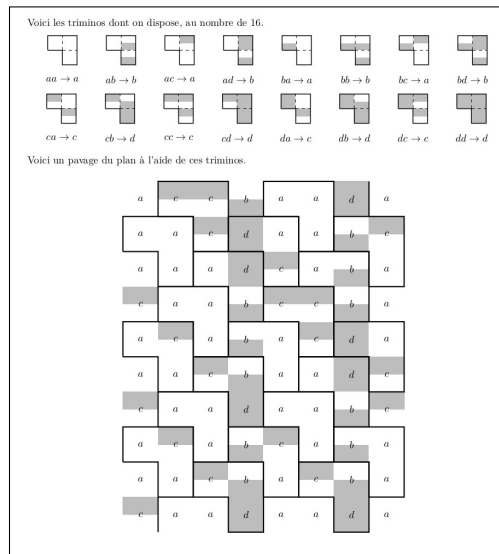


Le texte ci-dessous est le fichier <https://denisevellachemla.eu/notesnp.html>
au format pdf
Denise Vella-Chemla, août 2025

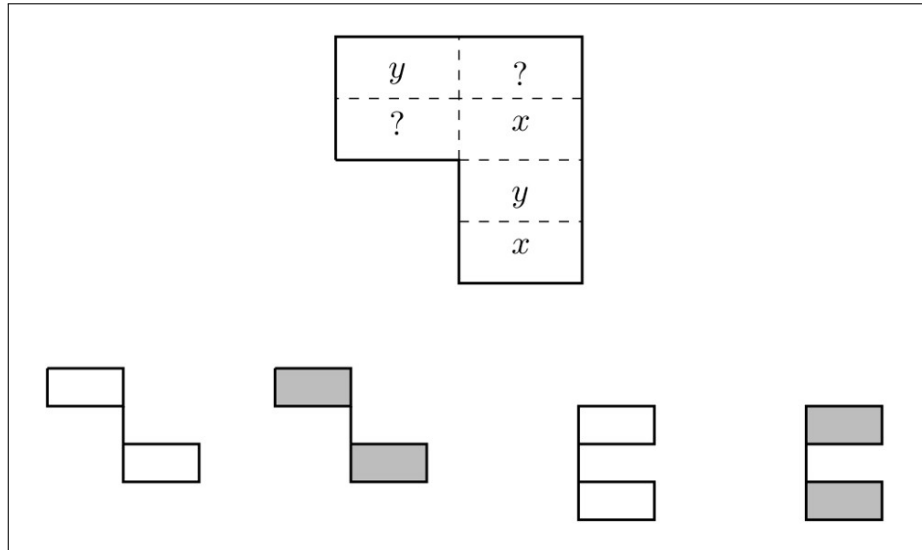
J'étudie la conjecture de Goldbach depuis septembre 2005. Ci-dessous, les pistes suivies de septembre 2011 à mai 2017 ¹.

- 23.05.2017 : tuiles contenant des rectangles (doubles carrés) (394) pavages3.pdf

