réécriture (595) jade.pdf dessin-si-pas-tous-presents.jpg
- 08.12.2019 : autre réécriture (594) jackde.pdf
- 07.12.2019 : réécrire (593) reecrire-d.pdf
- 06.12.2019 : réécrire (592) reecrire.pdf
- 04.12.2019 : Aide de Leila Schneps (591) 5.12.2019 : aide-Leila-Schneps.pdf 5.12.2019 : juste cause juscau.pdf
- 04.12.2019 : Montrer pour ceux à qui on a fait confiance son admiration et sa reconnaissance en facilitant les recherches bibliographiques, en transcrivant, en traduisant et ce faisant, essayer d'aider au travail de tous :
- J.-P. Serre JPS-bibliotex.pdf P. Cartier PC-bibliotex.pdf univ. <https://preprints.ihe> J.-P. Kahane JPK-bibliotex.pdf J. Dixmier JD-bibliotex.pdf A. Grothendieck AG-bibliotex.pdf A. Connes AC-bibliotex.pdf table-des-matieres-AC.pdf 4 derniers articles trouvés AC-pres-Schwartz-centralisante.pdf AC-Takesaki-flots-de-poids-partie-2.pdf Vaughan-Jones-Connes-Fusion.pdf Takesaki-flots-III.pdf A. Turing transc-Turing.pdf transc-Turing-2.pdf transc-Turing-3.pdf G. Choquet transc-Choquet-maths-modernes.pdf Drsquo;autres personnes pour-alter.pdf
- Index bibliographique

¹On peut cliquer sur les images pour les agrandir, et sur les liens pour lire les notes correspondantes

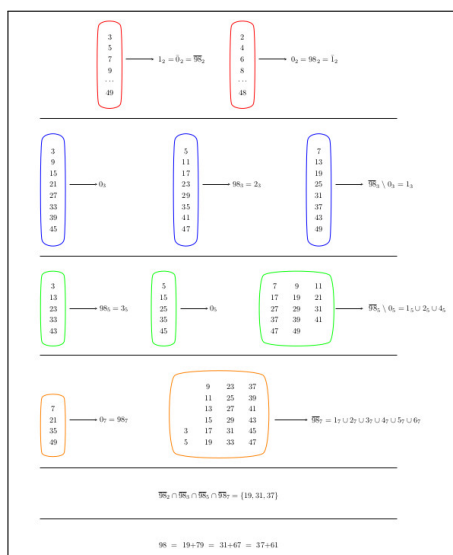
- 26.11.2019 : Fibres repriseses (590) fibres-inter.pdf
- 24.11.2019 : Fibres, ça ne va pas (589) fibres.pdf
- 22.11.2019 : passage courbes-graphes de triangles ? (588) trifle.pdf
- 21.11.2019 : Surprise par une somme alternée de cosinus quotientés (587) alternecos.pdf
- 20.11.2019 : Au milieu, les sinusôides des $4k+1$ se croisent en haut et les sinusôides des $4k+3$ se croisent en bas (586)



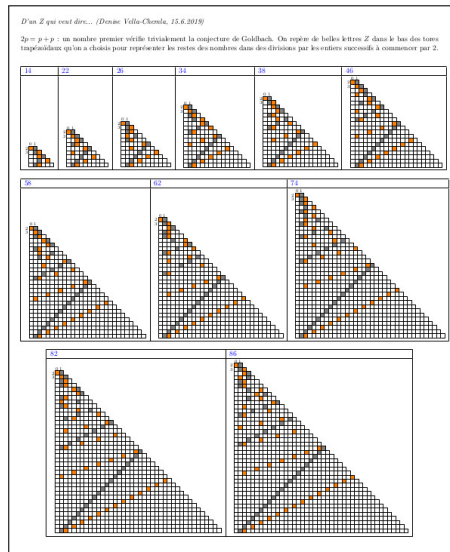
- 16.11.2019 : Deviser (585) devinse.pdf
- 13.11.2019 : Tout perdre (584) recup-7M-zeta.pdf
- 10.11.2019 : Expérience de pensée ensembliste (583) poissons-diff-ens.pdf
- Traductions : (582)
- 29.10.2019 : retour aux sources (colloque fondateur de l'IA et AI@50) transc-dartmouth.pdf
- 2.11.2019 : et un très beau texte de Paul J. Cohen sur le pessimisme de Skolem transc-Skolem-Cohen.pdf
- 8.11.2019 : Histoire des mathématiques : pourquoi et comment : exposé de Weil à l'ICM 1978 transc-Weil-ICM1978.pdf
- 9.11.2019 : André Weil : De la métaphysique aux mathématiques transc-Weil-metaphysique-1960.pdf
- 30.10.2019 : Preuve géométrique d'Eisenstein de la loi de réciprocité quadratique (trouvé dans le livre Topologie des nombres d'Allen Hatcher) (581) transc-recipro-Eisenstein-Hatcher.pdf Preuve de Lucas Lucas-LRQ.pdf Preuve de Frobenius (en allemand) Frobenius-LRQ.pdf
- 13.10.2019 : Chouettes souvenirs (580) table-des-matieres-chous.pdf
- 13.10.2019 : Paroles d'autres pour-alter.pdf
- 28.09.2019 : Entretiens (Jacques Nimier et 8 mathématiciens : Claude Berge, André Joyal, Nicolaas Kuyper, André Lichnerowicz, Bernard Malgrange, Charles Pisot, Jacques Riguet, René Thom) avec une affection particulière pour Pisot qui parle de la conjecture de Goldbach à la page 72 entretiens-mathematiciens-Nimier.pdf
- ♥♥ 25.09.2019 : Plaid écossais tropical (579) plaid-ecossais-tropical.pdf
- 15.09.2019 : Pgcd et Ppcm représentés sur diagrammes commutatifs (578) pgcd-ppcm-categ.pdf



- 31.08.2019 : si on s'intéresse aux complexes qui sont sur les 2 droites contenant les complexes de partie réelle $1/2$ d'une part et les complexes de partie réelle $-1/2$ d'autre part, c'est-à-dire aux complexes de la forme $\pm 1/2 \pm bi$ et si on appelle m le module $1/4 - b^2$, alors on a $(1/2 + bi)^2 = m + bi$; on a aussi $(1/2 - bi)^2 = m - bi$ (dans les deux cas, l'argument est conservé par l'élevation au carré) ; (577)
- mais on a $(-1/2 + bi)^2 = m - bi$, et on a $(-1/2 - bi)^2 = m + bi$ (dit rapidement, l'élevation au carré conjugue les arguments).
- Quelle valeur prend ζ lorsqu'on l'applique au carré d'un nombre complexe (i.e. que vaut $\zeta(s^2)$?).
- A-t-on une expression de cette valeur en fonction de la valeur de $\zeta(s)$?
- 23.08.2019 : Ensembles (576) tente-categ.pdf



- ♥ 10.07.2019 : un ensemble, une transformation, des traces de premiers (575) enstransfo-trace.pdf
- 15.06.2019 : d'un Z qui veut dire... (574) dunzquiveutdire.pdf



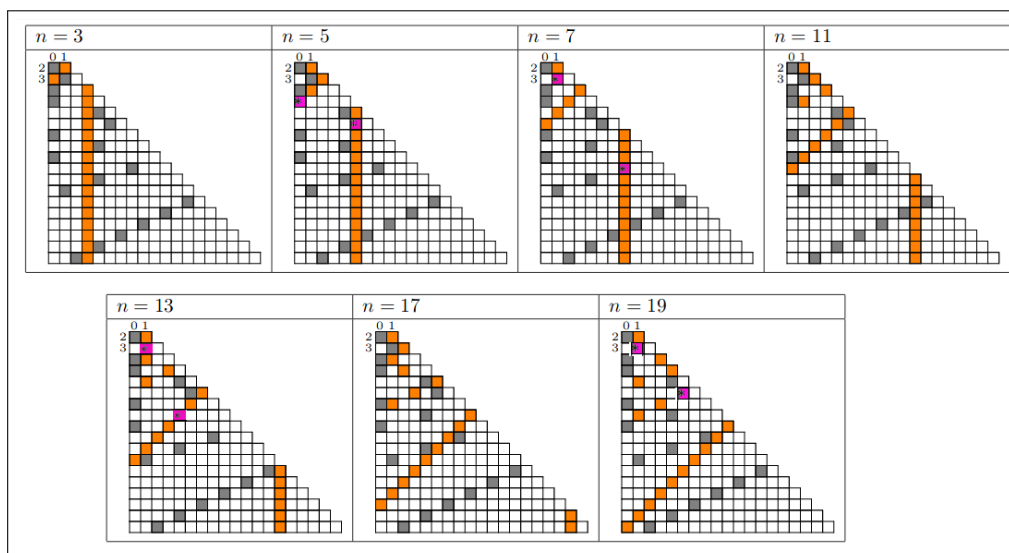
- 15.06.2019 : matrices circulantes (573) matricespixels.pdf

Voici la forme générale de la matrice G .

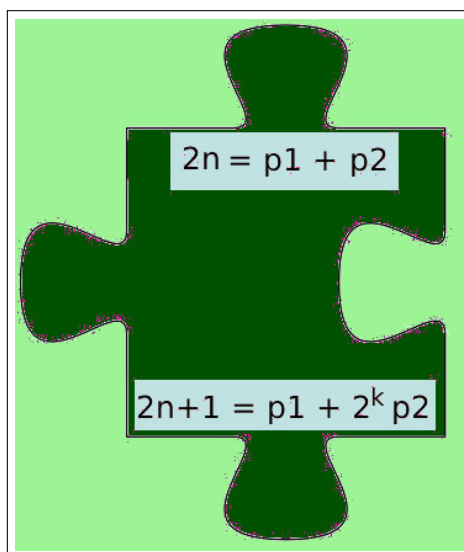
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Tous les ... sont des 0.

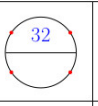
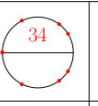
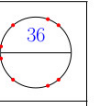
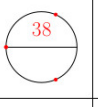
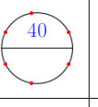
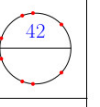
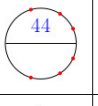
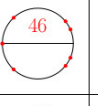
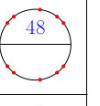
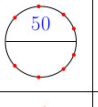
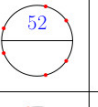
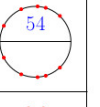
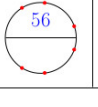
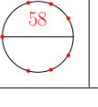
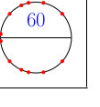
- 12.06.2019 : On n'aura qu'à l'appeler le tore trapézoïdal (572) pixels2.pdf pytoresetrapezo.pdf
respytoresetrapezo.pdf



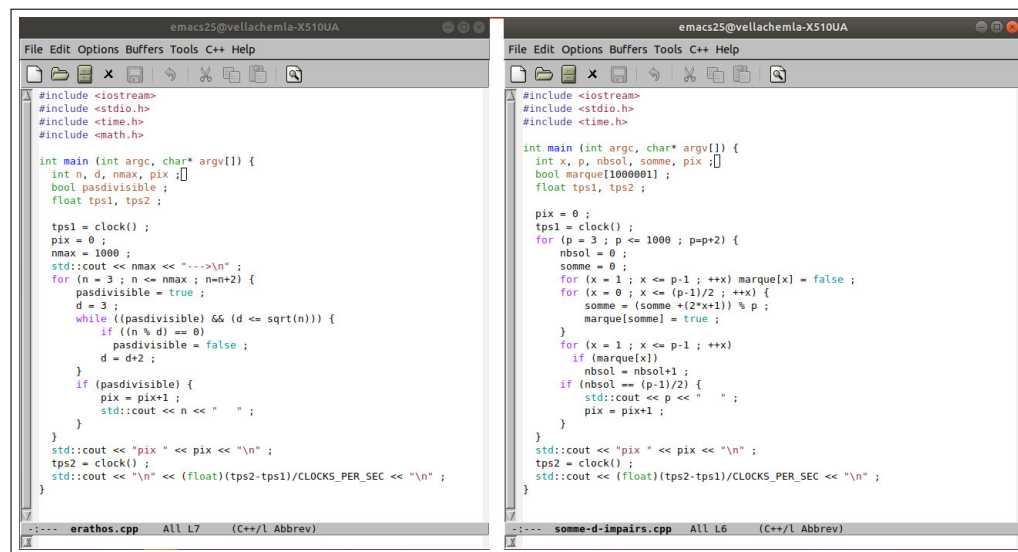
- 07.06.2019 : 2019-1742=277
- 05.06.2019 : Conjecture de Goldbach et les impairs (571) et lesimpairs.pdf



- 31.05.2019 : Ô stop ! (570) ostop.pdf
- 30.05.2019 : Colliers de décomposants (569) colliersGoldbach.pdf

- 22.05.2019 : Colliers (568) colliers.pdf collierspairsquerouge.pdf
- 21.05.2019 : crible d'Eratosthène, sommes d'impairs, découverte d'Euler, différence de sommes de parties entières ? (567)



```

erathos.cpp
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <time.h>
#include <math.h>

int main (int argc, char* argv[]) {
    int n, d, nmax, pix ;
    bool pasdivisible ;
    float tps1, tps2 ;

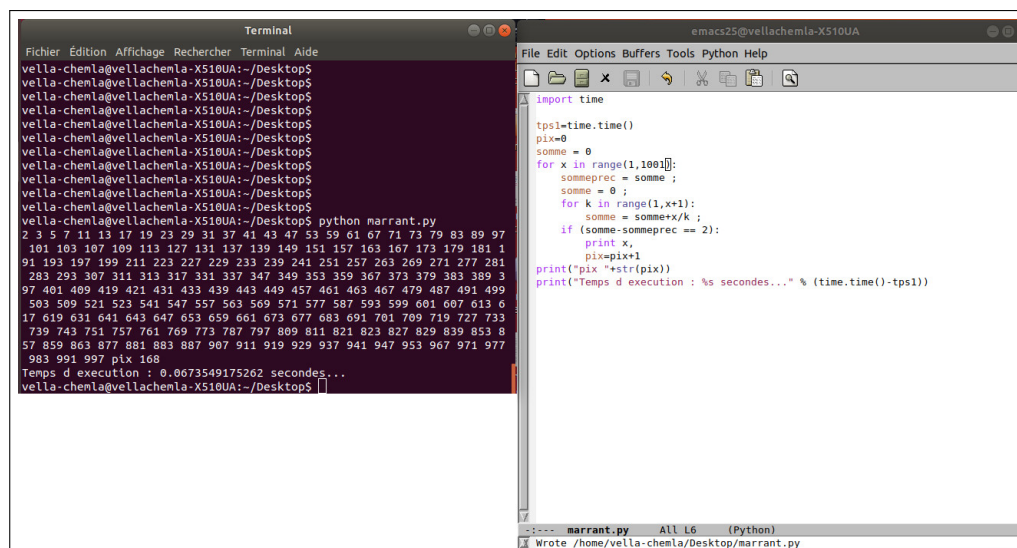
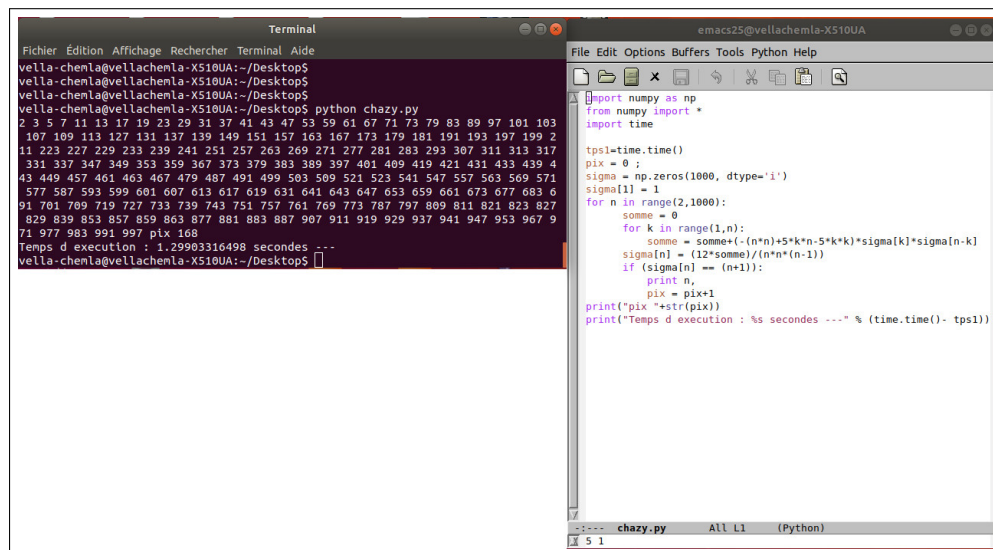
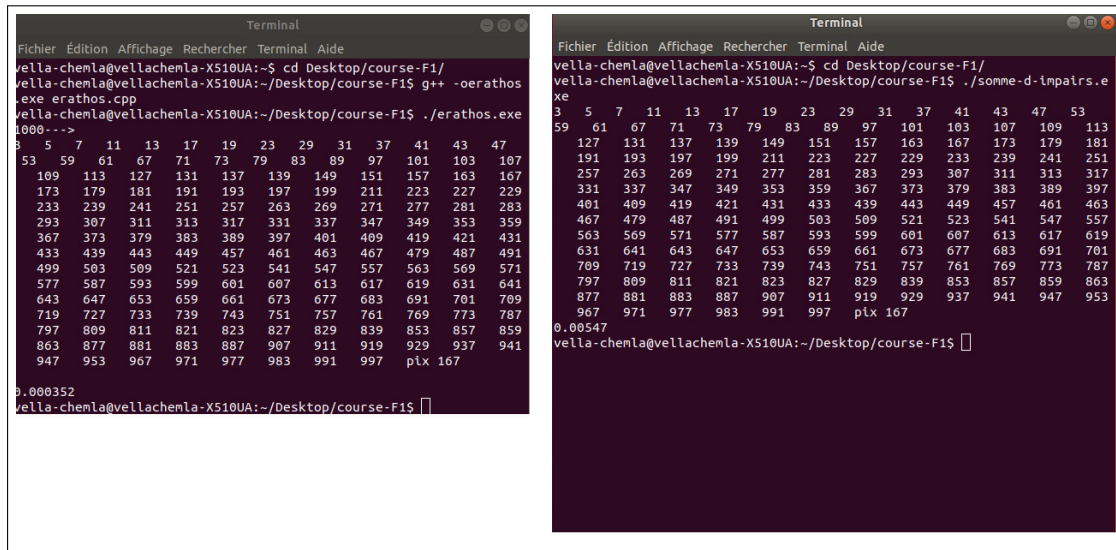
    tps1 = clock() ;
    pix = 0 ;
    nmax = 1000 ;
    std::cout << nmax << "---->\n" ;
    for (n = 3 ; n <= nmax ; n=n+2) {
        pasdivisible = true ;
        d = 3 ;
        while ((pasdivisible) && (d <= sqrt(n))) {
            if ((n % d) == 0)
                pasdivisible = false ;
            d = d+2 ;
        }
        if (pasdivisible) {
            pix = pix+1 ;
            std::cout << n << " " ;
        }
    }
    std::cout << "pix " << pix << "\n" ;
    tps2 = clock() ;
    std::cout << "\n" << (float)(tps2-tps1)/CLOCKS_PER_SEC << "\n" ;
}

somme-d-impairs.cpp
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <time.h>

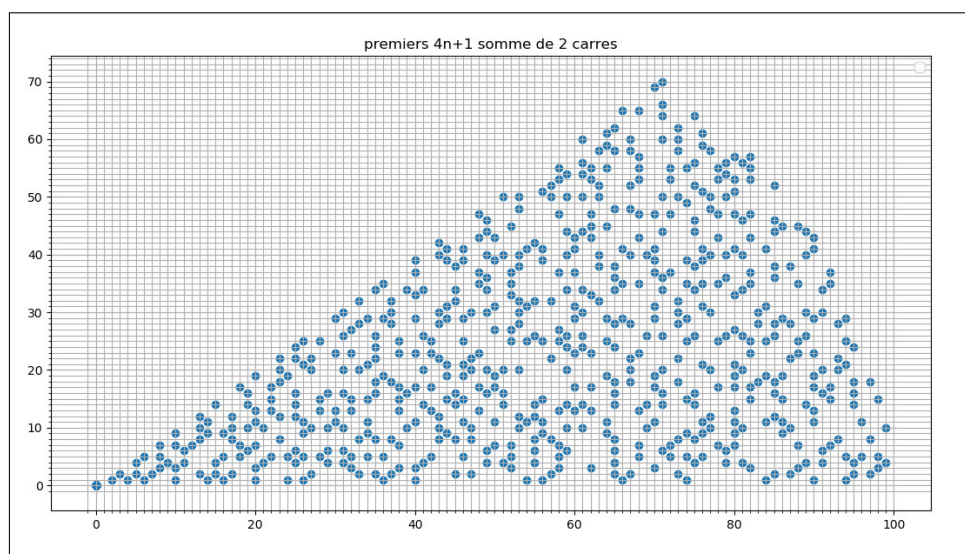
int main (int argc, char* argv[]) {
    int x, p, nbsol, somme, pix ;
    bool marque[1000001] ;
    float tps1, tps2 ;

    pix = 0 ;
    tps1 = clock() ;
    for (p = 3 ; p <= 1000 ; p=p+2) {
        nbsol = 0 ;
        somme = 0 ;
        for (x = 1 ; x <= p-1 ; ++x) marque[x] = false ;
        for (x = 0 ; x <= (p-1)/2 ; ++x) {
            somme = (somme + (2*x+1)) % p ;
            marque[somme] = true ;
        }
        for (x = 1 ; x <= p-1 ; ++x)
            if (marque[x])
                nbsol = nbsol+1 ;
        if (nbsol == (p-1)/2) {
            std::cout << p << " " ;
            pix = pix+1 ;
        }
    }
    std::cout << "pix " << pix << "\n" ;
    tps2 = clock() ;
    std::cout << (float)(tps2-tps1)/CLOCKS_PER_SEC << "\n" ;
}

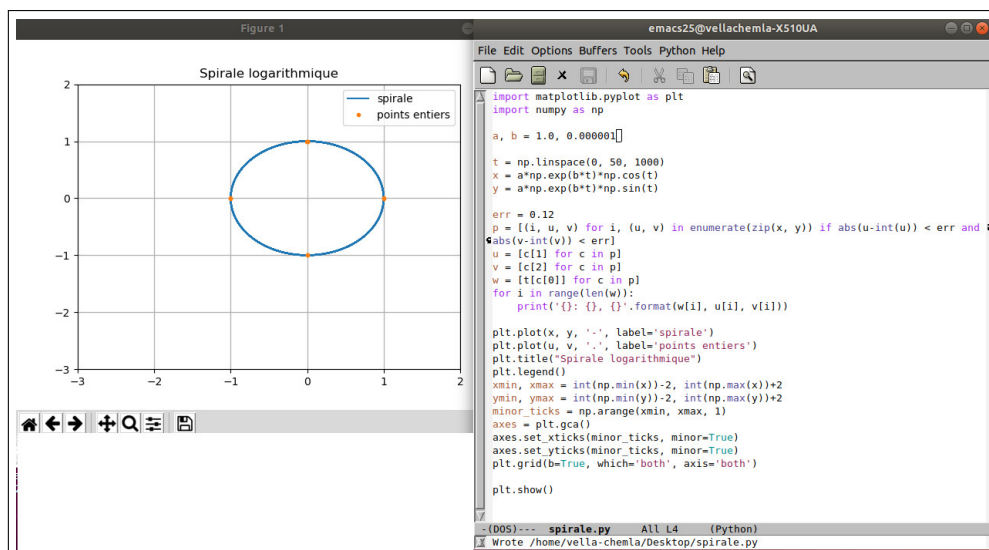
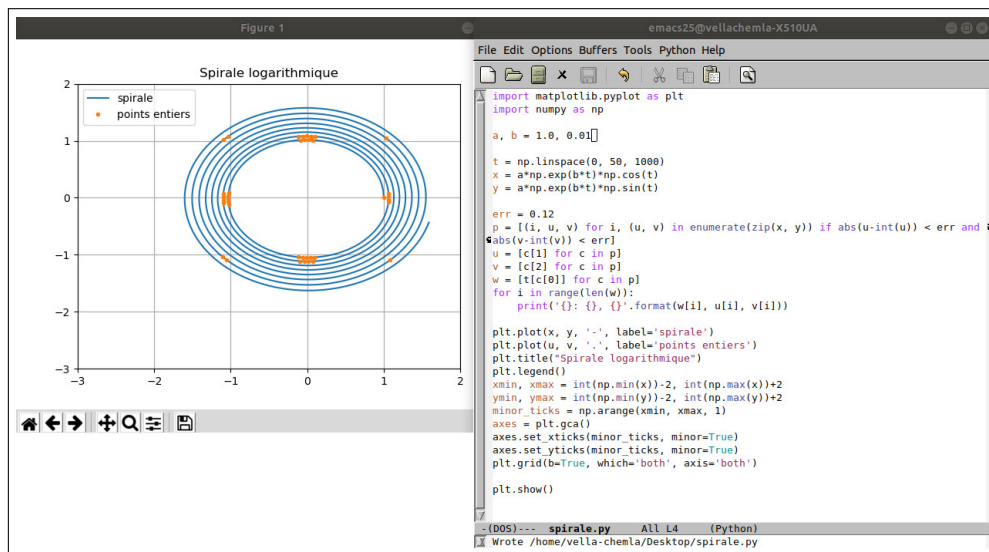
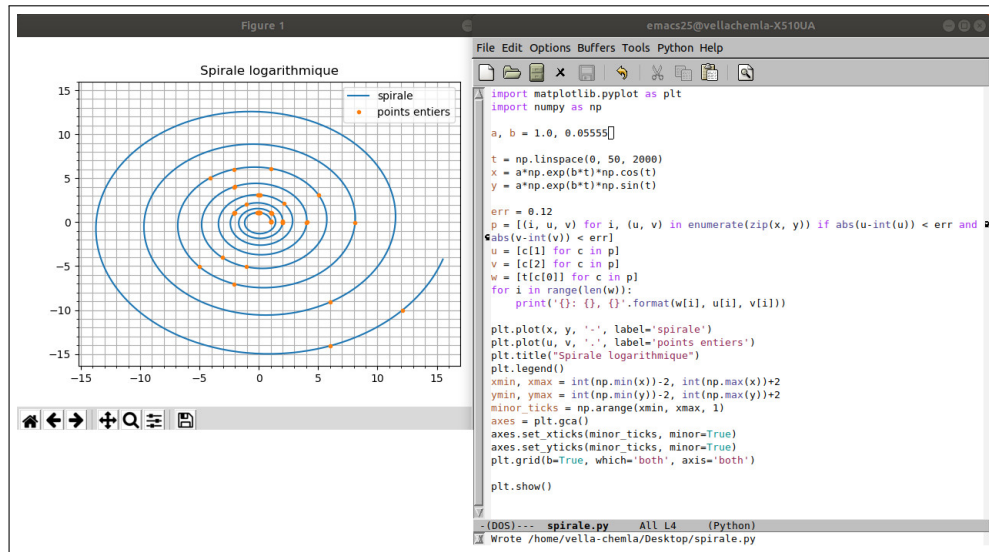
```

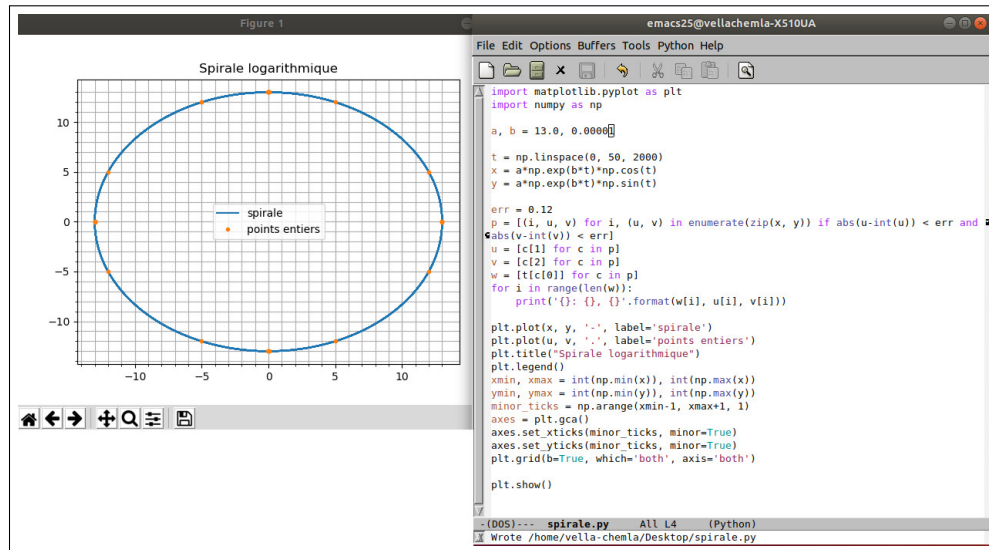


- 19.05.2019 : nombres premiers et aires dans un carré (566) aires-petits-carres.pdf
- 19.05.2019 : nombres premiers et résidus quadratiques des Recherches arithmétiques (565) premiers-et-resid-quad.pdf
- 18.05.2019 : Des puissances et des palindromes (564) puisspalind.pdf
- 16.05.2019 : Grouper par 4 (563) parquatre.pdf
- 11.05.2019 : caractérisation topologique des nombres premiers $4k + 3$ (562) caractopo.pdf lespuissancesetleurselements.pdf
- 09.05.2019 : retour aux polynômes de Tchebychev et aux indices de Gauss (561) polyetindices.pdf
- 07.05.2019 : Premiers $4k + 1$ de Gauss, sommes d'une seule manière de 2 carrés d'entiers (Fermat, Euler) (560)

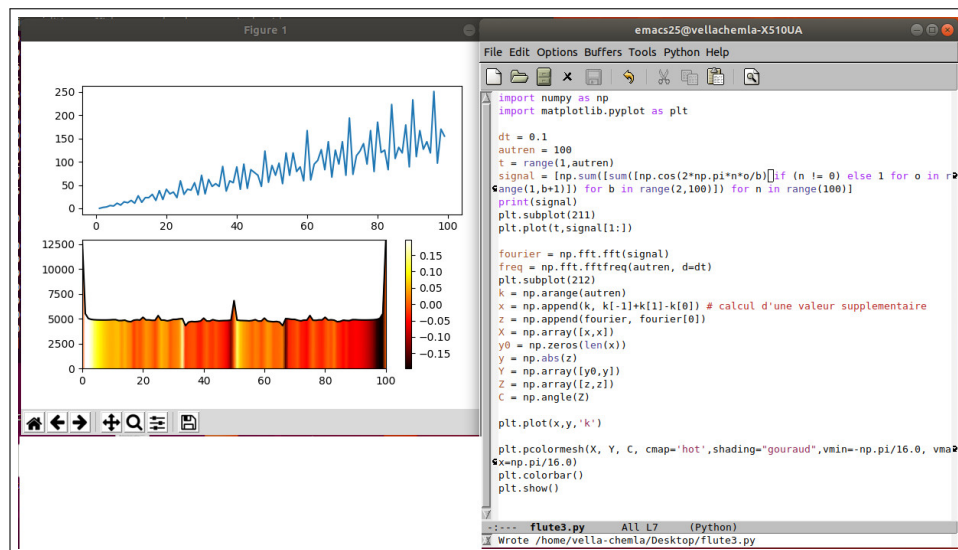


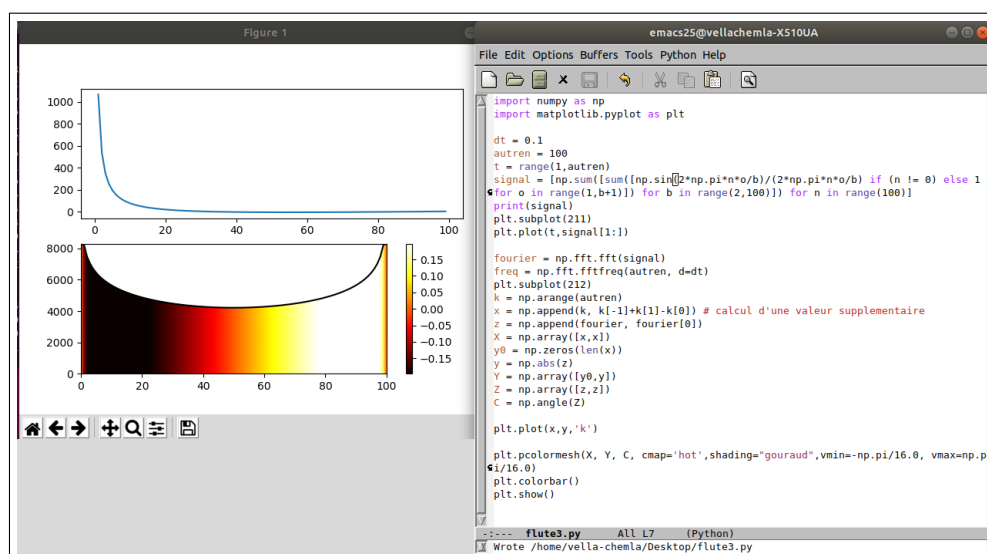
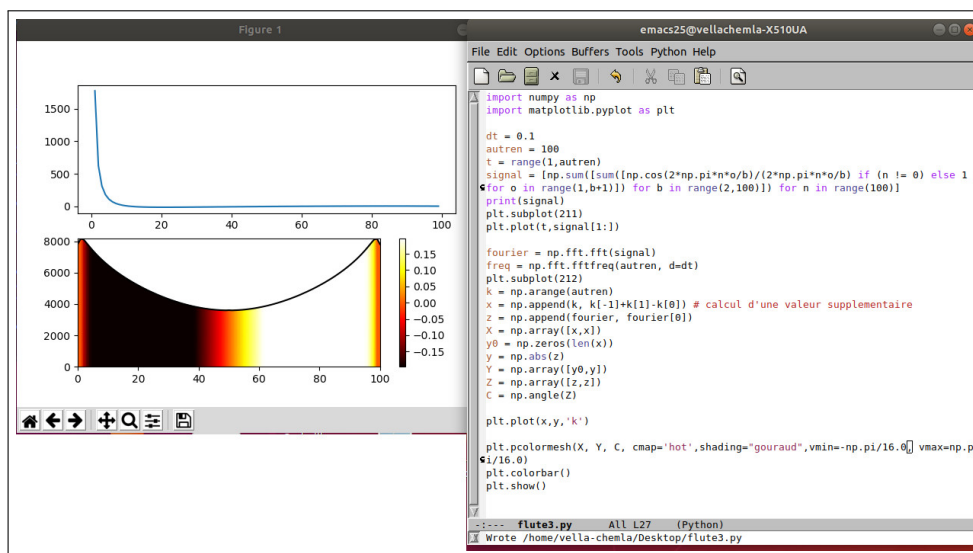
- en rouge plus petit
- Section 182 des Recherches arithmétiques de Gauss traitant de ce sujet Gauss-4k+1-RA182.pdf
- 04.05.2019 : points presque entiers sur spirales logarithmiques en python (559)



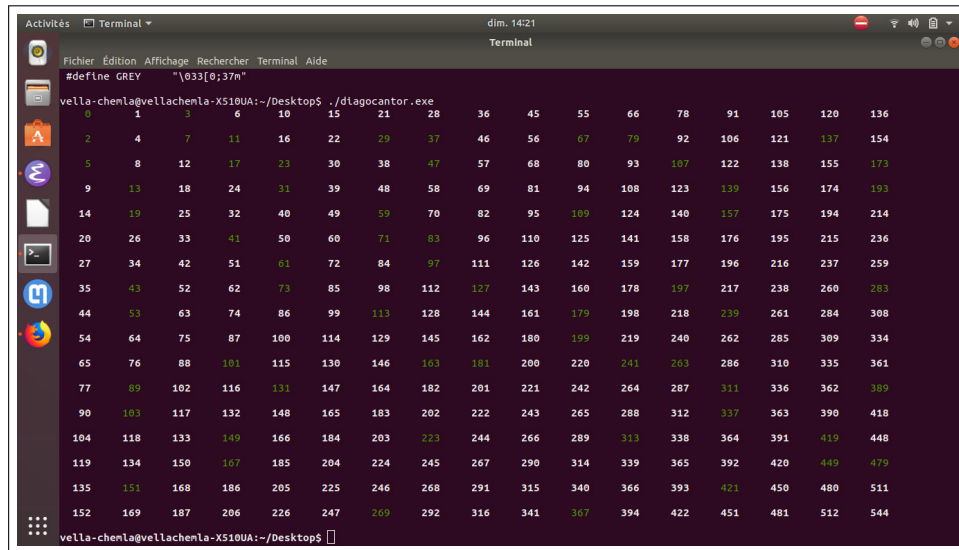


- $132=122+52$
- (pour voir 3 et 2 dans 13, cf. *Quelques propriétés des carrés parfaits* sur Images des mathématiques)
- 02.05.2019 : variations de la fonction qui s'annule pour les premiers (la seconde en divisant les cosinus par leur argument) (558)





- 02.05.2019 : Petits manèges des images du site (les autres sont en bas de la pages Notes) (557)
- 30.04.2019 : L'avenir des mathématiques (André Weil, 1947) (556) Weil-avenir.pdf
- ♥♥ 29.04.2019 : compositions palindromiques (555) compositions-palindromiques.pdf
- ♥♥ 26.04.2019 : Comme s'il en pleuvait (554) silenpleuvait.pdf youpi2019.pdf youpi5000.pdf youpi500000.txt
- 25.04.2019 : entre deux (553) entredeux.pdf
- 22.04.2019 : picorer l'aléa (552) carreCantor.pdf
- 21.04.2019 : visualiser les premiers sur une numérotation $\mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ de Cantor ; on voit 3 colonnes sans premiers ! (551)

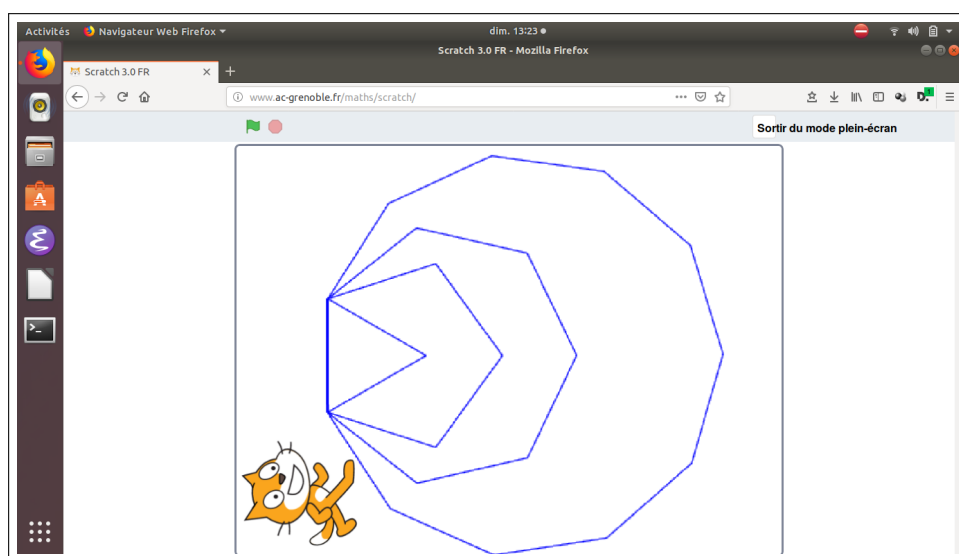


- 08.04.2019 : Guide-chant en python : il s'agissait de convertir les fréquences des notes de la gamme en une suite d'entiers successifs, à partir d'une note de base (ici Do=32.7) (550) cn2.pdf conv.pdf avril 2025 gamme12python.pdf gamme12.mp3 propagation des ondes sonores, propagation de la chaleur <https://forum.scienceamusante.net/viewtopic.php>

```
C:\Users\Denise_Vella\Desktop>python decaphonique.py
440 466 494 523 558 595 622 660 700 740 784 830 880
440 466 493 523 554 587 622 659 698 739 783 830 880
```

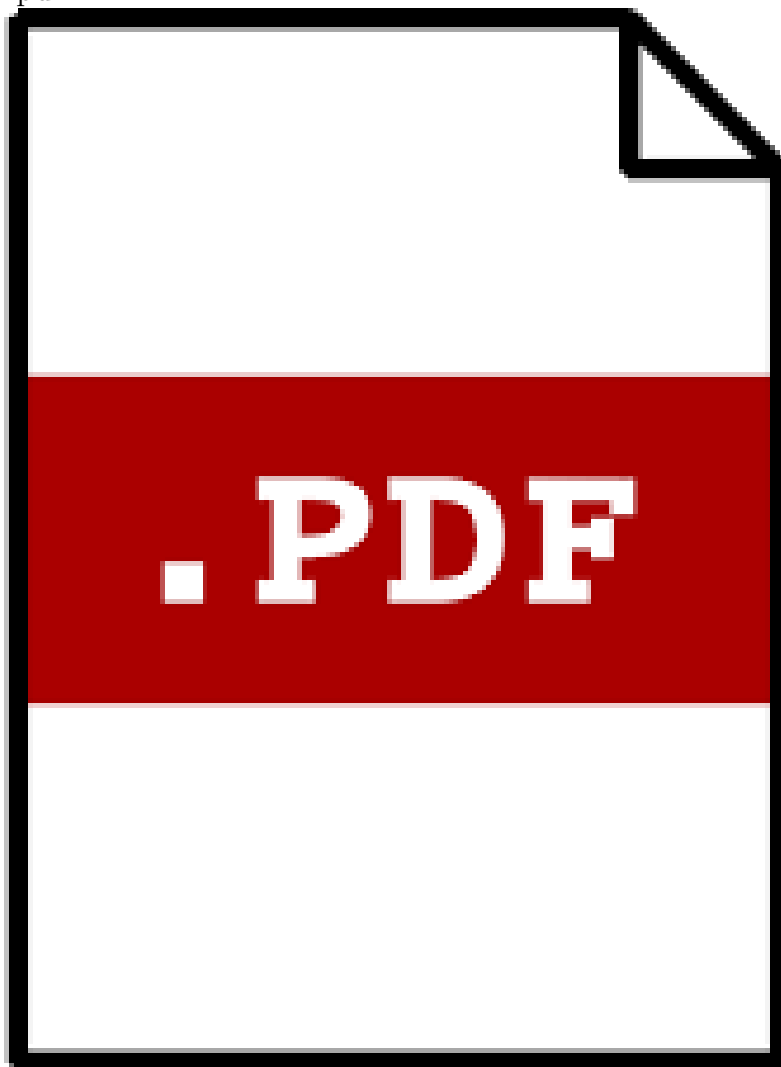
- 28.03.2019 : Probabilités disjointes (549) probadisjointes.pdf
- 24.03.2019 : Mes gratitude (je viens de lire le roman de Delphine Le Vigan) (548) gratitude.pdf
- 16.03.2019 : No need to ask, it's a smooth operator (bis) (547) smoothoperatorbis.pdf
- 17.03.2019 : probabilités stochastiques (546) probastochastiques.pdf
- 13.03.2019 : No need to ask, it's a smooth operator (545) smoothoperator.pdf
- 12.03.2019 : une décomposition singulière en bonne forme (544) surprenantbis.pdf
- 10.03.2019 : une décomposition bien singulière ! (543) surprenant.pdf
- 07.03.2019 : tentative pour synthétiser l'information (décompositions en valeurs singulières) (542) decovalesing.pdf
- ♥ 05.03.2019 : comment perçoit-on ? (titre : Spectre lumineux) où apparaît mystérieusement une fonction triangulaire (541) spectrenb.pdf
- ♥ 04.03.2019 : transformée de Fourier de la fonction qui envoie les premiers sur eux-mêmes (la somme de somme de cosinus qui me plaît tant) (540) concatpectres.pdf

- 03.03.2019 : 4 petits gifs pour faire appréhender l'aléa des décomposants de Goldbach (pgm python aleaphotonsGoldbach.pdf) (539)
- $n < 100$ rapide dginf100rapide.gif lent dginf100.gif
- $n \geq 100$ (de 100 à 3600 par pas de 100) rapide dgsup100rapide.gif lent dgsup100.gif
- ♥ 16.02.2019 : Nombres et sphère quantique (538) spherequantique.pdf
- ♥ 18.02.2019 : Probabilistiquement ou quantiquement (537) probaquant.pdf (ou il est question de polarisation) et les transparents de Grangier en référence, vers lesquels le lien sort bien sûr en erreur 404, à peine 6 ans après... transgrangier.pdf
- ♦ 15.02.2019 : Théorème de Morley dans le corps des quaternions (536) thmMorleyCorpsQuaternions.pdf
- ♦ février 2019 : Une application de la démonstration d'Alain Connes du théorème de Morley, à $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$ (535), qui contient une racine cubique de l'unité thmMorleyCorpsPremier.pdf.
- Programme Python pour preuve du théorème de Morley par Alain Connes à l'été 2020 AC-Morley-DC-ete-2020.pdf Reprise par Jacques, article posté sur mon blog (15.02.2022) <https://milliardsdautres.blogspot.com/2022/02/la-programmation-des-ordinateurs-est-un.html>
- 13.02.2019 : la différence géométrique entre premiers et composés est que pour un polygone régulier d'un nombre premier p de côtés, il n'existe pas de rotation d'angle $2\pi/k$ pour k compris entre 3 et $\sqrt{p}$, autour du centre du polygone, qui laisse le polygone invariant. (534) (il faut que le nombre p soit supérieur ou égal à 7 pour que l'énoncé ci-dessus soit correct.)