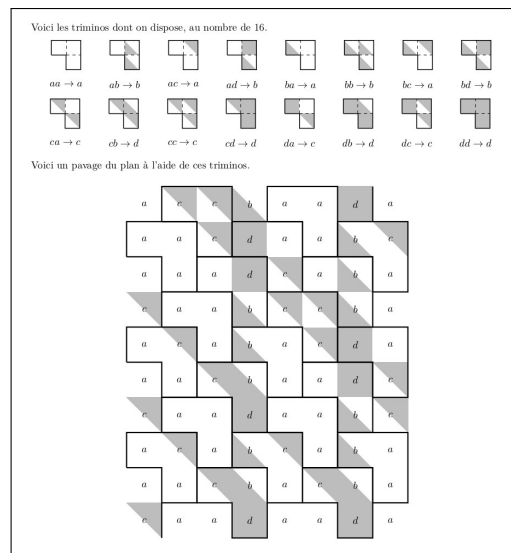


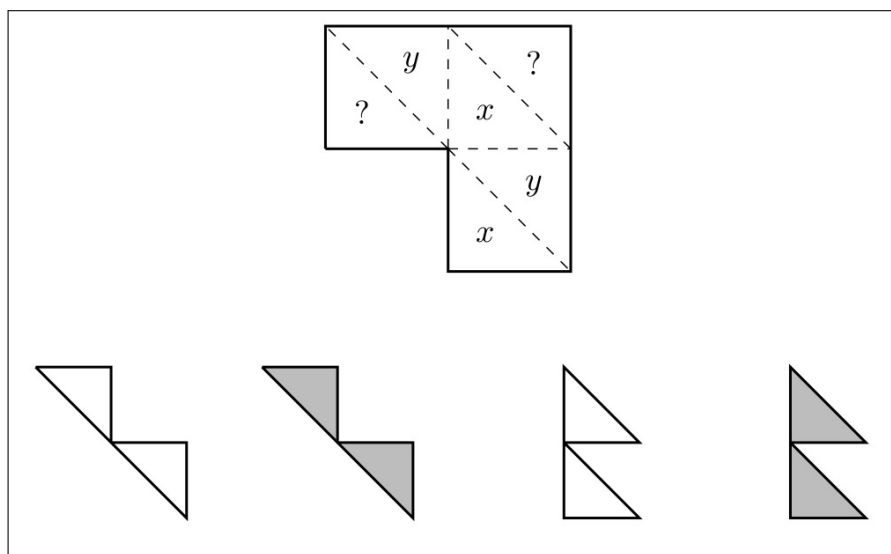
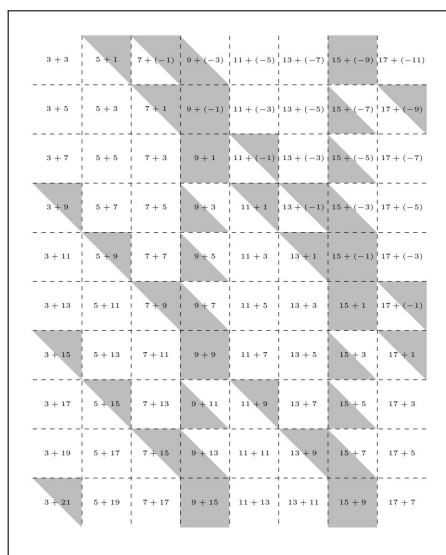
3 + 3	5 + 1	7 + (-1)	9 + (-3)	11 + (-5)	13 + (-7)	15 + (-9)	17 + (-11)
3 + 5	5 + 3	7 + 1	9 + (-1)	11 + (-3)	13 + (-5)	15 + (-7)	17 + (-9)
3 + 7	5 + 5	7 + 3	9 + 1	11 + (-1)	13 + (-3)	15 + (-5)	17 + (-7)
3 + 9	5 + 7	7 + 5	9 + 3	11 + 1	13 + (-1)	15 + (-3)	17 + (-5)
3 + 11	5 + 9	7 + 7	9 + 5	11 + 3	13 + 1	15 + (-1)	17 + (-3)
3 + 13	5 + 11	7 + 9	9 + 7	11 + 5	13 + 3	15 + 1	17 + (-1)
3 + 15	5 + 13	7 + 11	9 + 9	11 + 7	13 + 5	15 + 3	17 + 1
3 + 17	5 + 15	7 + 13	9 + 11	11 + 9	13 + 7	15 + 5	17 + 3
3 + 19	5 + 17	7 + 15	9 + 13	11 + 11	13 + 9	15 + 7	17 + 5
3 + 21	5 + 19	7 + 17	9 + 15	11 + 13	13 + 11	15 + 9	17 + 7

¹On peut cliquer sur les images pour les agrandir, et sur les liens pour lire les notes correspondantes