- 06.02.2019 : Représentation des nombres par des matrices du groupe affine (533) mataffine-incompr.pdf
- 28.01.2019 : Théorème de Morley dans $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$ (532) thmMorleyCorpsPremier.pdf

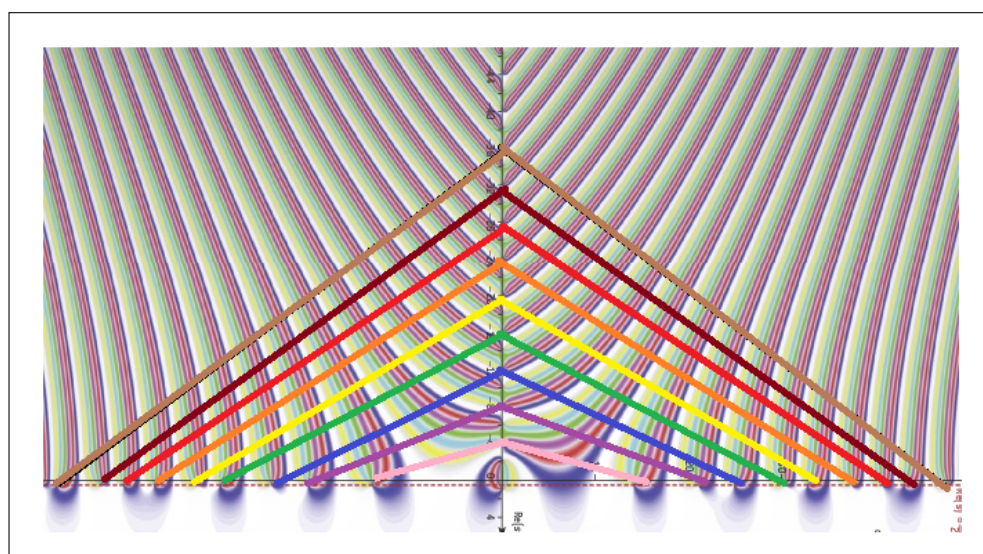
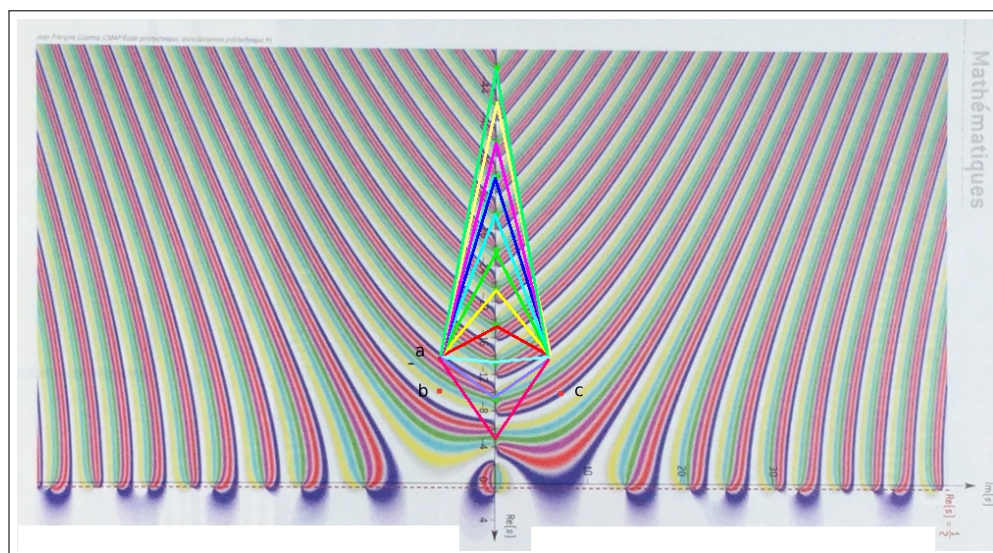
- 26.01.2019 : où l'on retrouve ζ autrement (531) denita.pdf 31.05.2019 : denitac.pdf (en) denitac-en.pdf



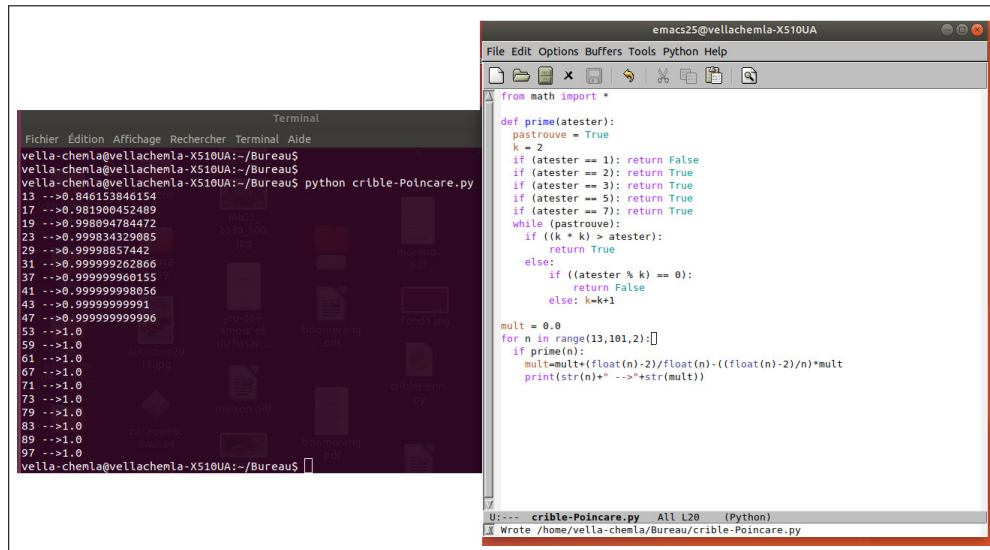
i/a_i 23.07.2019

: annexe annexedenita.pdf

- 05.02.2019 : Divisions euclidiennes représentées par des matrices (530) matdivEaegalbq-plusr.pdf
- 02.02.2019 : un jour, j'avais dessiné ça, je trouvais ça joli. Maintenant, j'aimerais savoir dessiner des triangles isocèles de sommets d'affixes complexes, isocèles en les zéros triviaux, et d'autres sommets les zéros non-triviaux et leur conjugué (un triangle isocèle a les affixes de ses sommets qui vérifient : $ab + ab + cc = ac + ac + bb$). (529)



- 19.01.2019 : motifs rythmiques (ou jouer aux dés) (528) des.pdf
- 17.01.2019 : sauts quantiques ceci cela (527) balade.pdf
- 16.01.2019 : conjonctions de mots booléens (526) bob.pdf
- 13.01.2019 : périodicité et palindromie dans les séquences booléennes (525) palindromie.pdf
- 09.01.2019 : formule du crible de Poincaré quand on élimine au maximum 2 classes de congruence sur p selon tout p premier(524)



FORMULAS FOR SOME FUNCTIONS OF PRIME NUMBERS 65

(2.1) $\sum_{p \leq x} f(p) \approx \int_1^x \frac{f(y)}{\log y} dy.$

Consequently, one would presume the following approximations:

(2.2) $\pi(x) = \sum_{p \leq x} 1 \approx \int_1^x \frac{dy}{\log y},$

(2.3) $\theta(x) = \sum_{p \leq x} \log p \approx \int_1^x dy \approx x,$

(2.4) $\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} \approx \int_1^x \frac{dy}{y \log y} \approx \log \log x + B,$

(2.5) $\sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p} \approx \int_1^x \frac{dy}{y} \approx \log x + E,$

(2.6) $\prod_{p \leq x} \left(1 - \frac{a}{p}\right) = \exp \left(\sum_{p \leq x} \log \left(1 - \frac{a}{p}\right) \right) \approx \exp \left\{ c(a) - a \sum_{p \leq x} \frac{1}{p} \right\} \approx \frac{c(a)}{(\log x)^a},$

where a is a real constant, usually taken to be unity.

In (2.4) we have indicated a "constant of integration," B , whose value is taken to be

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} - \log \log x \right].$$

Because this limit exists, the absolute error in (2.4) tends to zero as x tends to infinity. In (2.5) and (2.6), we have indicated constants E , $c(a)$, and $c(1)$ for analogous reasons. In (2.2) and (2.3), no constants are indicated because the limits to which they would correspond do not exist.

The validity of the approximations (2.2) through (2.6) was rigorously established just before the turn of the century by Hadamard and de la Vallée Poussin. A very excellent account of these matters is given in Ingham [6], together with extensive references to the literature.

From Ingham [6], we can get alternate expressions for B , E , and $c(1)$ as follows:

(2.7) $B = C + \sum_p \left(\log \left[1 - \frac{1}{p} \right] + \frac{1}{p} \right),$

(2.8) $E = -C - \sum_p \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(\log p)^k}{p^k},$

(2.9) $c(1) = e^{-C},$

where C is Euler's constant. We find (2.7) and (2.9) on pp. 22-23 of Ingham [6], and can derive (2.8) from a formula near the top of p. 81. Approximate numerical values are:

(2.10) $B = 0.261497212847643,$

(2.11) $E = -1.332582273733221,$

68 J. BARKLEY ROSSER AND LOWELL SCHOENFELD

Using these, we can get sharper forms of (2.3) through (2.6). Thus, from (2.21) and (2.26), we get

(2.29) $\theta(x) = x + O(x \exp \{-a(\log x)^{1/2}\}).$

From (2.21) and (2.27), we get

(2.30) $\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} = \log \log x + B + O(\exp \{-a(\log x)^{1/2}\}),$

(2.31) $\sum_{p \leq x} \frac{(\log p)^k}{p} = \log x + E + O(\exp \{-a(\log x)^{1/2}\}).$

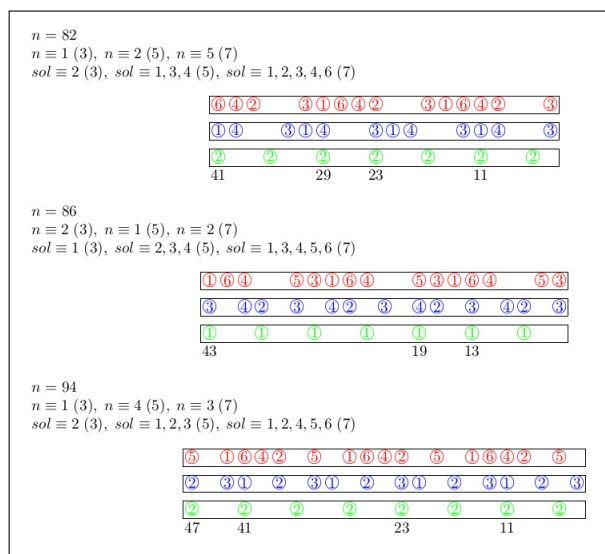
From (2.30) we proceed as in (2.6) to get

(2.32) $\prod_{p \leq x} \left(1 - \frac{a}{p}\right) = \frac{c(a)}{(\log x)^a} + O(\exp \{-a(\log x)^{1/2}\}).$

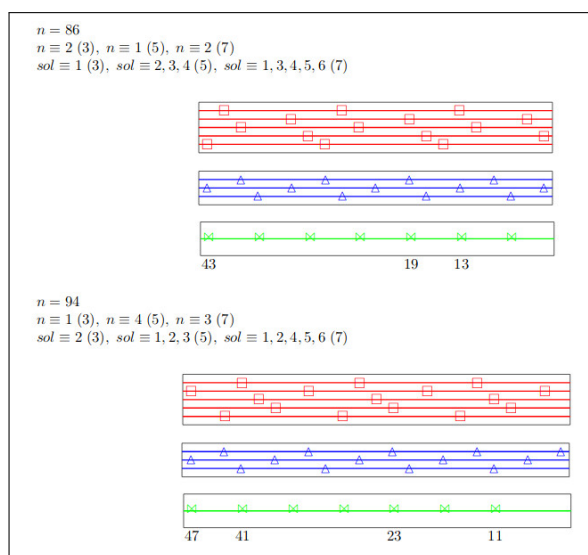
From (2.29) and (2.24), one can get a formula for $\psi(x)$ analogous to (2.29). By starting from (2.23) rather than (2.21), one can get even sharper results than (2.29) through (2.32).

Though results like those above are interesting, and are difficult to prove, they are of little use for getting dependable numerical approximations unless values of a , b , and X in (2.22) are furnished; this is seldom done. In Rosser [12], explicit bounds were presented for the errors in our approximations. More recently, much better bounds have been obtained by using modern computing machinery and taking advantage of new information about the zeros of the zeta function. These results will be stated in the early part of the present paper, with the proofs being mainly withheld until the later sections.

- Rosser et Schoenfeld (Hadamard et La Vallée-Poussin)
- 09.01.2019 : ne garder que les premiers qui n'ont aucun reste commun avec n (523) double-scomposes.pdf
- 07.01.2019 : Mots périodiques ou comment projeter tous les restes sur 0 ou 1 (522) period-ici.pdf



- 04.01.2019 : clef de Sol(utions), pavages du plan par des parallélogrammes (521) doublesde-premiers.pdf



- 03.01.2019 : maillage du tore par des polytopes dont les faces sont des parallélogrammes (520) topo2.pdf
- 03.01.2019 : gâteau 3-frères (519) topo.pdf

- 02.01.2019 : Où sont les tores ? (518) DLpourCG2.pdf

$$\begin{cases} 98 \equiv 0 \pmod{2} \\ 98 \equiv 2 \pmod{3} \\ 98 \equiv 3 \pmod{5} \\ 98 \equiv 0 \pmod{7} \end{cases}$$

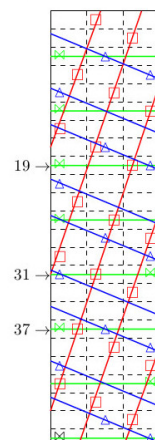
$$\begin{cases} s \equiv 1 \pmod{2} \\ s \equiv 1 \pmod{3} \\ s \equiv 1 \vee 2 \vee 4 \pmod{5} \\ s \equiv 1 \vee 2 \vee 3 \vee 4 \vee 5 \vee 6 \pmod{7} \end{cases}$$

	1 (3)	1 (5)	2 (5)	4 (5)	1 (7)	2 (7)	3 (7)	4 (7)	5 (7)	6 (7)
3							1			
5									1	
7	1		1			1				
9				1				1		
11		1								1
13	1				1					
15			1				1			
17									1	
19	1			1						
21		1								
23						1				
25	1							1		
27			1		1					1
29				1						
31	1	1					1			
33									1	
35										
37	1		1			1				
39										
41		1		1				1		
43	1				1					1
45							1		1	
47			1							
49	1			1						

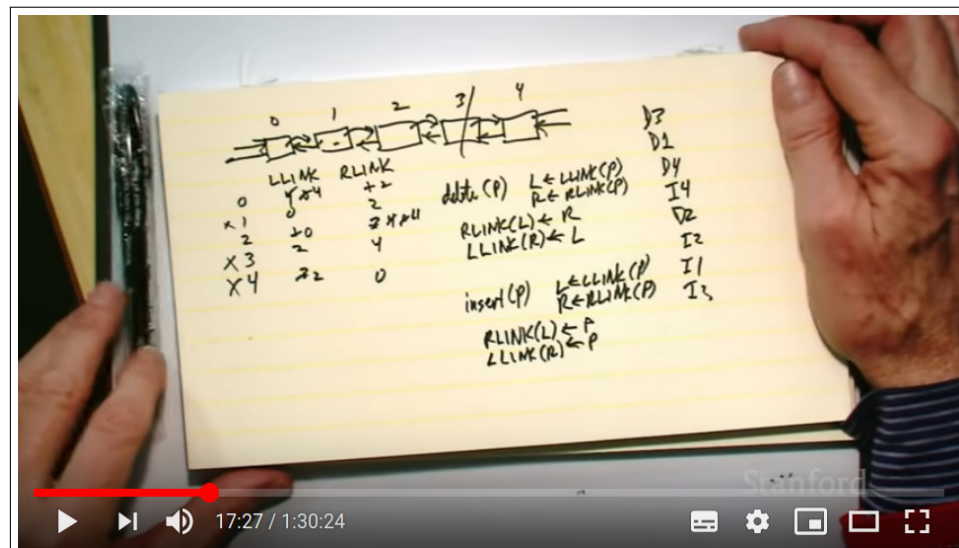
	1 (3)	1 (5)	2 (5)	4 (5)	1 (7)	2 (7)	3 (7)	4 (7)	5 (7)	6 (7)
3							1			
5									1	
7	1									
9						1				
11								1		
13	1				1					1
15							1			
17										
19	1								1	
21										
23						1				
25	1							1		
27										1
29					1					
31	1						1			
33									1	
35										
37	1					1				
39								1		
41										1
43	1				1					
45							1			
47									1	
49	1									

	1 (3)	1 (5)	2 (5)	4 (5)	1 (7)	2 (7)	3 (7)	4 (7)	5 (7)	6 (7)
3							1			
5								1		
7	1									
9										
11		1								
13	1									
15										
17			1							
19	1			1						
21		1								
23										
25	1									
27			1							
29				1						
31	1	1								
33										
35										
37	1		1							
39										
41		1		1						
43	1									
45			1							
47										
49	1			1						

En mettant correctement les tores à l'échelle, on obtient le dessin suivant sur lequel apparaissent les décomposants de Goldbach de 98 que sont 19, 31 et 37

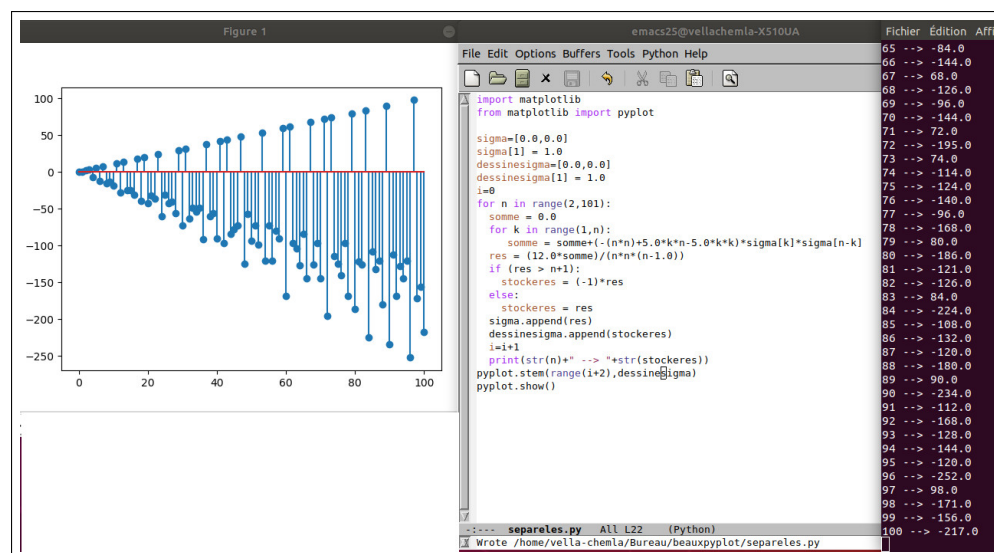


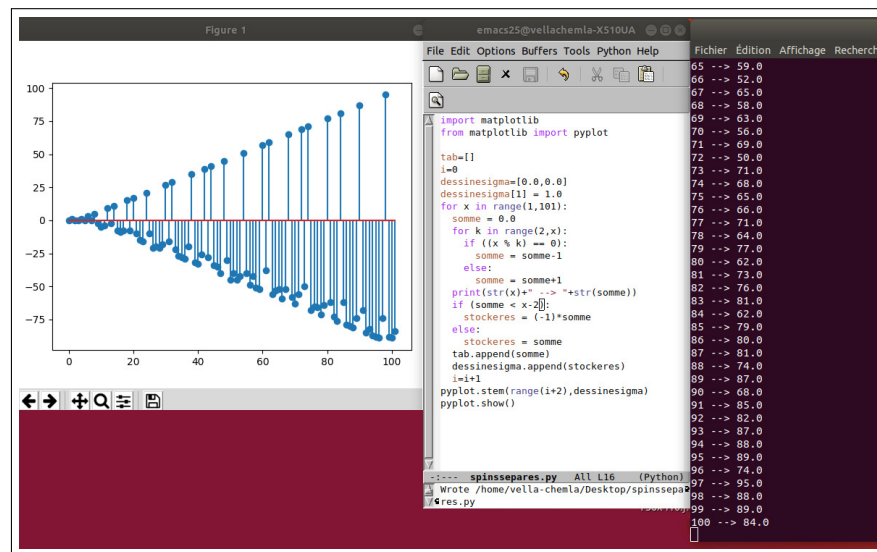
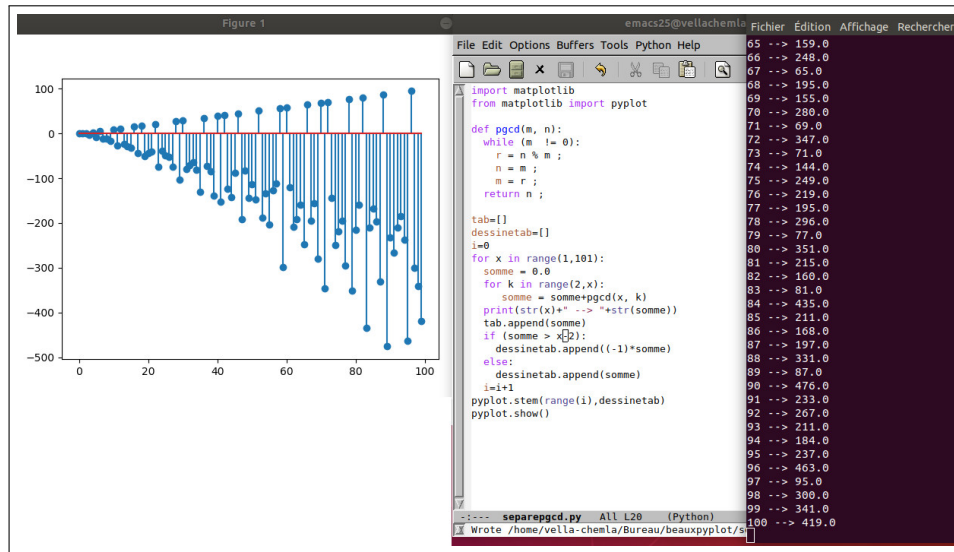
- (ou des guirlandes de Noël à la topologie...)
- 31.12.2018 : Dancing Links pour Conjecture de Goldbach, selon le Christmas tree de Donald Knuth (517) DLpourCG.pdf



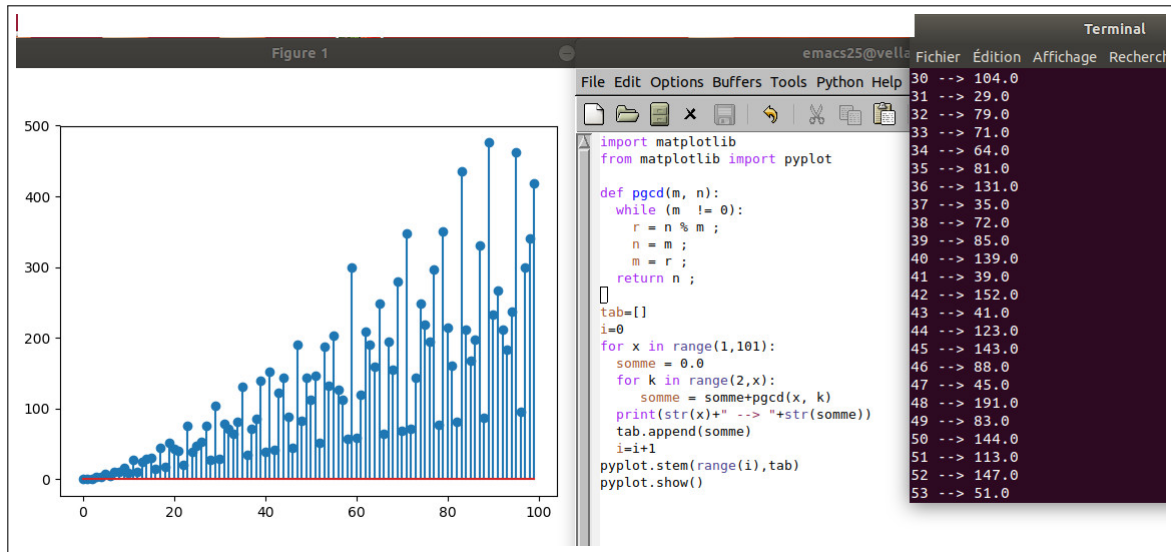
- traductions d'interviews Knuth-Fridman-2021.pdf transc-Knuth-2018.pdf transc-Knuth-2018-p2.pdf transc-Knuth-Innovations.pdf transc-Knuth-2008.pdf transc-Knuth-2011-AQA.pdf transc-Knuth-2001.pdf
- 26.12.2018 : programme de l'équation fonctionnelle vérifiée par $\psi(x)$ qui est
- $2\psi(x) + 1 = (1/\sqrt{x})(2\psi(1/x) + 1)$ (jusqu'à 8, j'adore !) (516) pgmpsieqfonct.pdf respsieqfonct.pdf
- Article de Jacobi en référence de l'équation fonctionnelle Jacobi.pdf

- Référence à Siméon-Denis Poisson et définition de θ_4 Poisson.pdf
- 25.12.2018 : Essayer de calculer par programme les fonctions $\psi(x)$ et $\xi(t)$ de Riemann (515) bonxiR.pdf
- ♥♥ 22.12.2018 : Essayer de comprendre la formule de Riemann (514) posteformuleR.pdf
- 09.12.2018 : Insister sur la somme de cosinus qui associe : (513)
- 0 aux nombres premiers,
- $(p^k - p)/(p - 1)$ aux puissances pures de nombres premiers,
- une somme combinatoire aisée à calculer aux produits de nombres premiers simples dont la factorisation ne contient pas au moins un carré
(ex : $scd(2.03.5) = 2 + 3 + 5 + 2.3 + 2.5 + 3.5$)
un produit récursif aisé à calculer aux nombres
dont la factorisation contient au moins un carré de premier
 $scd(p^k x) = (p + 1)scd(p^{k-1} x)$. sumsumcospy.pdf ressumsumcospy.pdf
- 05.12.2018 : pgcd et matrices (512) pgcd-Euclide-matrices.pdf
- 03.12.2018 : Séparer (511)

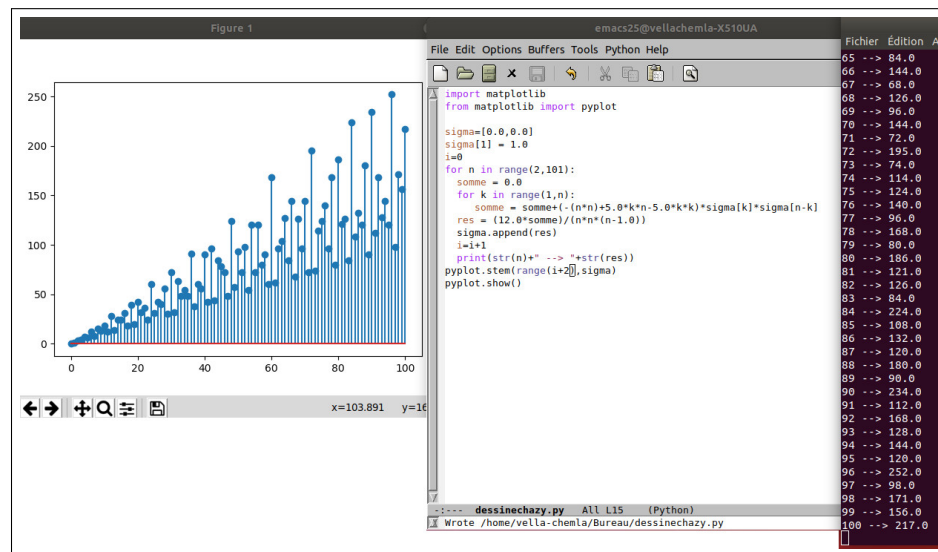




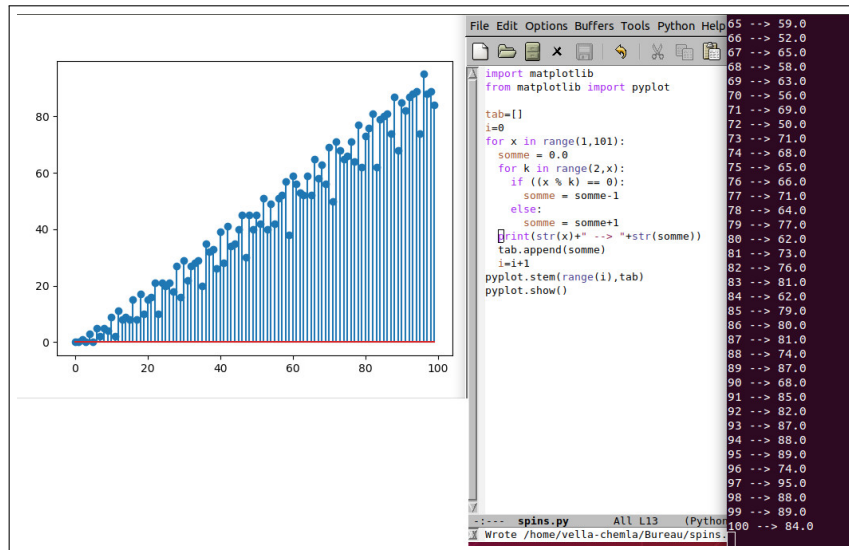
- 02.12.2018 : Calculer pour tout entier n la somme des $pgcd(n, k)$, k allant de 2 à $n - 1$.
- On voit bien les points alignés sur la droite $y = x - 2$ pour les x qui sont des nombres premiers ! (510)



- 02.12.2018 : Somme des diviseurs par formule de récurrence (de Chazy ?). (509)
- On voit bien les points alignés sur la droite $y = x + 1$ pour les x qui sont des nombres premiers !

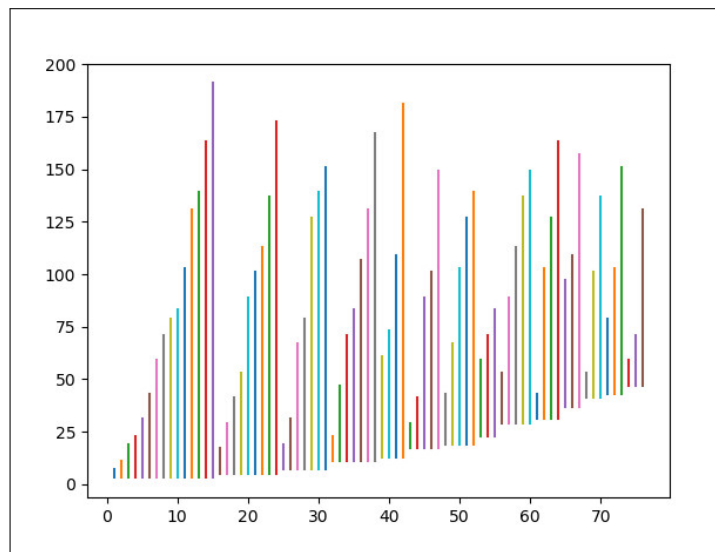
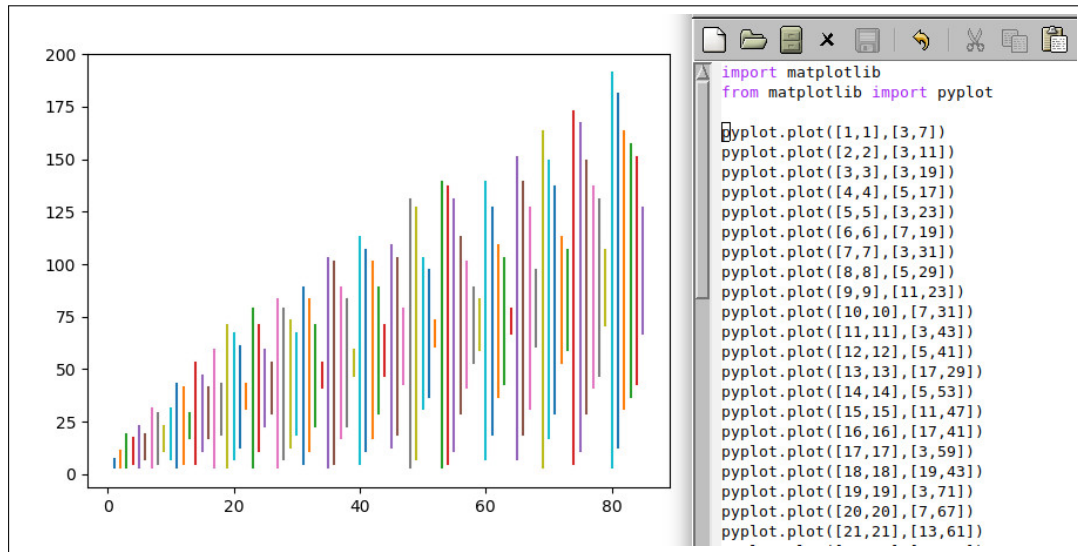


- ♥ 02.12.2018 : Coder le vrai par -1 (somme de booléens divise=-1, ne divise pas = 1) (508) spins.pdf
- On voit bien les points alignés sur la droite (la plus haute) $y=x+1$ pour les x qui sont des nombres premiers !

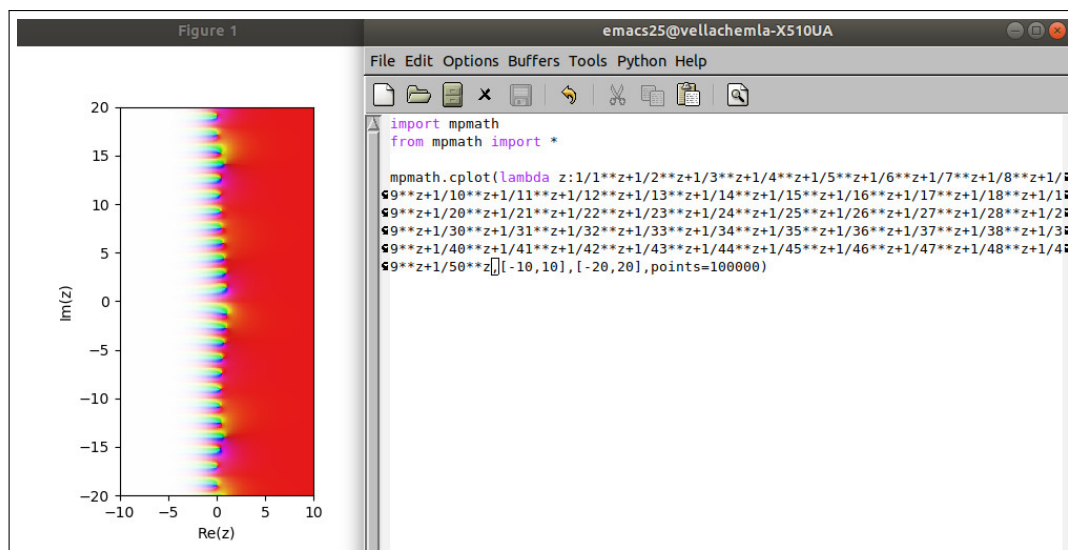
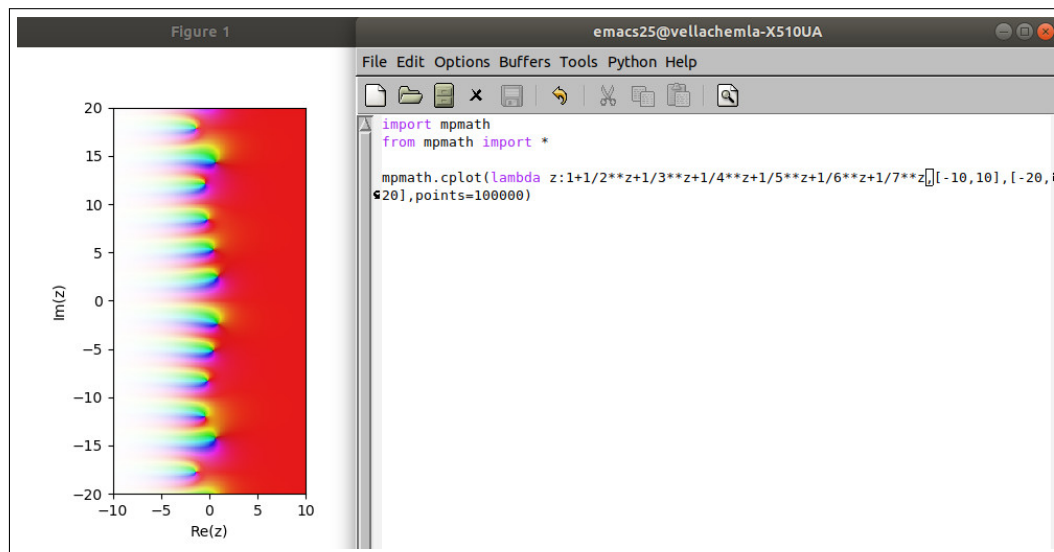
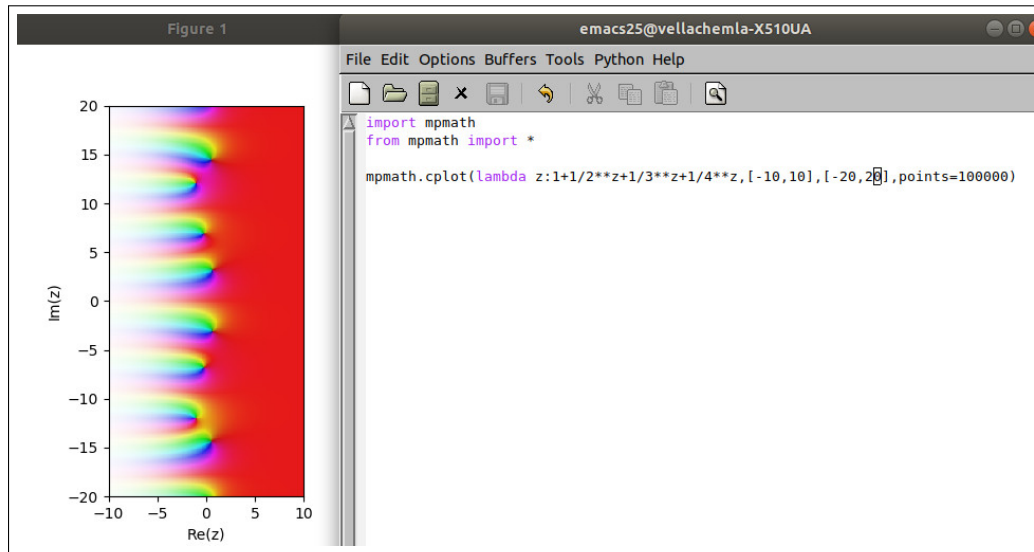


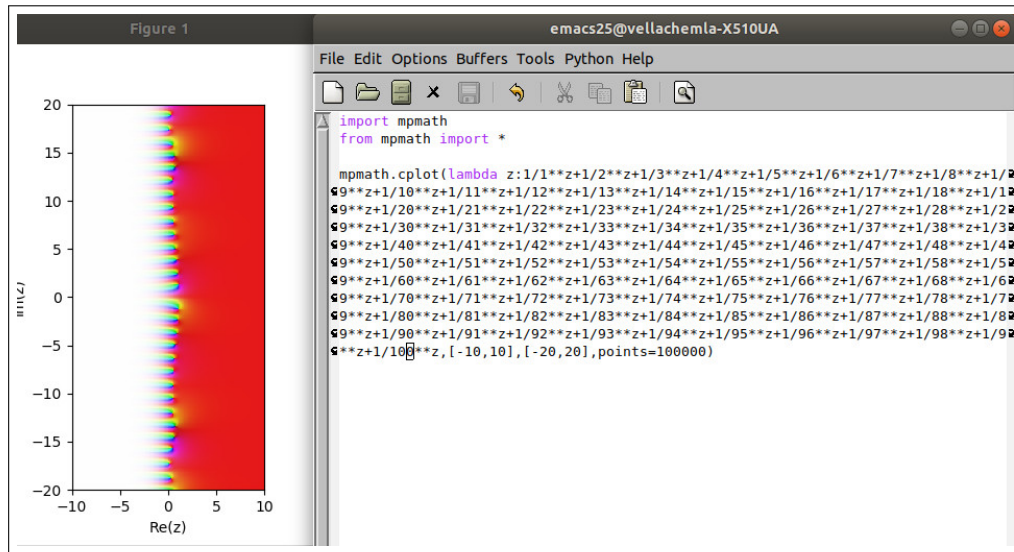
$$\begin{aligned}
 n &= \sum_{1 \leq k \leq n} [\neg(k \mid n)] + \sum_{1 \leq k \leq n} [k \mid n] \\
 s(n) &= \sum_{1 \leq k \leq n} [\neg(k \mid n)] - \sum_{1 \leq k \leq n} [k \mid n] \\
 &= \left(n - \sum_{1 \leq k \leq n} [k \mid n] \right) - \sum_{1 \leq k \leq n} [k \mid n] \\
 &= n - 2d(n)
 \end{aligned}$$

- Explication de Jacques :
- 30.11.2018 : triplets Goldbachiques (507) tripletsGoldbachiques.pdf



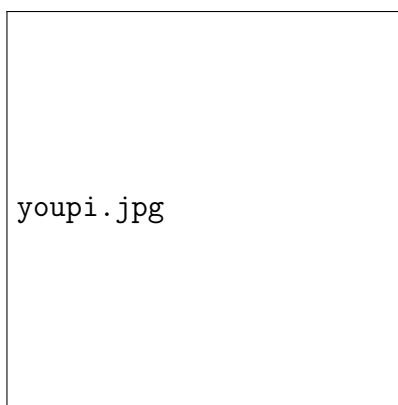
- 06.11.2018 : différence de logarithmes intégrals (506) [diffdelietlisqrt.pdf](#)
- 04.11.2018 : une somme alternée de cosinus tout à fait surprenante (505) [premiers-image-un-demi.pdf](#)
- 04.11.2018 : écarts entre deux nombres premiers consécutifs : distribution (504)
- jusqu'à 10000 jusqu'à 100000 jusqu'à 1000000
- 28.10.2018 : alterner (503) [alternesommecos.pdf](#) [gardeprogcpp.pdf](#)
- 14.10.2018 : Arêtes (502) [aretes.pdf](#)/[font](#)
- 13.10.2018 : multiplier les dendrites (501)





- ♥ 06.10.2018 : On réalise par programme qu'on peut remplacer le signe de l'intégrale définissant $\text{li}(x)$ par un signe somme. (500)
- Explication : la différence entre la somme et l'intégrale est contrôlée car la dérivée de $1/\log(x)$, qui est $-1/(x \log(x)^2)$, est intégrable.
- Il faudrait du coup réussir à comprendre pourquoi Σ de $y = 2$ à $x = \Sigma 1/\ln y$ permet de compter $\pi(x)$ le nombre de nombres premiers inférieurs ou égaux à x .
- La somme des inverses des logarithmes népériens vaut par exemple 78627 pour 106 quand $\pi(x)$ vaut 78498.
- Elle vaut 664 918 pour 107 quand $\pi(x)$ vaut 664 579. [ennuyee.pdf](#) [sommedesunsur-log100000.pdf](#)
- 06.10.2018 : Danses serpentine (499) [serpentine.pdf](#)
- 29.09.2018 : Arbres et chip-firing, that's fun ! (498) [arbre-chip.pdf](#)
- 25.09.2018 : Sommes des lignes d'une matrice et nombres premiers (497) [logged.pdf](#)
- 19.09.2018 : Une fonction de comptage des nombres premiers (496) ainsi qu'une fonction plus simple, jusqu'à la racine fracto.pdf [res-valpadique-fracto.pdf](#) ainsi qu'une fonction plus simple, jusqu'à la racine fractosimple.pdf [resfractosimple.pdf](#) fourvoiemment complet dans cette seconde version : j'ajoute 1 sur les premiers et 0 sur les autres en prenant le floor d'un nombre entre 0 et 1, dur !
- 19.09.2018 : Compter les nombres composés (495) [complementer.pdf](#)
- 02.09.2018 : Peau de tambour (494) [peautambour.pdf](#)
- 01.09.2018 : Vers 1/2 (493) [tendreversundemi.pdf](#)
- 30.08.2018 : petit dessin comme ça (492) [stretching.pdf](#)

- 28.08.2018 : quantifier les nombres premiers (491) quantprem.pdf (en) quantprem-en.pdf
- 27.08.2018 : décomposants de Goldbach sur planche de Galton (490) DGPGalton.pdf (en) DGPGalton-en.pdf
- 25.08.2018 : un nombre $p > 4$ est premier si $(p-1)!/p$ n'est pas un entier. On imagine la courbe dans le plan d'une fonction, qui grimpe à toute vitesse ($f(6) = 120$, $f(8) = 6720$, $f(9) = 40320$, ...), cette courbe ne croise pas la trame reliant les points de coordonnées entières quand l'abscisse d'un point est un nombre premier alors qu'elle le fait lorsque l'abscisse est un nombre composé (ces factorielles me trottent dans la tête depuis mai 2006) (489) factobs.pdf
Des courbes qui grimpent trop vite hyperb-facto.pdf
- Rappel :
un nombre premier apparaît à l'exposant 1 dans la factorisation de sa propre factorielle ;
un nombre premier ne divise pas la factorielle de l'entier qui le précède, le quotient $(p-1)!/p$ n'est jamais entier (à relier au théorème de Wilson) ;
un nombre composé apparaît au moins au carré dans la factorisation de sa propre factorielle ;
un nombre composé divise la factorielle de l'entier qui le précède.
- 20.08.2018 : Conjecture de Goldbach, chip-firing game, matrices 2x2 et descente infinie (488) chip-firing-doublons.pdf reschip.pdf



- 19.08.2018 : Conjecture de Goldbach et chip-firing games (487) chip-firing-gb.pdf
- 18.08.2018 : Hyperboloïde à une nappe (486) hyperbeau.pdf
- ♥ 17.08.2018 : Memo pour les puissances 10ièmes (485) memo-puiss10.pdf
- 14.08.2018 : L'été, revenir à des calculs simples (484) ete2018.pdf

Pour voir si un autre élément permettrait de caractériser les nombres premiers, on calcule par programme dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ pour n pair le produit des $n/2$ nombres compris entre 1 et $n/2$, $k(n) = \prod_{x=1}^{n/2} x \pmod{n}$.

$k(n)$ est nul pour les nombres pairs. Voyons dans le tableau ci-dessous sa valeur pour les nombres impairs.

n	$k(n)$	n	$k(n)$	n	$k(n)$	n	$k(n)$	n	$k(n)$
$k(1)$	1	$k(21)$	0	$k(41)$	9	$k(61)$	11	$k(81)$	0
$k(3)$	1	$k(23)$	1	$k(43)$	42	$k(63)$	0	$k(83)$	1
$k(5)$	2	$k(25)$	0	$k(45)$	0	$k(65)$	0	$k(85)$	0
$k(7)$	6	$k(27)$	0	$k(47)$	46	$k(67)$	66	$k(87)$	0
$k(9)$	6	$k(29)$	12	$k(49)$	0	$k(69)$	0	$k(89)$	34
$k(11)$	10	$k(31)$	1	$k(51)$	0	$k(71)$	1	$k(91)$	0
$k(13)$	5	$k(33)$	0	$k(53)$	23	$k(73)$	27	$k(93)$	0
$k(15)$	0	$k(35)$	0	$k(55)$	0	$k(75)$	0	$k(95)$	0
$k(17)$	13	$k(37)$	31	$k(57)$	0	$k(77)$	0	$k(97)$	22
$k(19)$	18	$k(39)$	0	$k(59)$	1	$k(79)$	78	$k(99)$	0

Cette “moitié de factorielle”^[1] de n est non-nulle pour les nombres premiers (sauf les nombres 1 et 9^[2]) tandis qu'elle est nulle pour les nombres composés.

Elle est égale à 1 ou $p-1$ pour les premiers $4k+3$ et à un nombre différent de 1 ou $p-1$ pour les premiers $4k+1$.

- ♥ 09.08.2018 : Souvenir : SNURPF, exemple (483) snurpf-exemple.pdf
- 09.08.2018 : Par hasard ? (482) tabdg.pdf
- 07.08.2018 : Deviendrons-nous tous des produits ? (481) produits.pdf
- On constate par programme jusqu'à 106 qu'il existe toujours une décomposition de Goldbach $p+q$ de n un nombre pair non double de premier pour laquelle on trouve r nombre premier avec $p^2+r=0$ dans $/n$. (480)
- 01.08.2018 : Vouloir connaître leurs structures (479) tentechiffre.pdf aout2018.pdf
- 28.07.2018 : Nouvelle idée (478) jui281828.pdf
- 21.07.2018 : solde de tout compte (477) jui2018.pdf
- 12.07.2018 : palindromes (476) palindromes.pdf

Palindromes (Denise Vella-Chenda, 12.7.2018)

On note d'une manière les liens entre les sommes de deux impairs.