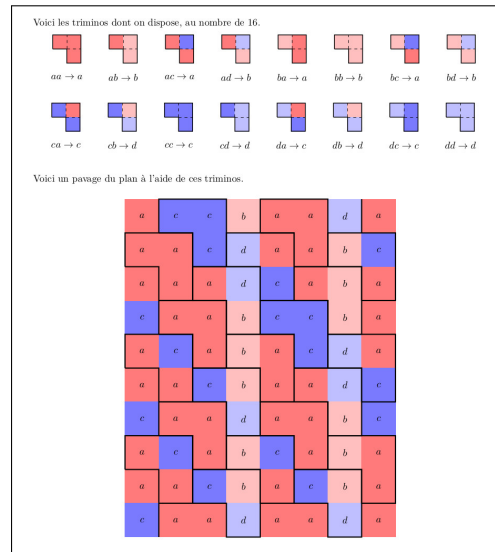


- 22.05.2017 : tuiles contenant des triangles isocèles bicolores (393) pavages2.pdf





- 21.05.2017 : espace de nombres premiers et pavage du plan par triminos colorés (392) pavages.pdf



3 + 3	5 + 1	7 + (-1)	9 + (-3)	11 + (-5)	13 + (-7)	15 + (-9)	17 + (-11)
3 + 5	5 + 3	7 + 1	9 + (-1)	11 + (-3)	13 + (-5)	15 + (-7)	17 + (-9)
3 + 7	5 + 5	7 + 3	9 + 1	11 + (-1)	13 + (-3)	15 + (-5)	17 + (-7)
3 + 9	5 + 7	7 + 5	9 + 3	11 + 1	13 + (-1)	15 + (-3)	17 + (-5)
3 + 11	5 + 9	7 + 7	9 + 5	11 + 3	13 + 1	15 + (-1)	17 + (-3)
3 + 13	5 + 11	7 + 9	9 + 7	11 + 5	13 + 3	15 + 1	17 + (-1)
3 + 15	5 + 13	7 + 11	9 + 9	11 + 7	13 + 5	15 + 3	17 + 1
3 + 17	5 + 15	7 + 13	9 + 11	11 + 9	13 + 7	15 + 5	17 + 3
3 + 19	5 + 17	7 + 15	9 + 13	11 + 11	13 + 9	15 + 7	17 + 5
3 + 21	5 + 19	7 + 17	9 + 15	11 + 13	13 + 11	15 + 9	17 + 7

- 20.05.2017 : définition d'un nombre en or : c'est un nombre dans lequel, phonétiquement, on entend un nombre pair et l'un de ses décomposants de Goldbach ; par exemple, 361 est un nombre en or car 61 est décomposant de Goldbach de 300 dans la mesure où $300=61+239$ avec 61 et 239 premiers tous les deux. Voici d'autres exemples : 103, 17, 53, 67, 863, 883, 1383. (391)
- 14.05.2017 : Voir les nombres premiers dans le triangle de Pascal (390) trianglePascal-premiers.pdf
- 13.05.2017 : Parité (389) parite.pdf mai13.pdf comparesc2.pdf

n premier



$$\sum_{i=2}^{n-3} \left(\left\lfloor \frac{n}{i} \right\rfloor - 1 \right) = \# \{xy \text{ tels que } (xy < n) \wedge (2 \leq x \leq n-2) \wedge (2 \leq y \leq n-2)\}$$

- 08.05.2017 : Chercher à dénombrer exactement (388) forme.pdf
- 30.04.2017 : Polygones modulaires (387) polygones2.pdf
- 15.04.2017 : Redondire (386) redondire.pdf
- 08.04.2017 : images de l'approche par les mots sous hyperboles (385)

Site des intégrités (Dénis Vella-Chenais, 31/3/2017)

Toutes les intégrités sont deux à deux dans le même site pour les nombres 97 et 98, 97 est premier (des intégrités formées avec lettres)