6	3+3
8	3+5
10	3+7 5+5
12	3+9 5+7
14	3+11 5+9 7+7
16	3+13 5+11 7+9
18	3+15 5+13 7+11
20	3+17 5+15 7+13
22	3+19 5+17 7+15 11+11
24	3+21 5+19 7+17 11+13
26	3+23 5+21 7+19 11+15 13+13

On compte les décompositions en les regroupant selon leur plus grand sommant (le second de la décomposition). Par exemple, parmi les décompositions des nombres pairs jusqu'à 18, on voit dans la ligne de 18 qu'une seule décomposition a 3 comme second sommant (3+3), 2 décompositions ont 5 comme second sommant (3+5 et 5+5), 3 décompositions ont 7 comme second sommant (3+7, 5+7 et 7+7), 3 décompositions ont 9 comme second sommant (3+9, 5+9 et 7+9), 3 décompositions ont 11 comme second sommant (3+11, 5+11 et 7+11), 2 décompositions ont 13 comme second sommant (3+13 et 5+13), et enfin, une seule décomposition a 15 comme second sommant (3+15).

6	1
8	1
10	1 2 1
12	1 2 2 1
14	1 2 3 2 1
16	1 2 3 3 2 1
18	1 2 3 3 3 2 1
20	1 2 3 3 3 3 2 1
22	1 2 3 3 4 3 3 2 1
24	1 2 3 3 4 4 3 3 2 1
26	1 2 3 3 4 5 4 3 3 2 1

Notons l'ensemble $G(n) = \{a+b \text{ tels que } a \text{ et } b \text{ sont impairs, } a \text{ est premier et } 3 \leq a \leq n/2 \text{ et } 6 \leq a+b \leq n\}$. Appelons f_n la bijection de $G(n)$ dans $G(n)$ telle que $f_n(a+b) = a+b$ si et seulement si $b_1+b_2=n$. La bijection f_{22} par exemple associe $3+7$ à $3+15$ ou $7+9$ à $7+13$, f_{22} a comme points fixes $3+11$, $5+11$, $7+11$ et $11+11$.

Plus généralement, le nombre de points fixes de f_n est égal à $\pi(n/2)$ si n est un double d'impair et à 0 sinon.

On note la palindromie des comptages horizontaux des décompositions.

- 01.07.2018 : Faire ses comptes (475) comptes.pdf (en) en-comptes.pdf

Faire ses comptes

Denise Vella-Chemala

1^{er} juillet 2018

On cherche à démontrer la conjecture de Goldbach. On définit 2 variables ainsi :

$$X_n(n) = \# \{p + q = n \text{ tels que } p \text{ et } q \text{ impairs, } 3 \leq p \leq n/2, p \text{ et } q \text{ premiers}\}$$

$$X_n(n) = \# \{p+q = n \text{ tels que } p \text{ et } q \text{ impairs, } 3 \leq p \leq n/2, p \text{ premier et } q \text{ composé}\}$$

On veut avoir l'assurance que $X_n(n)$ est toujours strictement positif puisque $X_n(n)$ compte les décompositions de Goldbach de n (en somme de deux nombres premiers).

On note

$$\begin{aligned} \text{Credit}(u) &= \sum_{1 \leq x \leq u/2} (\text{BooleanPrime}(x) \wedge \neg \text{BooleanPrime}(u-x) \wedge \text{BooleanPrime}(u+2-x)) \\ \text{Debt}(u) &= \sum_{1 \leq x \leq u/2} (\text{BooleanPrime}(x) \wedge \text{BooleanPrime}(u-x) \wedge \neg \text{BooleanPrime}(u+2-x)) \end{aligned}$$

$$Debit(u) = \sum_{x \in \mathbb{N} \wedge x \leq u} (BooleanPrime(x) \wedge BooleanPrime(u-x) \wedge \neg BooleanPrime(u+2-x))$$

Crédit(*n*) compte le nombre de *c* qui se transforment en *a*, tandis que *Débit*(*n*) compte le nombre de *a* qui se transforment en *c*.

On trouve la relation de

On trouve la relation de récurrence suivante pour $X_n(n)$, très comptable :

$$X_s(n+2) = X_s(n) + \text{Crédit}(n) - \text{Débit}(n) + \text{BooleanPrime}(\frac{n+1}{2})$$

L'ajout du booléen *BooleanPrime*($\frac{n+2}{2}$) assure la positivité stricte de $X_n(n)$ pour tout double de nombre premier, qui vérifie trivialement la conjecture de Goldbach.

Remise en cause triviale de vérification de la conjecture :

Normaliser ces deux inégalités vérification de la conjecture, on souhaite démontrer que $X_n(n)$ est toujours supérieur à $\Delta(n)$. On sait qu' $X_n(n)$ est strictement positif jusqu'à 4.10^{10} (par calcul par ordinateur d'Oliveira e Silva en 2014).

On trouve d'abord ce qui assure la positivité de $X_n(n)$ pour les nombres $n = 6k + 2$.

Les tableaux de valeurs fournis en annexe montrent que pour quasiment tous les $n = 6k + 2$ (notamment du second tableau), on a

$$X_n(n) = \text{Débit}(n) + e(n).$$

$e(n)$ prend soit la valeur 1 (lorsque 3 est un décomposé de n , 1 étant composé, la décomposition $3 + (n-3)$ n'est pas comptabilisée par $Dé(3)(n)$) soit la valeur 0.

On a $\bar{u}_i = \bar{u}_i^* + \bar{u}_i^{\text{res}}$ et $\bar{u}_i^{\text{res}} = \bar{u}_i - \bar{u}_i^* = \bar{u}_i - \bar{u}_i^{\text{res}} - \bar{u}_i^{\text{res}}$. On a donc $\bar{u}_i^{\text{res}} = 0$.

On voit en étudiant les définitions de $\text{Crédit}(n)$ et $\text{Débit}(n)$ que parmi les nombres premiers inférieurs à $n/2$, certains sont comptabilisés dans $\text{Crédit}(n)$ tandis que les autres sont comptabilisés dans $\text{Débit}(n)$ dans la mesure où tous les nombres premiers inférieurs à n se trouvent être abondamment récurrents.

de Goldbach de n . Cet argument assure la positivité stricte de $C_{\text{rédu}}(n)$.

Voyons pourquoi, dans le cas où n est de la forme $6k+2$, $\text{Débit}(n) = X_n(n) - c(n)$: dans un tel cas les nombres premiers de la forme $6k'-1$ ne peuvent être décomposables de Goldbach de n car alors

$n - x = (6k + 2) - (6k' - 1) = 6(k - k') + 3$ est divisible par 3. Les nombres premiers x qui peuvent être des décomposants de Goldbach de n sont alors de la forme $6k' + 1$; ce fait a pour conséquence que

$n + 2 - x = (6k + 4) - (6k' + 1) = 6(k - k') + 3$ est divisible par 3 et est donc comptabilisé dans les débits. Or, si $X_3(n) = \text{Débit}(n) + \varepsilon(n)$, ce qui pourrait entraîner l'annulation de $X_3(n)$ mais l'addition de $\text{Crédit}(n)$ strictement positif permet d'éviter une telle annulation.

3

[illegible]

* voir par exemple une telle écriture en octobre 2007, *Changer l'ordre sur les estuaires pour comprendre le partage des diversifiants* de Goldbach téléchargeable sur le site <http://www.researchgate.net>

Annexe 1a : tableaux de valeurs des variables pour les paires comprises entre 0 et 100

n	$X_n(n)$	Credit	Debit	Balance(Primes) (n^2)
1	1	0	0	
8	1	0	0	1
10	2	0	1	
12	1	1	1	1
14	2	1	1	
16	2	1	1	
18	2	1	1	
20	2	1	1	1
22	3	1	1	
24	3	1	2	1
26	3	2	2	
28	2	2	1	
30	3	1	2	
32	2	2	1	1
34	4	2	2	
36	4	0	3	1
38	2	3	2	
40	3	3	2	
42	3	3	2	
44	3	2	2	1
46	4	3	3	
48	5	3	3	
50	4	3	4	
52	3	3	1	
54	5	2	4	
56	3	3	3	1
58	4	4	2	
60	6	1	5	1
62	3	4	2	
64	5	4	3	
66	6	1	5	
68	2	5	2	
70	5	4	3	
72	6	2	4	1
74	5	4	4	
76	5	5	3	
78	7	1	4	
80	4	4	4	1
82	5	5	2	
84	8	1	7	1
86	5	4	5	
88	4	7	2	
90	9	2	7	
92	4	5	4	1
94	5	8	4	
96	7	2	6	
98	3	8	3	
100	6	6	1	

3

Annexe 1b : tableaux de valeurs des variables pour les paires comprises entre 99 900 et 100 000

n	$X_n(n)$	Credit	Debit	Balance(Primes) (n^2)
99940	1053	715	1448	
99942	1084	731	084	
99944	731	1053	377	
99946	1287	566	1081	
99948	622	824	622	
99950	824	1087	633	
99952	1288	484	1376	1
99954	107	647	307	
99956	617	1435	452	
99958	1600	541	1352	
99960	790	601	790	
99962	601	1212	804	
99964	1340	540	1234	
99966	438	586	630	
99968	586	1424	420	
99970	1500	530	1303	
99972	745	630	745	
99974	430	1147	506	
99976	1429	467	1309	
99978	467	830	367	
99980	459	1013	673	
99982	1091	541	1044	
99984	470	835	676	
99986	835	1019	665	
99988	1340	630	1300	
99990	610	615	610	
99992	613	1040	548	
99994	1194	594	1083	
99996	605	660	605	
99998	660	1612	399	
99999	2083	251	1833	
99999	618	666	618	
99999	608	1111	807	
99999	1222	565	1079	
99999	708	960	708	
99999	940	1009	719	
99999	1300	587	1043	
99999	738	601	738	
99999	601	1140	477	
99999	1204	620	1063	
99999	601	667	601	1
99999	608	1092	464	
99999	1214	475	1069	
99999	603	736	603	1
99999	736	1196	477	
99999	1455	425	1442	
99999	630	667		
99999	631	1163	511	
99999	1303	428	1177	1
99999	605	840	605	
100000	610	1213	600	

4

Annexe 2 : les règles de réécriture qui permettent de passer d'un doublet de lettres du mot de n à la lettre sous la lettre de droite du mot de n + 2.

$aa \rightarrow a$	$ba \rightarrow b$	$ca \rightarrow c$	$da \rightarrow c$
$ab \rightarrow b$	$bb \rightarrow b$	$cb \rightarrow d$	$db \rightarrow d$
$ac \rightarrow b$	$bc \rightarrow b$	$cd \rightarrow c$	$dc \rightarrow c$
$ad \rightarrow b$	$bd \rightarrow b$	$ed \rightarrow d$	$fd \rightarrow d$

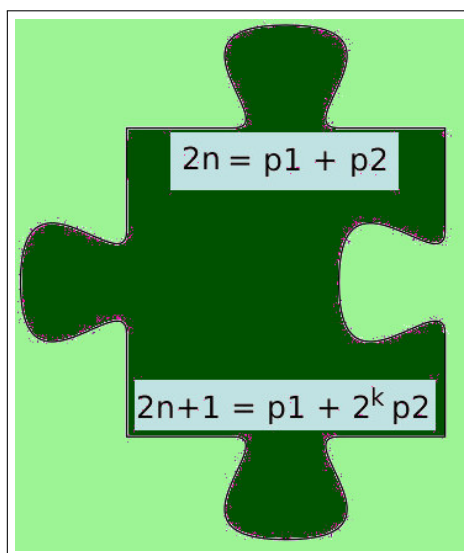
Annexe 3 : certains des mots associés aux nombres pairs de 4 à 100 (ne sont fournis que les lettres associées aux diviseurs de petit moment premier).

a	4	2+2
aa	10	2+3+5
aaa	14	2+3+3+5
aaaa	16	2+3+3+3+5
aaaaa	18	2+3+3+3+3+5
aaaaaa	20	2+2+2+3+3+5
aaaaaa	21	3+3+3+3+3+3
aaaaaa	22	2+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	24	2+2+2+2+3+3+3
aaaaaa	26	2+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	28	2+2+2+2+2+3+3+3
aaaaaa	30	2+2+2+3+3+3+3+3
aaaaaa	32	2+2+2+2+2+2+3+3
aaaaaa	34	2+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	36	2+2+2+2+2+2+2+3+3
aaaaaa	38	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	40	2+2+2+2+2+2+2+2+3+3
aaaaaa	42	2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	44	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	46	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	48	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	50	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	52	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	54	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	56	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	58	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	60	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	62	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	64	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	66	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	68	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	70	2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+3
aaaaaa	72	2+3
aaaaaa	74	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	76	2+3
aaaaaa	78	2+3
aaaaaa	80	2+3
aaaaaa	82	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	84	2+3
aaaaaa	86	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	88	2+3
aaaaaa	90	2+3
aaaaaa	92	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	94	2+3
aaaaaa	96	2+3
aaaaaa	98	2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3
aaaaaa	100	2+3

5

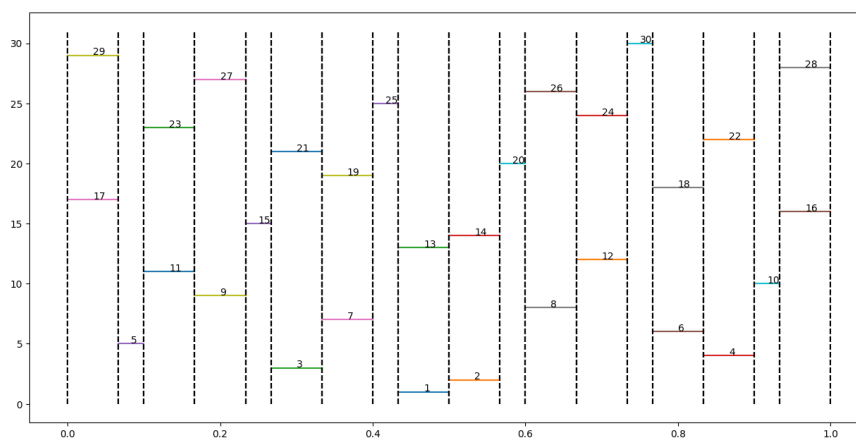
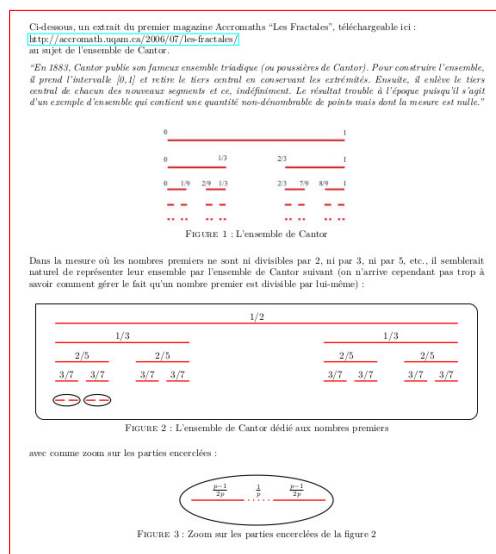
a	6	3 + 3
a	8	3 + 5
aa	10	3 + 7
aaa	12	5 + 7
aaaa	14	3 + 11
aaaaa	16	5 + 11
aaaaaa	18	5 + 13
aaaaaaa	20	3 + 17
aaaaaaaa	22	3 + 19
aaaaaaaaa	24	5 + 17
aaaaaaaaaa	26	5 + 19
aaaaaaaaaaa	28	3 + 23
aaaaaaaaaaaa	30	5 + 23
aaaaaaaaaaaaa	32	5 + 29
aaaaaaaaaaaaaa	34	3 + 31
aaaaaaaaaaaaaaa	36	5 + 31
aaaaaaaaaaaaaaaa	38	7 + 31
aaaaaaaaaaaaaaaaa	40	3 + 37
aaaaaaaaaaaaaaaaaa	42	5 + 37
aaaaaaaaaaaaaaaaaaa	44	3 + 41
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	46	3 + 43
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	48	5 + 43
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	50	3 + 47
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	52	5 + 47
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	54	7 + 47
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	56	3 + 53
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	58	5 + 53
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	60	7 + 53
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	62	3 + 59
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	64	5 + 61
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	66	5 + 61
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	68	7 + 61
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	70	3 + 67
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	72	5 + 67
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	74	7 + 71
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	76	3 + 73
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	78	5 + 73
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	80	7 + 73
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	82	3 + 79
aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa	84	5 + 79
aa	86	3 + 83
aaa	88	5 + 83
aa	90	7 + 83
aaa	92	3 + 89
aa	94	5 + 89
aaa	96	7 + 89
aa	98	13 + 83
aaa	100	3 + 97

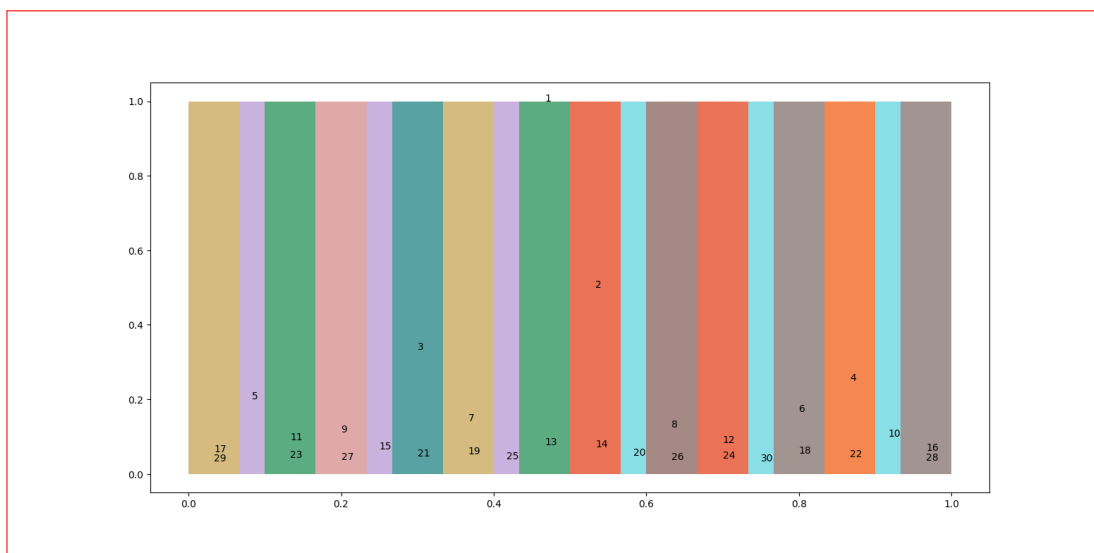
- 30.06.2018 : Proposition de démonstration de la conjecture de Goldbach (474) croitroupa.pdf (en) en-croitroupa.pdf
- 29.06.2018 : Croît (473) croitroupa.pdf
- 29.06.2018 : Préciser (472) dimmax.pdf
- 24.06.2018 : Error (471) errare.pdf
- 23.06.2018 : Je dois corriger encore plus : un bête petit d qui se transforme en a et c'est la catastrophe. (470) oheba-rectif.pdf
- 23.06.2018 : Je dois corriger : en fait, la note ne fait que démontrer le fait suivant, peut-être ; si un ensemble de nombres vérifient la conjecture, alors vérifient également la conjecture les doubles de ces nombres, et du coup, les doubles de leur double, et les doubles des doubles de leur double, etc. (469)
- On sait que Goldbach est vraie pour tous les pairs jusqu'à 04.1018 (test sur ordinateur d'Oliveira e Silva en 2014), appelons l'un d'entre eux n , je crois avoir démontré que CG est vraie pour tout $2^k n$. Suite au prochain épisode, j'espère, mais ça me paraît peu probable car autant par le passage d'un nombre simple à son double, ce qui est pratique, c'est que les petits et les grands sommants des décompositions de Goldbach du nombre simple devenant tous des petits sommants des décompositions du nombre double, on arrive à avoir des relations entre les nombres de décompositions, autant lorsqu'on prend un multiple du simple par k (ou p premier idéalement, ça doit être plus judicieux), je ne sais pas si on peut obtenir de telles relations.
- 03.06.2018 : petites expérimentations autour de ζ (468) zetay.pdf Z2.pdf Z3.pdf
- 02.06.2019 : Conjecture de Goldbach et les impairs (467) etlesimpairs.pdf



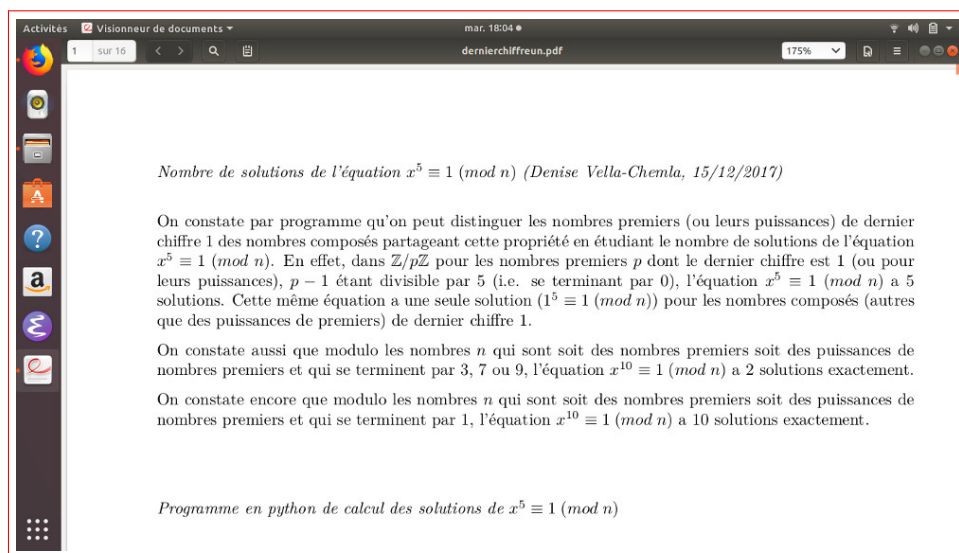
- 02.06.2018 : sommes de cosinus, polynômes de Tchebychev, annulation de polynômes sur le disque-unité complexe... (466) [sommecosTJ.pdf](#)
- 29.05.2018 : d'où viennent les idées ? (465) [secrire.pdf](#)
- 12.05.2018 : des hauts et des bas (464) [oheba.pdf](#) (en) [oheba-en.pdf](#)
- 12.05.2018 : Comprendre ce que l'on n'avait pas compris (463) [subsidaire.pdf](#)
- 08.05.2018 : hier, Alain Connes m'a envoyé un petit texte qui explique où il a l'impression que mon raisonnement pêche. (462)
Je pense que si on a toujours $X_d(n) - X_a(n) = n/4 - \pi(n)$ et qu'à partir d'un certain rang, $X_d(n) > n/4 - \pi(n)$, alors $X_a(n)$ sera toujours supérieur ou égal à 1 à partir du rang en question. L'exercice subsidiaire visait à fournir une explication intuitive du fait qu'à partir d'un certain rang, $X_d(n) > n/4 - \pi(n)$. [acdn.pdf](#)
Programme python correspondant au petit texte et son résultat [pgm-etsiintersectionvide.pdf](#)
[res-pgm-et-si.pdf](#)
Comme on peut le constater, bien que de différence quasi-constante, $X_a(n)$ et $X_d(n)$ subissent de sacrées variations d'un pair au suivant.
Un jeu d'images pour étayer les réflexions [las.pdf](#)
- 26.04.2018 : Quel ordre ? (correction de calculs) (461) [quelordre.pdf](#)
- 07.04.2018 : Article factice généré avec Mathgen (460) [dcomona.pdf](#)
- 07.04.2018 : Des tours et des détours (459) [nbtours.pdf](#)
- 02.04.2018 : Aujourd'hui, j'ai découvert une (presque-on-m-a-dit-)égalité qui m'épate, elle est peut-être déjà connue : (458)
- $e((- \ln 3)/2)$.
- où e est la constante d'Euler-Mascheroni [bellepresquegalite.pdf](#)

- 01.04.2018 : Couleur (457) couleur.pdf
- 18.03.2018 : Nombres orthogonaux (456) orthogon.pdf
- 17.03.2018 : Différences de nombres orthogonaux (455) orthogonaux.pdf
- 09.03.2018 : Moyenne des parties fractionnaires des parties réelles des zéros de zêta (454) tresmoyenne.pdf
- 07.03.2018 : Fonctions en dents-de-scie (453) dents-de-scie.pdf
- ♦ 02.03.2018 : Courbe de Hilbert en python-Logo (452) Courbe-de-Hilbert-en-Logo.pdf
mars 2024 : pour Olivier, la traduction par Google de l'article de Hilbert présentant sa courbe trad-Hilbert-Courbe.pdf
- ♥ 25.02.2018 : Faire le point (451) fairelepoint.pdf avril 2025 : prolonger un peu cela pgm-essai-spe.pdf

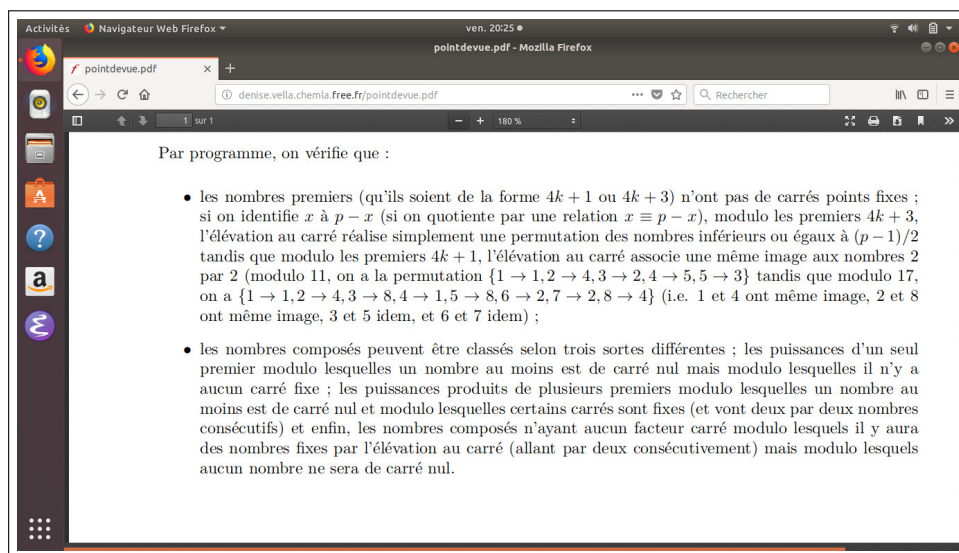




- 21.02.2018 : Littéralement (450) litterale.pdf
- 03.01.2018 : Cantique des nombres premiers (449) cantiquenp.pdf
- 02.01.2018 : Pollen (448) pollen.pdf
- 02.01.2018 : Moins surprenant le 2 janvier que le nouvel an (447) surprenouvelan.pdf
- 26.12.2017 : Tout juste réalisé ; 2 et 5 partagent une propriété, ils sont les deux seuls nombres tels que tout autre nombre ayant même dernier chiffre qu'eux est composé. (446)
- 24.12.2017 : Recherches arithmétiques de Gauss, sections 121, 122 et 123. CFG5.pdf
- ♥ 23.12.2017 : tentative d'explication des conjectures (445) racinesdixiemesde1.pdf
- ♥ 20.12.2017 : Conjectures : (444)
 - un nombre n qui se termine par 1 est un nombre premier ou une puissance d'un nombre premier si et seulement si l'équation modulaire $x^{10} = 1 \pmod{n}$ a exactement 10 solutions.
 - un nombre n qui se termine par 3, 7 ou 9 est un nombre premier ou une puissance d'un nombre premier si et seulement si l'équation modulaire $x^{10} = 1 \pmod{n}$ a exactement 2 solutions.
- ♥ 18.12.2017 : Nombre de solutions de l'équation $x^5 = 1 \pmod{n}$ avec n de dernier chiffre 1. (443) dernierchiffreun.pdf



- 16.12.2017 : Lien entre le nombre de racines quatrièmes de 1 modulo n et le nombre de nombres premiers de la factorisation de n impair de chaque type $(4k + 1$ ou $4k + 3)$. (442) biquad.pdf
- 15.12.2017 : Compter les racines quatrièmes de 1 (441) biquad.pdf
- 05.12.2017 : Compter les racines de 1 modulo n pour trouver le nombre de nombres premiers de la factorisation de n , un nombre impair. (440) dexplic.pdf correction daexplic.pdf ressexpython.pdf
- Dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, n impair, 1 a 2^k racines carrées, avec k le nombre de nombres premiers différents intervenant dans la factorisation de n .
- 03.12.2017 : j'avais mal énoncé la conjecture que voici, et on m'en a donné la démonstration : "le nombre de solutions de l'équation $x^2 = x \pmod{n}$, pour n impair est égal à 2^k avec k le nombre de facteurs premiers de la décomposition de n ." (439) aexplic.pdf dpgm.pdf resdpqm.pdf a-pgm-en-py.pdf res-a-pgm-en-py.pdf
- ♥♥ 29.11.2017 : à chaque primorielle, le nombre de points fixes augmente d'une puissance de 2. (438) primomagic.pdfprimomagic.pdf
- 29.11.2017 : Carrés fixes, carrés nuls (437) pointdevue.pdf fixette-jeudi30112017soir.pdf resfixette-jeudi30112017soir.pdf



```

2005 :
401*1.5*1.
400->en haut (79) 400
401->en bas (80) 401

2007 :
223*1.3*2.
609 de carré nul.
891->en haut (395) 891
892->en bas (396) 892

2009 :
41*1.7*2.
245->en haut (29) 245
246->en bas (30) 246
287 de carré nul.
574 de carré nul.
861 de carré nul.

2011 :
2011*1.

2013 :
61*1.11*1.3*1.
549->en haut (149) 549
550->en bas (150) 550
671->en haut (223) 671
672->en bas (224) 672
792->en haut (311) 792
793->en bas (312) 793

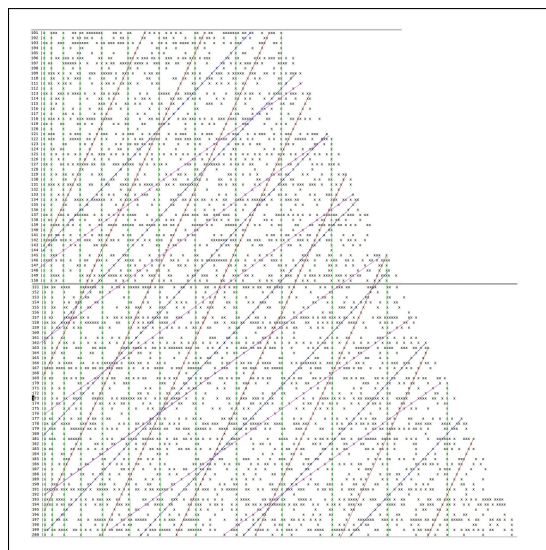
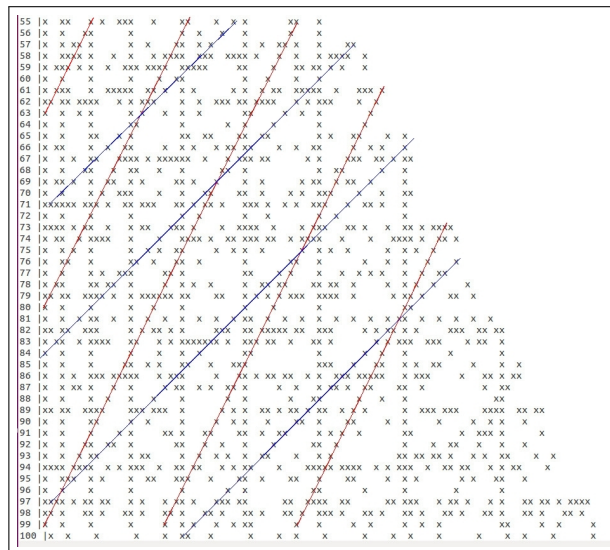
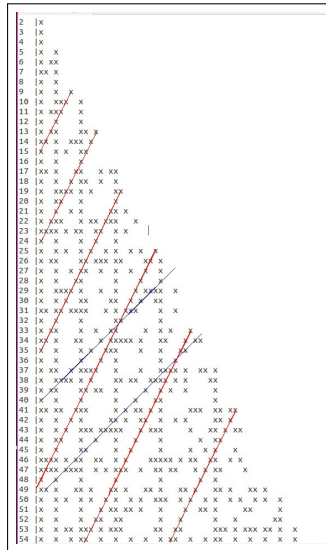
2015 :
31*1.13*1.5*1.
155->en haut (11) 155
156->en bas (12) 156
650->en haut (209) 650
651->en bas (210) 651
805->en haut (321) 805
806->en bas (322) 806

2017 :
2017*1.

2019 :
673*1.3*1.
672->en haut (223) 672
673->en bas (224) 673

```

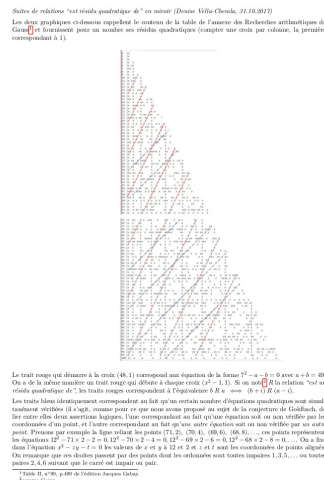
- 25.11.2017 : Diagrammes (436) jourg.pdf
- 22.11.2017 : Tautologies (435) tautologies.pdf
- 16.11.2017 : Motifs rythmiques (434) rythmes5bip.pdf montre400-500.pdf
- 10.11.2017 : alignements dans la table “est un résidu quadratique de” (les nombres premiers, c’est connu, maximise le nombre de résidus quadratiques, i.e. correspondent à des lignes horizontales à forte densité de points) (433)



- 9.11.2017 : Tiens, c'est marrant ! (432) [treschouette.pdf](#) [restreschouette.pdf](#) Il suffisait d'aller jusqu'à 100 000 barreaux1par1.pdf [resbarreaux1par1.pdf](#) [leszerospourj.pdf](#) Il suffisait d'aller jusqu'à 100 000

[illegible]

- 8.11.2017 : la table “est un résidu quadratique de” de Gauss (apériodicité qui engendre de la périodicité) (431) explicRQtraits.pdf



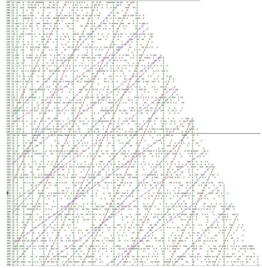
Il faut insister sur le fait que chaque croix représente une assertion logique contenant deux quantificateurs existentiels. Par exemple, les 3 points (71, 2), (76, 4) et (80, 4) représentent les 3 assertions logiques :

- $\exists x_1, 1 \leq x_1 \leq 71, \exists y_1, 1 \leq y_1 \leq 71$, tels que $x_1^2 - 71y_1 - 2 = 0$ (que l'on peut écrire $x_1^2 \equiv 2 \pmod{71}$) ;
- $\exists x_2, 1 \leq x_2 \leq 76, \exists y_2, 1 \leq y_2 \leq 76$, tels que $x_2^2 - 76y_2 - 4 = 0$ (que l'on peut écrire $x_2^2 \equiv 4 \pmod{76}$) ;
- $\exists x_3, 1 \leq x_3 \leq 80, \exists y_3, 1 \leq y_3 \leq 80$, tels que $x_3^2 - 80y_3 - 6 = 0$ (que l'on peut écrire $x_3^2 \equiv 6 \pmod{80}$) ;

Ces trois assertions sont simultanément vérifiées par $x_1 = x_2 = x_3 = 12$ et $y_1 = y_2 = y_3 = 2$.

Le nombre de résidus quadratiques d'un nombre premier p est égal à $\frac{p-1}{2}$, c'est un fait démontré par Gauss. On peut utiliser les résultats présentés ici à ce fait en distinguant les deux sortes de nombres premiers :

- pour un nombre premier p de la forme $4k+1$, il y a autant de couples (x, y) de solution $xy \equiv -1 \pmod{p}$ que de résidus quadratiques de p (i.e. $2k-1 = \frac{p-1}{2}$) ; chacun des couples en question contient un résidu quadratique et un non-résidu quadratique ;
- pour un nombre premier p de la forme $4k+3$, si on note r le nombre de résidus quadratiques de p (égal à $\frac{p-1}{2}$), alors il n'existe pas de couple (x, y) de produit $xy \equiv -1 \pmod{p}$ (i.e. $\frac{p-1}{2}$) ; deux résidus quadratiques sont équirépartiment de carré congrus à $-1 \pmod{p}$ tandis que les autres couples de produit -1 font intervenir deux résidus quadratiques distincts.



En fixant 2 variables sur 4 dans les équations de la forme $x^2 - xy - f = 0$, on explore les droites de pente 1, 2 ou 3 qui apparaissent sur la table de répartition quadratique de Gauss pour les modules congrus entre 500.

et 200. On pourrait, de la même manière qu'on cherche des droites, chercher des points à coordonnées entières appartenant à certaines courbes : ce n'est pas simple, ce sont les liens que les points établissent entre 4 variables, pour ne pas mentionner la réductibilité quadratique.

On voit clairement par les concentrations horizontales de points, le fait que les nombres premiers maximisent le nombre de résidus quadratiques (un nombre premier p a $\frac{p-1}{2}$ résidus quadratiques).

- 6.11.2017 : Racines de -1 et primalité (430) racinesdemoinsun.pdf
- 5.11.2017 : Causer ou ne pas causer (429) causette.pdf
- 2.11.2017 : Simplicité : compter les produits valant -1 . (428)

Nombre de solutions de l'équation $xy = -1$ dans les corps premiers (Denise Vella-Cherida, 31.10.2017)

On vérifie par programmation que dans un corps premier $\mathbb{F}_p$, le nombre de couples (x, y) solutions de l'équation $xy = -1$ (mod p) avec x différent de y est égal à $\frac{p-1}{2}$ si p est de la forme $4k+3$ et à $\frac{p-3}{2}$ si p est de la forme $4k+1$; dans ce second cas, deux nombres sont inclues de -1 .

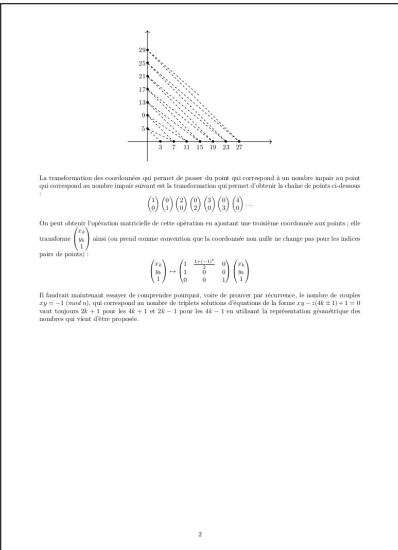
Donnons deux exemples :

- pour $p = 13$ de la forme $4k+1$, les couples dont le produit est égal à -1 sont les couples $(1, 12), (2, 6), (3, 4), (7, 11), (8, 10)$ et les racines carrées de -1 sont 5 et 8. Il y a bien 5 couples de nombres différents avec 5 = $\frac{13-3}{2}$;
- pour $p = 19$ de la forme $4k+3$, les couples dont le produit est égal à -1 sont les couples $(1, 18), (2, 9), (3, 6), (4, 14), (5, 15), (7, 8), (10, 17), (11, 12), (13, 16)$. Il y a bien 9 couples de nombres différents avec 9 = $\frac{19-1}{2}$.

Il est plus simple pour les premiers de la forme $p = 4k+1$ de compter les couples (x, x) avec les autres et de voir les $4k+1$ racines des $4k+1$, cela permet d'écarter les deux cas de la forme précédente : pour les nombres premiers et une racine de la forme $4k+1$, il y a $2k+1$ couples (x, x) solutions à l'équation $xy = -1$ tandis que pour les nombres premiers de la forme $4k+1$, il y a $2k-1$ couples (x, x) solutions à cette équation. (On a bien pour $13 = 4 \times 3 + 1$ un nombre de 7 couples avec $7 = 2 \times 3 + 1$ et pour $19 = 4 \times 5 + 3$ un nombre de 9 couples avec $9 = 2 \times 5 + 1$).

L'équation $xy = -1$, dans le plan cartésien habituel, est l'équation d'une hyperbole toute assimilable à l'hyperbole $y = \frac{1}{x}$; cette dernière se transforme dès l'inverse du logarithme. Elle est simplement dans les décimales et quaternaires qu'on trouve des plus courbes (sans que le cercle de l'inverse du logarithme soit dans les premiers et troisième quaternaires). On peut l'obtenir à partir de l'hyperbole (avec du logarithme par une symétrie verticale ou faire par une courbe logarithmique, ou bien par une rotation d'un quart ou de trois quarts de tours. Ces deux courbes ont toutes deux deux axes de symétrie et elles sont associatives par une rotation d'un demi-tour.

On observe dans le plan complexe. Du fait des égalités $4k+1 = (2\sqrt{k}-1)(2\sqrt{k}+1)$ et $4k+3 = (2\sqrt{k}-1)(2\sqrt{k}+1)$, on décide de représenter les nombres de la forme $4k+1$ par les nombres entiers naturels et les nombres de la forme $4k+3$ par les entiers naturels pairs successifs. Voir cela sur un diagramme, la "matrice" reliant les entiers naturels. On ne voit pas sur le graphique, pour se faire l'idée, les entiers de la forme $4k$, c'est de $2\sqrt{k}$ ou de la forme $4k+2$ c'est de $2\sqrt{k} + \sqrt{2}$.



- $\varphi(n)$ nombres sont solutions de l'équation $xy = -1$ couplesmoins.pdf
- 29.10.2017 : simplifier le guide-chant (427) gammes.pdf avril 2025 gamme12python.pdf

C:\Users\Denise_Vella\Desktop>python decaphonique.py													
440	466	494	523	558	595	622	660	700	740	784	830	880	
440	466	493	523	554	587	622	659	698	739	783	830	880	

- 27.10.2017 : Calcul matriciel pour somme de diviseurs (426) matrices-sommediv.pdf

Matrices pour la somme des diviseurs d'Euler, version simplifiée (Dennis Yafa-Chen, 17.10.2017)

On suppose "voir la primauté" en effectuant un calcul matriciel.

Appelons $M = (m_{ij})$ la matrice infinie d'entiers définie par $M_{ij} = j$ si $j \mid i$ et $M_{ij} = 0$ sinon.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & \dots \\ 1 & 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

Appelons N une matrice infinie dont tous les éléments sont nuls sauf ceux de la première ligne qui valent tous 1.

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

Appelons P une matrice colonne contenant les entiers successifs à partir de 1.

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Alors $M^T N \cdot P$ est une matrice colonne de nombres R_i telle que $R_i = 1$ si et seulement si i est premier et qui est strictement supérieure à 1 sinon (aut $R_i = 0$).

En effet, dans M on coupe plutôt d'obtenir sa première colonne le cumul (la somme) des diviseurs de

1

chaque entier.

$$M^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

Un nombre p étant premier si sa somme des diviseurs vaut $p+1$, la sommation de la colonne d'entiers successifs de la première colonne de M^T qui est nul pour chaque entier la somme de ses diviseurs, permet d'obtenir 1 comme somme des entiers premiers et 0 ou autrement (un nombre composé) tout 1, une somme de diviseurs strictement supérieure à son argument en son de Platon.

$$M^T N \cdot P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Bibliographie

[1] L. Euler, *Démonstration d'une loi générale des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs*, Bibliothèque Impériale 3, 1750, S. 10-31. In : Opera omnia (1) 2, Leipzig, Berlin 1905, S. 100-103 (R. 175).

2

- 27.10.2017 : Spirale infernale (425) spirsuite.pdf
- 17.10.2017 : Pile la moitié ! (424) moitie-pile.pdf coquilles-moitie-pile.pdf

Un nombre premier (appelons le p) symétrise l'opère cardinal de l'ensemble des nombres en établissant des relations particulières et systématiques entre un nombre x et son complémentaire à p ($p-x$). On veut déjà préciser cette symétrie que l'on voit clairement dans les tables de multiplications suivantes, la première étant la table du nombre premier 23 et la seconde étant celle du nombre impair 49.

La table de multiplication de 23 qui présente symétrie les résidus quadratiques et les non-résidus quadratiques :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15
3	3	6	9	12	15	18	21	22	20	17	14	11	8	5	2	21	19	17	15	13	11	9
4	4	8	12	16	20	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11
5	5	10	15	20	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9
6	6	12	18	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7
7	7	14	21	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7
8	8	16	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5
9	9	18	20	20	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9
10	10	20	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5
11	11	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17
12	12	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19
13	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15
14	14	16	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5
15	15	18	21	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7
16	16	22	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3
17	17	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1
18	18	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21
19	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21
20	20	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1
21	21	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21
22	22	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19	17	15	13	11	9	7	5	3	1	21	19

La table de multiplication de 49 qui ne symétrise pas les résidus quadratiques et les non-résidus quadratiques :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																																												
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																																												
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48								
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48												
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48														
6	6	12	18	24	30	36	42	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																
7	7	14	21	28	35	42	49	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																	
8	8	16	24	32	40	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																		
9	9	18	27	36	45	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																		
10	10	20	30	40	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																			
11	11	22	33	44	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48																			
12	12	24	36	48	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25																																											

Tableaux de résidus quadratiques des modules 3 à 31 (Dessiné: Yulia Chernik, 16.8.08)

Module $n = 3$

2
1

Module $n = 5$

4
3
2

Module $n = 7$

6
5
4
3
2

Module $n = 9$

8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 11$

10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 13$

12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 15$

14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 17$

16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 19$

18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 23$

22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

2

Module $n = 23$

22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 25$

24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 27$

26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 29$

28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 31$

30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 33$

32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 35$

34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 37$

36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 39$

38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 41$

40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

2

Module $n = 43$

42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 45$

44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 47$

46
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 49$

48
47
46
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

Module $n = 51$

50
49
48
47
46
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2

2

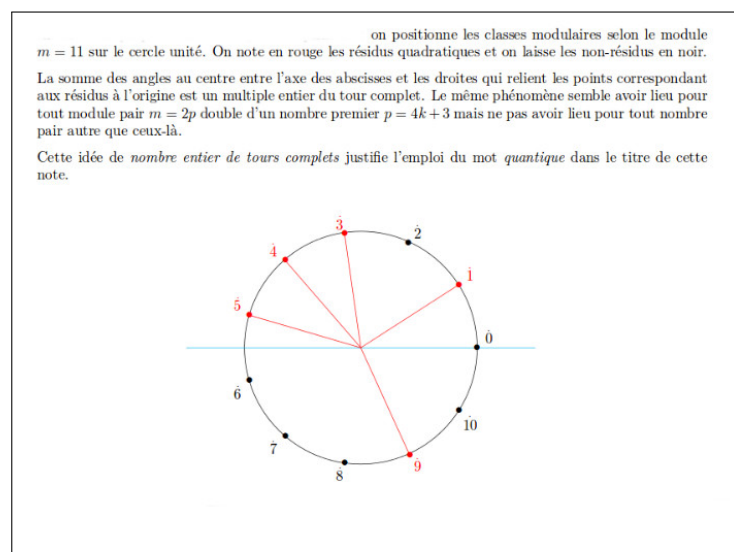
- 19.10.2017 : Continuer à chercher la trace d'un opérateur (423) expo.pdf
- 22.08.2017 : Moyennes des résidus quadratiques et moitiés des nombres (422) moyennemoitie.pdf
- 22.08.2017 : Différence entre les fonctions f et F de l'article de Riemann (421) diff-f-F-BR.pdf
- ♥ 17.08.2017 : Sommes de résidus modulaires (420) sommesresid.pdf sr2.pdf

Résumé

forme de n	sum quadrat.	sum cubic.	sum quintic.
24k	n/12	48k → 0 48k + 24 → n/2	48k → 0 48k + 24 → n/2
24k + 1	0	k ²	
24k + 2	n/2	n/2	n/2
24k + 3	n/3	k ² + 3k + 1	
24k + 4	n/4	48k + 4 → n/4 48k + 28 → 3n/4	48k + 4 → n/4 48k + 28 → 3n/4
24k + 5	0	k ² - k - 1	
24k + 6	n/3	0	0
24k + 7	0	k ²	
24k + 8	3n/4	48k + 32 → 0 48k + 8 → n/2	48k + 32 → 0 48k + 8 → n/2
24k + 9	n/3	k ²	
24k + 10	n/2	n/2	n/2
24k + 11	0	k ² + 3k + 1	
24k + 12	7n/12	48k + 36 → n/4 48k + 12 → 3n/4	48k + 36 → n/4 48k + 12 → 3n/4
24k + 13	0	k ² - k - 1	
24k + 14	0	0	0
24k + 15	n/3	k ²	
24k + 16	3n/4	48k + 40 → n/2 48k + 16 → 0	48k + 40 → n/2 48k + 16 → 0
24k + 17	0	k ²	
24k + 18	5n/6	n/2	n/2
24k + 19	0	k ² + 3k + 1	
24k + 20	n/4	48k + 44 → 3n/4 48k + 20 → n/4	48k + 44 → 3n/4 48k + 20 → n/4
24k + 21	n/3	k ² - k - 1	
24k + 22	0	0	0
24k + 23	0	k ²	0

On voit que les sommes de restes, dans le cas de restes quadratiques, sont toujours linéairement proportionnelles à n, ce qui n'est pas le cas des restes pour les puissances supérieures impaires (quelques calculs pour les puissances biquadratiques montrent qu'il semblerait que la linéarité de la somme des restes adienne pour toutes les sommes de restes des puissances paires).