1,12 > 98	1,12 > 97	1,46 > 97	1,46 > 98	1,44 > 97	1,44 > 98	1,42 > 97	1,42 > 98	1,44 > 97	1,44 > 98	1,40 > 97	1,40 > 98
1,40 > 97	1,40 > 98	1,38 > 97	1,38 > 98	1,36 > 97	1,36 > 98	1,34 > 97	1,34 > 98	1,32 > 97	1,32 > 98	1,30 > 97	1,30 > 98
1,28 > 97	1,28 > 98	1,26 > 97	1,26 > 98	1,24 > 97	1,24 > 98	1,22 > 97	1,22 > 98	1,20 > 97	1,20 > 98	1,18 > 97	1,18 > 98
1,16 > 97	1,16 > 98	1,14 > 97	1,14 > 98	1,12 > 97	1,12 > 98	1,10 > 97	1,10 > 98	1,08 > 97	1,08 > 98	1,06 > 97	1,06 > 98
1,04 > 97	1,04 > 98	1,02 > 97	1,02 > 98	1,00 > 97	1,00 > 98	0,98 > 97	0,98 > 98	0,96 > 97	0,96 > 98	0,94 > 97	0,94 > 98
0,92 > 97	0,92 > 98	0,90 > 97	0,90 > 98	0,88 > 97	0,88 > 98	0,86 > 97	0,86 > 98	0,84 > 97	0,84 > 98	0,82 > 97	0,82 > 98
0,80 > 97	0,80 > 98	0,78 > 97	0,78 > 98	0,76 > 97	0,76 > 98	0,74 > 97	0,74 > 98	0,72 > 97	0,72 > 98	0,70 > 97	0,70 > 98
0,68 > 97	0,68 > 98	0,66 > 97	0,66 > 98	0,64 > 97	0,64 > 98	0,62 > 97	0,62 > 98	0,60 > 97	0,60 > 98	0,58 > 97	0,58 > 98
0,56 > 97	0,56 > 98	0,54 > 97	0,54 > 98	0,52 > 97	0,52 > 98	0,50 > 97	0,50 > 98	0,48 > 97	0,48 > 98	0,46 > 97	0,46 > 98
0,44 > 97	0,44 > 98	0,42 > 97	0,42 > 98	0,40 > 97	0,40 > 98	0,38 > 97	0,38 > 98	0,36 > 97	0,36 > 98	0,34 > 97	0,34 > 98
0,32 > 97	0,32 > 98	0,30 > 97	0,30 > 98	0,28 > 97	0,28 > 98	0,26 > 97	0,26 > 98	0,24 > 97	0,24 > 98	0,22 > 97	0,22 > 98
0,20 > 97	0,20 > 98	0,18 > 97	0,18 > 98	0,16 > 97	0,16 > 98	0,14 > 97	0,14 > 98	0,12 > 97	0,12 > 98	0,10 > 97	0,10 > 98
0,08 > 97	0,08 > 98	0,06 > 97	0,06 > 98	0,04 > 97	0,04 > 98	0,02 > 97	0,02 > 98	0,00 > 97	0,00 > 98	0,00 > 97	0,00 > 98

Certaines intégrités ne sont pas deux à deux dans le même site pour les nombres 99 et 100, 99 est composé.

1,10 > 99	1,10 > 100	1,08 > 99	1,08 > 100	1,06 > 99	1,06 > 100	1,04 > 99	1,04 > 100	1,02 > 99	1,02 > 100	1,00 > 99	1,00 > 100
0,98 > 99	0,98 > 100	0,96 > 99	0,96 > 100	0,94 > 99	0,94 > 100	0,92 > 99	0,92 > 100	0,90 > 99	0,90 > 100	0,88 > 99	0,88 > 100
0,86 > 99	0,86 > 100	0,84 > 99	0,84 > 100	0,82 > 99	0,82 > 100	0,80 > 99	0,80 > 100	0,78 > 99	0,78 > 100	0,76 > 99	0,76 > 100
0,74 > 99	0,74 > 100	0,72 > 99	0,72 > 100	0,70 > 99	0,70 > 100	0,68 > 99	0,68 > 100	0,66 > 99	0,66 > 100	0,64 > 99	0,64 > 100
0,62 > 99	0,62 > 100	0,60 > 99	0,60 > 100	0,58 > 99	0,58 > 100	0,56 > 99	0,56 > 100	0,54 > 99	0,54 > 100	0,52 > 99	0,52 > 100
0,50 > 99	0,50 > 100	0,48 > 99	0,48 > 100	0,46 > 99	0,46 > 100	0,44 > 99	0,44 > 100	0,42 > 99	0,42 > 100	0,40 > 99	0,40 > 100
0,38 > 99	0,38 > 100	0,36 > 99	0,36 > 100	0,34 > 99	0,34 > 100	0,32 > 99	0,32 > 100	0,30 > 99	0,30 > 100	0,28 > 99	0,28 > 100
0,26 > 99	0,26 > 100	0,24 > 99	0,24 > 100	0,22 > 99	0,22 > 100	0,20 > 99	0,20 > 100	0,18 > 99	0,18 > 100	0,16 > 99	0,16 > 100
0,14 > 99	0,14 > 100	0,12 > 99	0,12 > 100	0,10 > 99	0,10 > 100	0,08 > 99	0,08 > 100	0,06 > 99	0,06 > 100	0,04 > 99	0,04 > 100
0,02 > 99	0,02 > 100	0,00 > 99	0,00 > 100	0,00 > 99	0,00 > 100	0,00 > 99	0,00 > 100	0,00 > 99	0,00 > 100	0,00 > 99	0,00 > 100