- 12.08.2017 : géométrie modulaire et quantique (419) carres.pdf



- 12.08.2017 : Valuations p-adiques dans les factorielles (418) valpadiquefacto.pdf

Valuations p -adiques des nombres dans les factorielles (Denise Vella-Chemla, 12.8.2017)

Dans la table suivante, on fournit dans la case (i, j) la valuation i -adique de i dans la factorielle de j (ou $val_i(j!)$, pour $i \geq 2$). On la note $<$ si elle est inférieure à 1, 1 si elle vaut 1 et $>$ si elle est supérieure à 1.

$val_3(4!) = val_3(4.3.2.1) = val_3(2.2.3.2.1) = 1$.

$val_9(6!) = val_9(6.5.4.3.2.1) = val_9(3.2.5.2.2.3.2.1) = 1$.

$val_i(j!)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	<	1	1	>	>	>	>	>	>	>
3	<	<	1	1	1	>	>	>	>	>
4	<	<	<	1	1	1	1	>	>	>
5	<	<	<	<	1	1	1	1	1	>
6	<	<	1	1	1	1	1	1	>	>
7	<	<	<	<	<	1	1	1	1	1
8	<	<	<	1	1	1	1	1	1	1
9	<	<	<	<	<	1	1	1	>	>
10	<	<	<	<	1	1	1	1	1	>

On note que $val_{p^2}((2p)!) = 1$.

On simplifie à l'extrême en n'utilisant que 3 images. On aurait pu utiliser une fonction val' qui aurait associé aux nombres des images rationnelles ; par exemple,

$$val'_9(12!) = val_9(12.11.10.9.8.7.6.5.4.3.2) = val'_9(2.2.3.11.2.5.3.3.2.2.2.7.2.3.5.2.2.3.2) = \frac{5}{2}.$$

Les seuls nombres tels que $val_p(x!) = 1$ sont les nombres premiers.

- 11.08.2017 : Transcription en de wikisources d'Evariste Galois (417) transc-eg1.pdf transc-eg2.pdf transc-eg3.pdf

31),

Le point le plus intéressant est que le théorème de Legendre (page 30, ligne

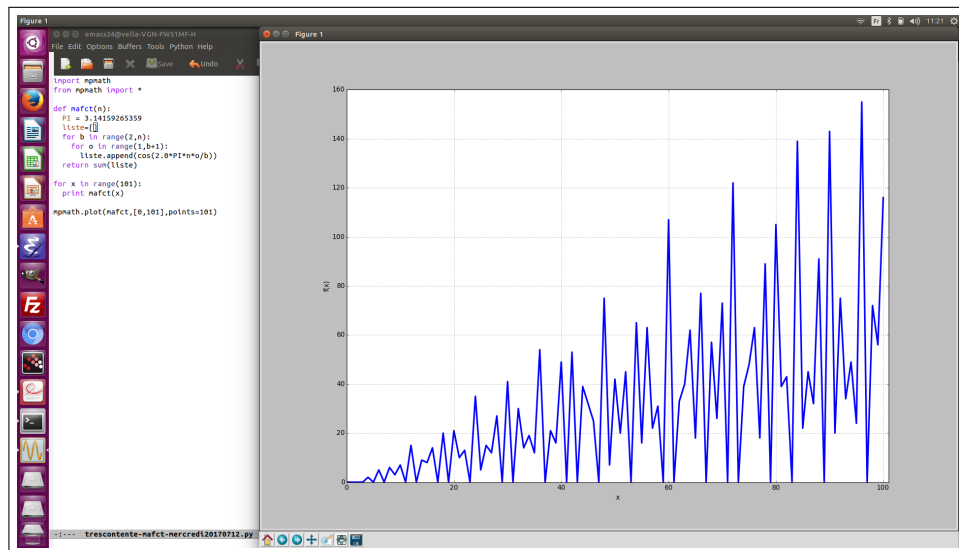
$$FE' + EF' - FF' = \frac{\pi}{2}$$

est écrit par Galois non sous la forme qui précède, mais comme il suit :

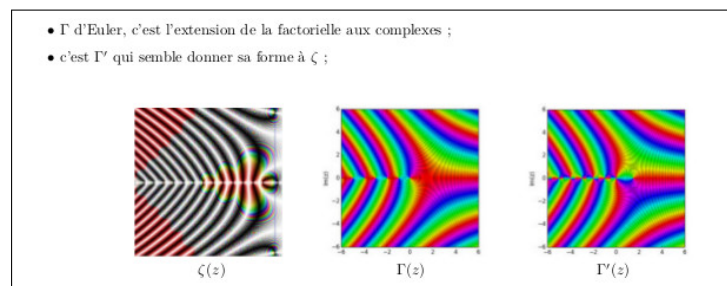
$$E'F'' - E''F' = \frac{\pi}{2}\sqrt{-1}$$

- 7.08.2017 : Spirale (416) spirR.pdf
- 15.07.2017 : je crois que du fait que Zêta s'appuie sur Gamma, il faut chercher pour comprendre Zêta du côté de la divisibilité des factorielles (Gamma est l'extension de la factorielle au plan complexe). J'ai lu dans la Théorie des nombres de Lucas un théorème intéressant sur la divisibilité des factorielles. Pour trouver l'exposant de 7 dans la factorielle de 10000, il divise itérativement 10000 par 7 et il ajoute les quotients. Cela a comme conséquence qu'un nombre premier p apparaît à puissance de 1 dans la factorisation de sa factorielle (ainsi que dans les factorisations des nombres de p inclus à $2p$ exclus), les premiers plus petits que lui peuvent apparaître à puissance plus grande. Cette propriété mise au jour par Lucas fournit une fonction qui permet de distinguer les nombres premiers des nombres composés (associer au nombre sa factorielle, puis trouver sa propre valuation p -adique dans le nombre obtenu) ; les nombres premiers sont les seuls antécédents de 1 par cette fonction. (415)
- 13.07.2017 : Divisibilité des factorielles (Lucas) (414) facto.pdf
- 13.07.2017 : Preuve de Victor Varin du Keldysh Institute de Moscou que la somme de cosinus s'annule pour les premiers et uniquement eux (la somme de cosinus calcule la somme des diviseurs et la somme de diviseurs d'un nombre premier p vaut $p + 1$). (413) Victor-VarinKeldyshSumsumcos.pdf

- 12.07.2017 : Vue de mes yeux vue : elle, c'est simple, je l'adore ! (412)
- Pour sûr, elle part à l'infini, mais à chaque fois qu'elle redescend sur terre, c'est pour indiquer un nombre premier...



- 11.07.2017 : memo (411) memo.pdf



- 8.07.2017 : Programmer les fonctions de l'article de Riemann (correction dans la formule principale de Riemann : $+\ln 2$ en $-\ln 2 + \pi i$) (410) [approcher.pdf](#) [suitapprocher.pdf](#) [Émerveillement raccarreepourpi.pdf](#)

Suite des calculs des formules de Riemann (Denise Valla-Chemla, 7.7.2017)

On étudie ici le calcul de la formule 2) (séquence fournie dans l'article que Riemann a consacré au nombre de nombres premiers pour les nombres 900 000, 10^6 , 10^7 , 10^8 , 10^9).

1) $f(x) = \pi(x) + \frac{1}{2}\pi(x^2) + \frac{1}{3}\pi(x^3) + \frac{1}{4}\pi(x^4) + \frac{1}{5}\pi(x^5) + \dots$

2) $\pi(x) = \frac{R_0^{(0)}}{2}f(x) + \frac{R_0^{(2)}}{3}f(x^2) + \frac{R_0^{(4)}}{4}f(x^4) + \frac{R_0^{(6)}}{5}f(x^6) + \dots = \sum_k \frac{R_0^{(2k)}}{2k+1}f(x^{2k+1})$

La formule 2) utilise les valeurs de f calculées en préalable qu'on fournit dans le tableau ci-après en regard des racines 5-ièmes des nombres choisis (à gauche de la flèche dans chaque case, la racine 5-ième, à droite, son image par f).

x	$\sqrt[5]{x}$	$f(\sqrt[5]{x})$	$\sqrt[5]{x}$	$f(\sqrt[5]{x})$	$\sqrt[5]{x}$	$f(\sqrt[5]{x})$	$\sqrt[5]{x}$	$f(\sqrt[5]{x})$	$\sqrt[5]{x}$	$f(\sqrt[5]{x})$
900 000	96.907	-1	96.907	-1	96.907	-1	96.907	-1	96.907	-1
10^6	100	-1	100	-1	100	-1	100	-1	100	-1
10^7	1000	-1	1000	-1	1000	-1	1000	-1	1000	-1
10^8	10000	-1	10000	-1	10000	-1	10000	-1	10000	-1
10^9	100000	-1	100000	-1	100000	-1	100000	-1	100000	-1

La fonction de Moebius "équilibrée" à peu près les ajouts et les soustractions.

x	$\mu(x)$	formule 2)
900 000	78 262	78 199
1 000 000	78 498	78 627
10 000 000	664 579	664 555
100 000 000	5 761 455	5 768 986
1 000 000 000	50 847 534	50 845 856

Ci-dessous, le tableau des écarts à $\pi(x)$, plus parlant :

x	$\pi(x)$	formule 2)	$\pi(x) - \pi(x)$
900 000	78 361	78 361	0
1 000 000	78 498	78 498	0
10 000 000	664 579	664 579	0
100 000 000	5 761 455	5 761 455	0
1 000 000 000	50 847 534	50 847 534	0

Ci-dessous les valeurs calculées au fur et à mesure de l'application de la formule 2 pour les nombres choisis.

Valeurs intermédiaires dans le calcul de la formule 2 pour 900 000

$m = 78\,268 (= \lfloor 900\,000/2 \rfloor)$

$- (1/5) 2/5^4 78 = -78210.00000$

$- (1/5) 3/5^3 28 = -75200.00000$

$- (1/5) 4/5^2 7 = -78190.20000$

$+ (1/5) 5/5^1 4 = -78190.10000$

$- (1/5) 6/5^0 4 = -78190.20000$

Emerveillement (Denise Valla-Chemla, 8.7.2017)

Après avoir étudié la note de Bernhard Riemann "Sur le nombre des nombres premiers inférieurs à une grandeur donnée" et en avoir programmé quelques formules, on aboutit au programme suivant, en C++, qui résume toute la puissance de la fonction Logarithme intégral $Li(x)$, qui permet l'obtention d'une excellente approximation du nombre de nombres premiers inférieurs à un nombre donné à partir de son logarithme intégral auquel on soustrait le moitié du nombre de nombres premiers inférieurs à sa racine carrée.

Présentons les résultats que l'on peut obtenir par programme (la colonne dans laquelle on soustrait directement le nombre de nombres premiers inférieurs à la racine du nombre considéré plutôt que la moitié d'un tel nombre est dû au fait d'une coquille de programmation initiale qui montre que l'une ou l'autre des possibilités donnent des résultats semblables (du moins jusqu'à 10^9)).

x	$Li(x)$	$\sqrt{x}$	$\pi(\sqrt{x})$	$\pi(x)$	$Li(x) - \pi(\sqrt{x})$	$Li(x) - (1/2)\pi(\sqrt{x})$
10^2	29	10	4	25	25	27
10^3	177	31	11	168	166	172
10^4	1 245	100	25	1 229	1 220	1 233
10^5	9 629	316	65	9 592	9 564	9 597
10^6	78 627	1 000	168	78 498	78 439	78 543
10^7	664 917	3 162	446	664 579	664 471	664 694
10^8	5 762 208	10 000	1 229	5 761 455	5 760 979	5 761 594
10^9	50 849 233	31 622	3 401	50 847 534	50 845 832	50 847 533

Voici le tableau des écarts relatifs à $\pi(x)$.

x	$\frac{\pi(x) - (Li(x) - \pi(\sqrt{x}))}{\pi(x)}$	$\frac{\pi(x) - (Li(x) - \frac{1}{2}\pi(\sqrt{x}))}{\pi(x)}$
10^2	0	-0.08 (= -2/25)
10^3	0.0119 (= 2/168)	0.0238 (= 4/168)
10^4	0.0073 (= 9/1 229)	0.003254 (= 4/1 229)
10^5	0.0029 (= 28/9 592)	0.00052126 (= 5/9 592)
10^6	0.00049 (= 30/78 498)	0.00005326 (= 45/78 498)
10^7	0.000162 (= 108/664 579)	0.0000173041 (= 115/664 579)
10^8	0.00008261 (= 476/5 761 455)	0.000024125 (= 139/5 761 455)
10^9	0.00000586065 (= 298/50 847 534)	1.96.10 ⁻⁸ (= 1/50 847 533)

- 7.07.2017 : se détendre (409)



$$\exp(\text{li}(\kappa.t.i.o(n))).\exp(e^{\partial i.t.i^{ve}})$$



Les zéros de zêta ne peuvent pas être ailleurs que sur la droite critique parce que sinon, admettons qu'il y en ait à peine 2 qui ne soient pas sur la droite des nombres de partie réelle $\frac{1}{2}$, que l'un soit de la forme $\rho = \alpha + \beta i$ et que son conjugué soit de la forme $\alpha - \beta i$, quand, dans la formule de Riemann

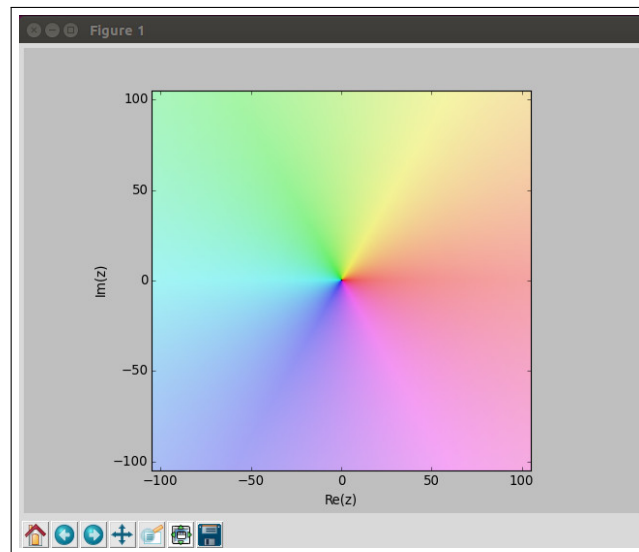
$$f(x) = Li(x) - \sum_{\rho} (Li(x^{\rho}) + Li(x^{\bar{\rho}})) + \int_x^{\infty} \frac{du}{u(u^2 - 1) \ln u} - \ln 2,$$

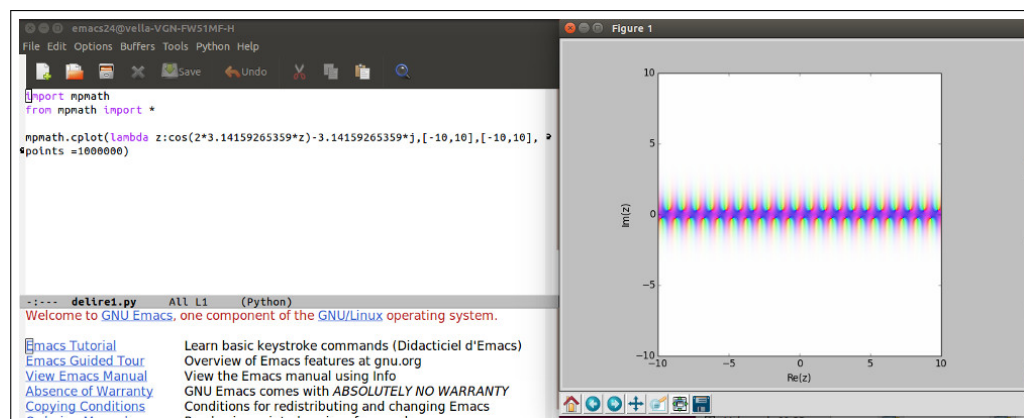
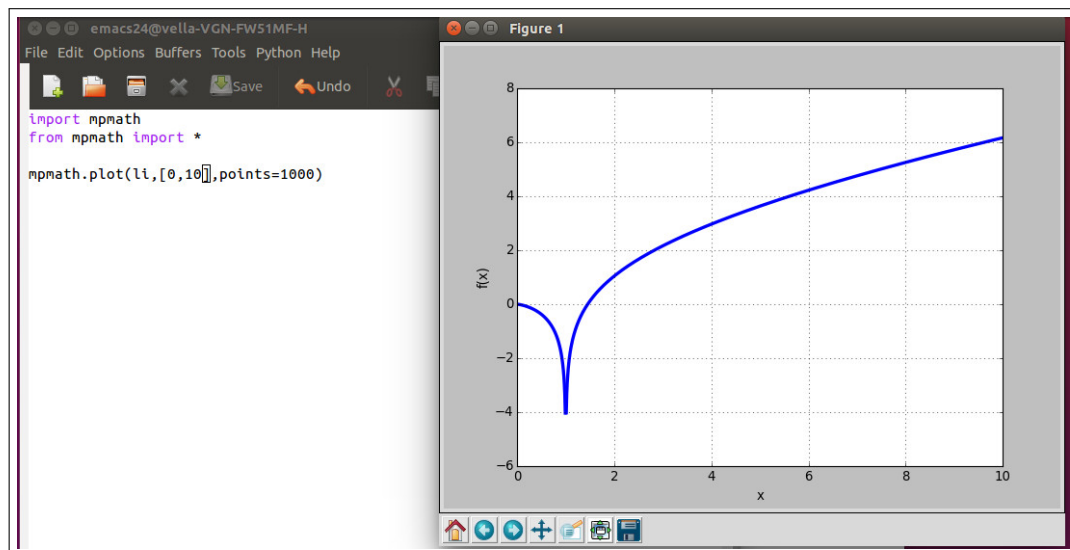
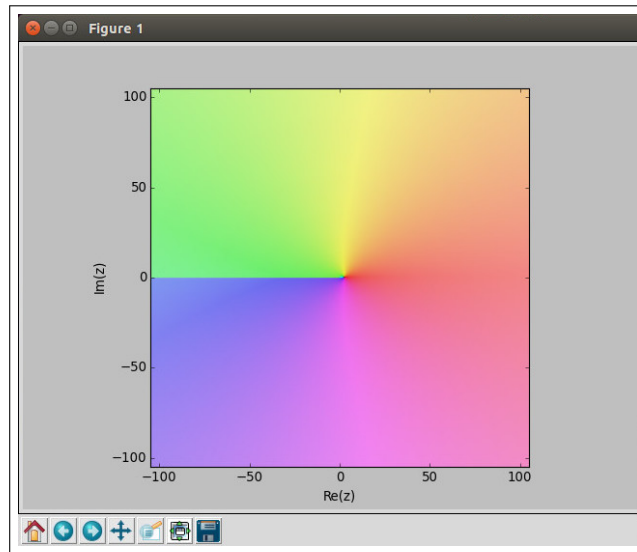
on ajouterait les logarithmes intégraux de ces 2 zéros conjugués, alors que lorsque les zéros appartiennent bien à la droite critique, les parties imaginaires s'annulent entraînant l'ajout seulement du double de la partie réelle commune aux deux zéros, là, pour ces deux zéros hors droite critique, on obtiendrait comme valeur de la somme des logarithmes intégraux de ces deux complexes un nombre complexe, et alors on serait obligé de conclure par une phrase du style "jusqu'à 3 000 456 278, il y a 5 678 + 8 528i nombres premiers, ce qui, on l'avouera, ne veut strictement rien dire". Nous ne voyons pas d'autre explication...

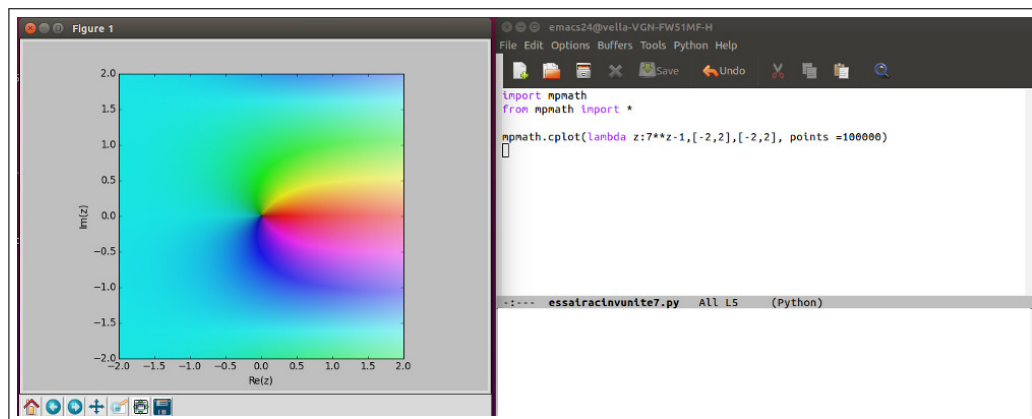
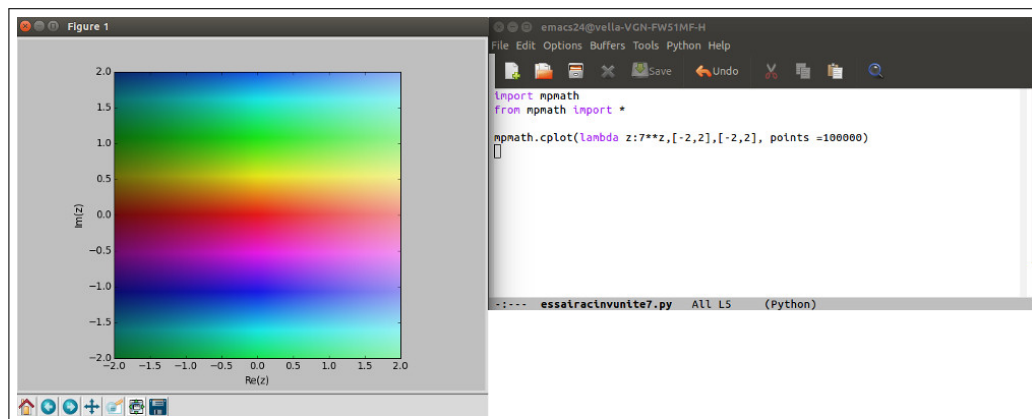
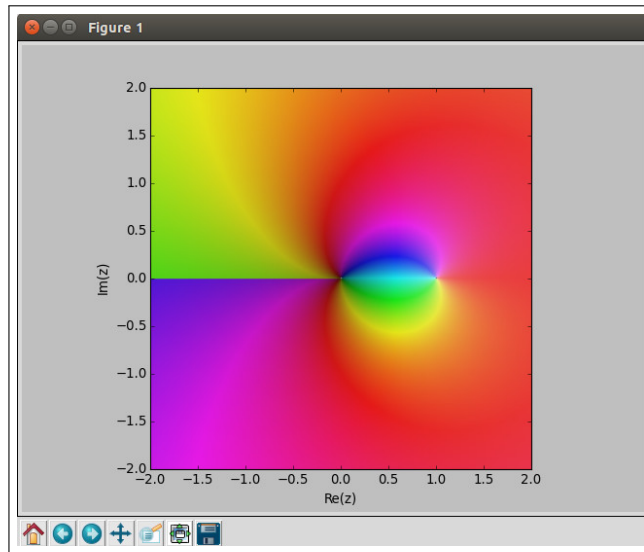


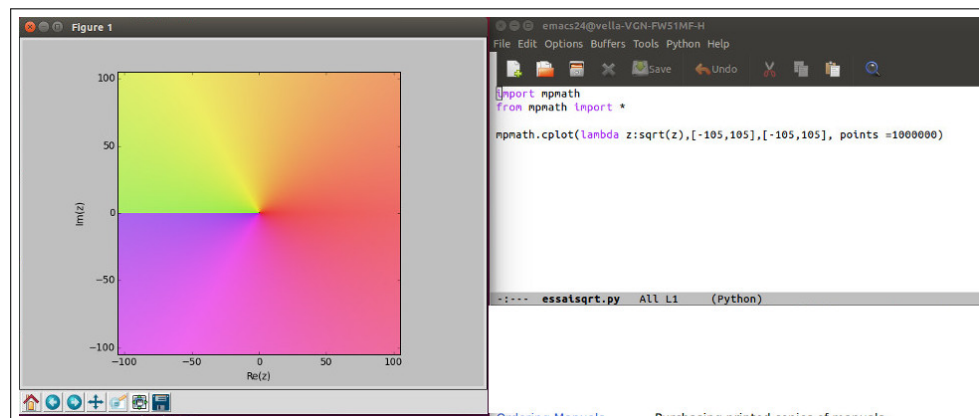
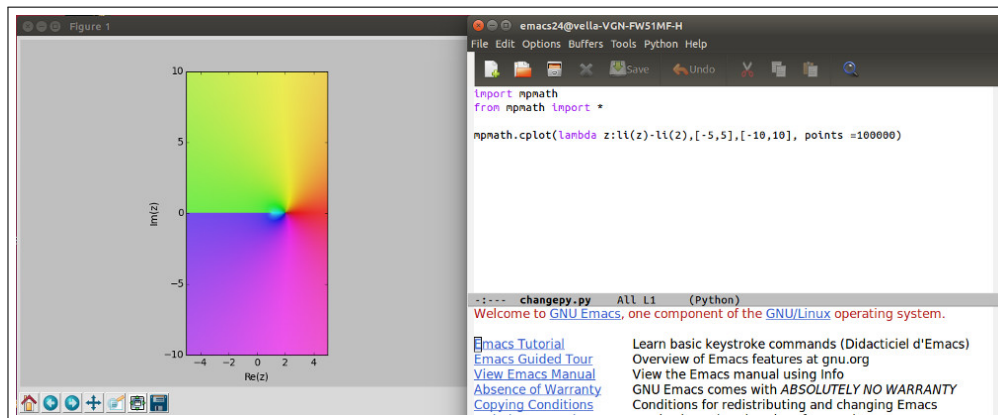
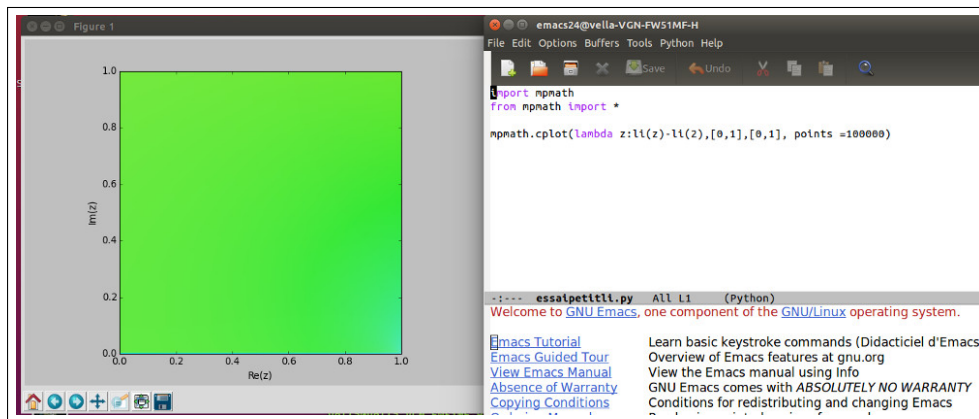
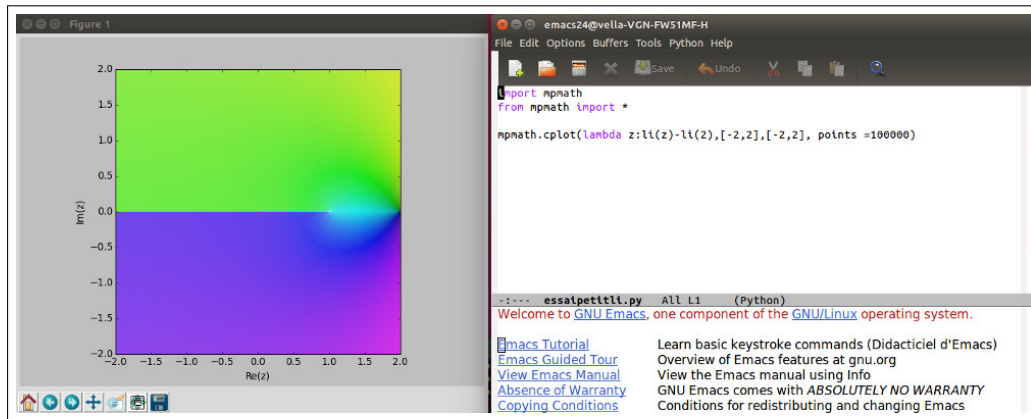
Toujours est-il que le rapport $\frac{50\,847\,633}{50\,847\,534}$ pour $x = 10^9$ vaut 1.000001947 et que donc, puisque $f(x) = \pi(x) + \frac{1}{2}\pi(x^{\frac{1}{2}}) + \frac{1}{3}\pi(x^{\frac{1}{3}}) + \frac{1}{4}\pi(x^{\frac{1}{4}}) + \frac{1}{5}\pi(x^{\frac{1}{5}}) + \dots$, il suffirait, si l'hypothèse de Riemann était démontrée, pour trouver quasi-exactement le nombre de nombres premiers inférieurs à x de calculer $Li(x) = li(x) - li(2)$ et de lui soustraire la moitié du nombre de nombres premiers inférieurs à la racine carrée de x , ainsi que le tiers du nombre de nombres premiers inférieurs à la racine cubique de x , ainsi que le quart du nombre de nombres premiers de la racine quatrième de x , en poursuivant les retraits jusqu'à la dernière racine k -ième de x supérieure ou égale à 2.

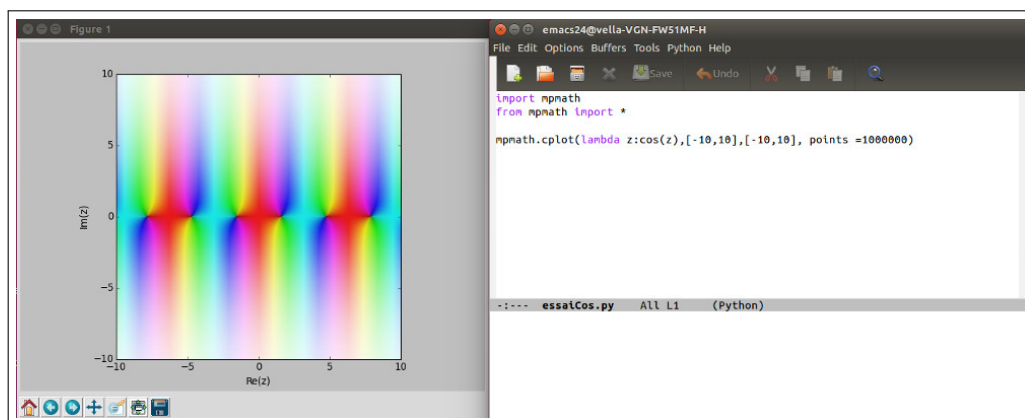
- 2.07.2017 : Représentations colorées des fonctions $\text{Id}, \text{Li}(z)$ (ou logarithme intégral $\text{Li}(z) = \text{li}(z) - \text{li}(2)$ avec $\text{li}(2) = 1.04516378011749$) et $z/\ln z$ dans le plan complexe : (408)



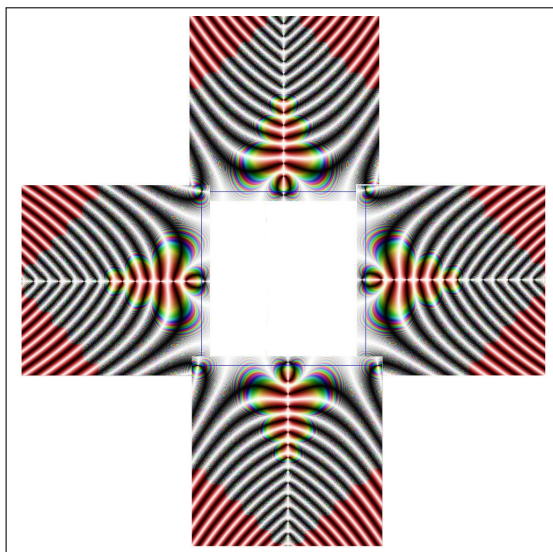




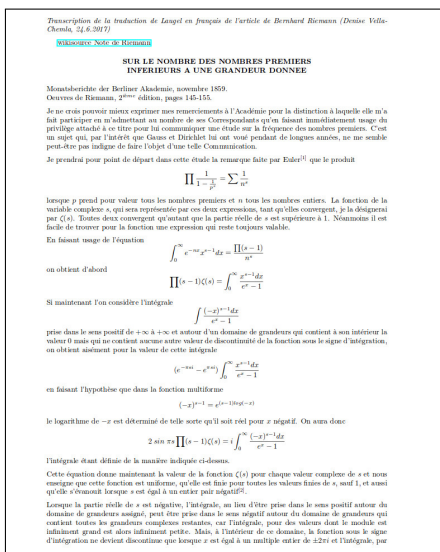




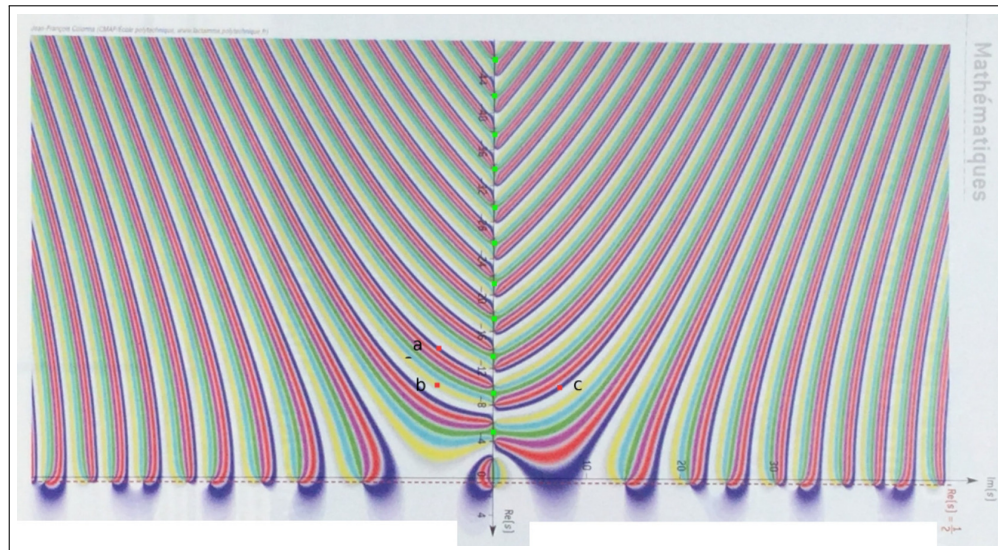
- fonction Identité (Id)
- fonction logarithme intégral ($\text{Li}(z)$)
- fonction logarithme intégral ($\text{Li}(r)$)
- fermeture-éclair
- fonction $z/\ln z$
- fonction 7^z
- fonction $7^z - 1$
- fonction z (ici)
- fonction z (là)
- fonction z (ou bien là)
- fonction $\sqrt{z}$
- fonction $\cos z$
- 26.06.2017 : Calculer, à nouveau, des différences, ici entre deux parties imaginaires de deux zéros successifs de zêta, puis faire des statistiques (histogrammes) : on a réalisé, en observant ces différences, que certaines d'entre elles apparaissaient plus souvent, à un epsilon près. On ne conserve, en toute fin de listing (p.1563 et 4 pages suivantes) que les différences qui, à 10^{-5} près, apparaissent plus de 100 fois sur 100 000 zéros. (407) pgm-montrediff.pdf res-montrediff.pdf (On s'est ramené à des entiers en multipliant tout par 10^5 et en tronquant les décimales (en prenant la partie entière)).
- 25.06.2017 : Je sais que ça ne correspond à rien, mais c'est joli, quand même, non ? (406)



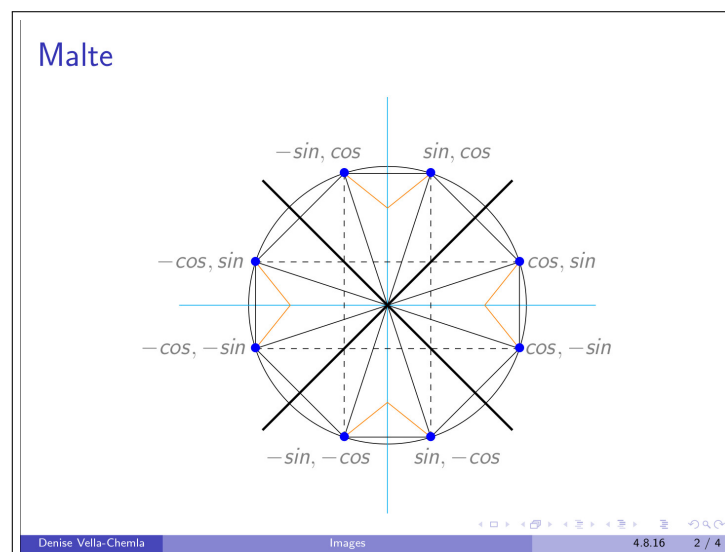
- 24.06.2017 : transcription de l'article de Riemann "Sur le nombre de nombres premiers inférieurs à une grandeur donnée" (405) extraits-Riemann.pdf



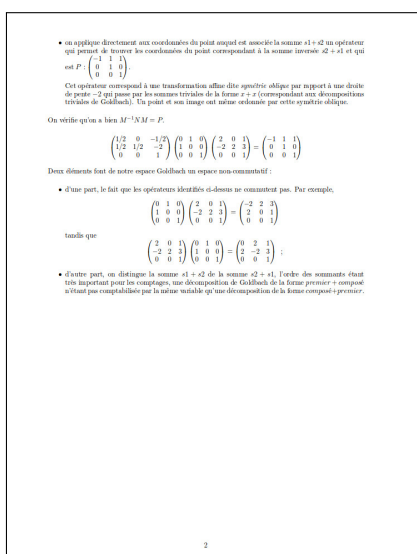
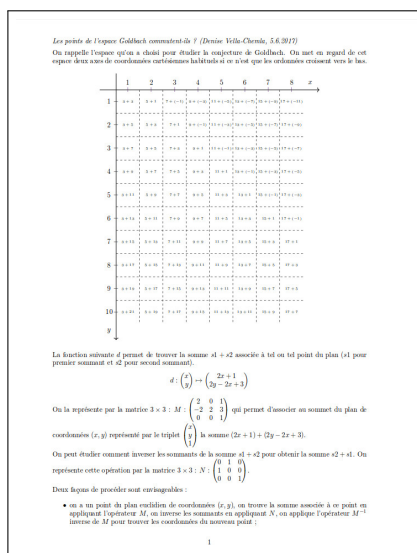
- 22.06.2017 : constantes (404) treconstante.pdf
- 20.06.2017 : atan, attends ou à temps. (403) atan.pdf



- 18.06.2017 : les nombres pairs doubles de nombres premiers ont un nombre impair de décomposants de Goldbach tandis que les nombres pairs doubles de nombres composés en ont un nombre pair. (402)
- 11.06.2017 : carré (401)



- 10.06.2017 : refaire ses gammes (400) gammesv1.pdf
- 5.06.2017 : les points de l'espace de Goldbach commutent-ils ? (399) points-noncommut.pdf



- 01.06.2017 : mon but était de voir si, en introduisant un peu d'alea dans un pavage de Penrose, je n'aurais pas pu trouver un pavage identique à celui que j'ai utilisé dans ma tentative de démonstration de CG mais le problème est que je n'arrive pas à faire en sorte que les contraintes locales se propagent au pavage dans sa globalité (triangles nord-est tous de même couleur le long des diagonales et triangles sud-ouest tous de même couleur verticalement). (398) [jeudisoircarre.pdf](#) [jeudisoircarreres.pdf](#)
- 31.05.2017 : Je n'arrive pas encore à trouver comment faire se propager les contraintes locales sur les couleurs. (397) [pasencore.pdf](#) Programme de pavage en asymptote [pgm-asymptote-pasencore.pdf](#)
- ♥ 27.05.2017 : vers un pavage de Penrose (396) [boolseqRP.pdf](#)

3	1	(-1)	(-3)	(-5)	(-7)	(-9)	(-11)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
5	3	1	(-1)	(-3)	(-5)	(-7)	(-9)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
7	5	3	1	(-1)	(-3)	(-5)	(-7)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
9	7	5	3	1	(-1)	(-3)	(-5)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
11	9	7	5	3	1	(-1)	(-3)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
13	11	9	7	5	3	1	(-1)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
15	13	11	9	7	5	3	1
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17

On obtient la suite de booléens suivante :

0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, ...

à mettre en regard de la suite de nombres :

3, 3, 5, 1, 3, 5, 5, 3, 7, 1, 3, 7, 5, 5, 7, 3, 9, 1, 9, 3, 9, ...

C'est tout simplement "regarder en arrière" de la chaîne de booléens (convertir à son tour en un passage de Platon ?)

On remarque cependant que chaîne de booléens est associée à une petite table de passage initial : cette chaîne exprime la manière dont la petite table est progressivement "développée" dans des tables de plus en plus grandes.

Un passage de Platon à base de triangles est constitué de deux séries de tables : les grandes tables (de la forme de chaque des deux séries, triangles inscrits à deux petits côtés et un petit côté) et les petites tables (de la forme d'un triangle équilatéral, triangles inscrits à deux petits côtés et un grand côté). Chaque triangle a deux sommets d'un côté et un sommet d'un autre, une table centrale (une autre deux sommets de chaque côté d'un côté). Deux tables peuvent être accolées à leur autre commune à un deux sommets de la même chaîne dans les 2 tables dans que la chaîne précédente.

On peut transformer un passage en faisant passer ses tables. Pour cela, on applique successivement et alternativement 2 transformations :

- Une chaîne à effacer toutes les autres chaînes de passage qui incluent deux sommets qui sont de la même chaîne ;
- L'autre chaîne à effacer toutes les autres chaînes de passage qui incluent deux sommets de chaîne différente.

On associe une séquence de booléens à l'une des petites tables initiales du passage en indiquant la forme des tables dans lesquelles elle se trouve ou l'un et l'autre que sont effacées les deux transformations de passage respectives et donne : un booléen 1 à la position n de la séquence code que la table est dans un petit triangle (de la même chaîne) au lieu de la transformation basée sur un booléen 0 code que la table est dans un petit triangle (de la même chaîne).

- 24.05.2017 : rappel en image de la zone de comptage pour CG (395) tauto.pdf

3	1	(-1)	(-3)	(-5)	(-7)	(-9)	(-11)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
+	+	+	+	+	+	+	+
5	3	1	(-1)	(-3)	(-5)	(-7)	(-9)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
+	+	+	+	+	+	+	+
7	5	3	1	(-1)	(-3)	(-5)	(-7)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
+	+	+	+	+	+	+	+
9	7	5	3	1	(-1)	(-3)	(-5)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
+	+	+	+	+	+	+	+
11	9	7	5	3	1	(-1)	(-3)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
+	+	+	+	+	+	+	+
13	11	9	7	5	3	1	(-1)
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17
+	+	+	+	+	+	+	+
15	13	11	9	7	5	3	1
+	+	+	+	+	+	+	+
3	5	7	9	11	13	15	17

On obtient la suite de booléens suivante :

0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, ...

à mettre en regard de la suite de nombres :

3, 3, 5, 1, 3, 5, 5, 3, 7, 1, 3, 7, 5, 5, 7, 3, 9, 1, 9, 3, 9, ...

C'est ainsi évidemment "regroupé en arêtes" de la chaîne de booléens (converti à son tour en un passage de Proust ?

On remarque cependant que chaîne de booléens est associée à une petite table de passage initial : cette chaîne exprime la manière dont la petite table est progressivement "développée" dans des tables de plus en plus grandes.

Un passage de Proust à base de triangles est construit de deux autres de tables : les grilles initiales (de la forme de chaque des deux tables, triangles inscrits à deux petits côtés et un grand côté). Chaque triangle a deux sommets d'un couleur et un sommet d'une autre, une filaire verticale d'un autre deux sommets de même couleur d'une table. Deux tables peuvent être combinées leur autre commune à un deux sommets de la même couleur dans les 2 tables dans que la même orientation.

On peut transformer un passage en faisant passer ses pièces. Pour cela, on applique successivement et alternativement 2 transformations :

- Une couleur à effacer toutes les autres couleurs des passages qui incluent deux sommets qui sont de la même couleur ;
- L'autre couleur à effacer toutes les autres couleurs des passages qui incluent deux sommets de couleur différente.

On associe une séquence de booléens à l'une des petites tables initiales du passage en indiquant la forme des pièces dans lesquelles il se décompose la filaire et la manière que sont effacées les deux transformations de passage applicables et donne : un booléen 1 à la position n de la séquence code que la pièce est dans un petit triangle (de la même couleur) au bout de la transformation basée sur un booléen 0 code que la pièce est dans un petit triangle (de la même couleur).





Contact : chemla point denise at orange point fr

Blog :

<https://milliardsdautres.blogspot.com>

En haut de la page, les onglets :

Accueil	qui fournit les quelques pages qui me semblent les plus importantes du site ;
Notes	qui fournit l'intégralité des notes écrites depuis 2005 ;
Tamiser	qui fournit mes notes préférées (celles marquées d'un ou deux dans la page Notes ;
Vidéos	qui fournit des liens vers vidéos de mathématiciennes et mathématiciens (à noter : 8 petites vidéos pour donner, peut-être, le goût des mathématiques à des élèves de CM2) ;
Bibliographie	qui fournit une liste des livres et articles ainsi que de nombreuses transcriptions et/ou traductions de certains articles ou extraits ;
Transcriptions	qui fournit l'ensemble des transcriptions et traductions effectuées ;
Webio. d'A. Connes	qui est une page de liens vers des vidéos d'Alain Connes la page imagée est ici ; la page des transcriptions en lien avec la géométrie non-commutative est là ;
Webio. de P. Cartier	: page d'hommage au grand pédagogue qu'était Pierre Cartier.