Utiliser la notion de maximum (étant donné un ensemble de variables x , trouver pour chacune d'elles le plus grand y tel que $xy < n$) afin de la modifier :

97 $\rightarrow$ (3,4,5,6,7,8,9,10)²⁷⁵ (32,23,19,15,13,11,10,9)

98 $\rightarrow$ (3,4,5,6,7,8,9,10)²⁷⁵ (32,23,19,15,13,11,10,9)

99 $\rightarrow$ (3,4,5,6,7,8,9,10)²⁷⁵ (32,24,19,16,14,12,10,9)

100 $\rightarrow$ (3,4,5,6,7,8,9,10)²⁷⁵ (32,24,19,16,14,12,11,9)

97 a point image y_{97} , 98 a point image y_{98} . Puisque $y_{97} = y_{98}$, i.e. puisque 97 et 98 ont même image, 97 est premier, via $y \neq y_{97}$, 98 et 100 n'ont pas comme images la même fonction, 98 est composé.

Le diagramme associé aux nombres premiers x est caractérisé par le fait qu'à n et $n+1$ ont comme image la même fonction, ce qui est noté par la fonction f sur la flèche descendante droite du diagramme.

$$\begin{array}{c} n \xrightarrow{f} n \\ \downarrow \text{ } \downarrow \\ n+1 \xrightarrow{f} n+1 \end{array}$$

f_n et f_{n+1} sont deux fonctions de $\{3, \dots, \lfloor \frac{n}{2} \rfloor\}$ dans N avec $f_n = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 2$. L'image d'un x compris entre 3 et $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 2$ est le plus grand des y tel que $xy < n$.

La fonction f_n associée à n la fonction f_{n+1} .

On préfère écrire plus simplement ce qui vient d'être vu par l'assertion logique suivante :

n (impair) $\in N$ est un nombre premier $\iff \forall x, 3 \leq x \leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, \max\{y \mid xy < n\} = \max\{x \mid xy < n+1\}$.

1

Mots de nombres premiers

Denis Vella-Chenais

4.3.17

On voudrait ici présenter notamment une découverte qu'on a faite récemment qui permet de caractériser les nombres premiers en utilisant des mots sur un alphabet à 2 lettres a et b .

Cette découverte une fois effectuée est simple, elle utilise des opérations élémentaires : ajouter 1 à un nombre, multiplier deux nombres, comparer deux nombres, ordonner le site d'intégrité par des lettres a ou b et composer des mots.

On est parti du fait que l'hyperbole d'équation $xy = n$ avec n un nombre premier se passe que par des points à coordonnées entières du plan, hormis les points $(1,n)$ et $(n,1)$. Par contre, si n est composé, l'hyperbole passe par autant de points à coordonnées entières du plan que n a de diviseurs. Par exemple, l'hyperbole d'équation $xy = 12$ passe par les points à coordonnées entières $(1,12)$, $(2,6)$, $(3,4)$, $(4,3)$, $(6,2)$, $(12,1)$. On considérera (sur les points, dont les 2 coordonnées dans le plan peuvent être entières ou non) une condition géométrique.

On a souhaité comprendre ce qui se passait lors du passage d'une hyperbole à la suivante (i.e. de l'hyperbole d'équation $xy = n$ à l'hyperbole d'équation $xy = n+1$). Dans ce but, on a cherché d'associer à chaque hyperbole un mot de Christoffel.

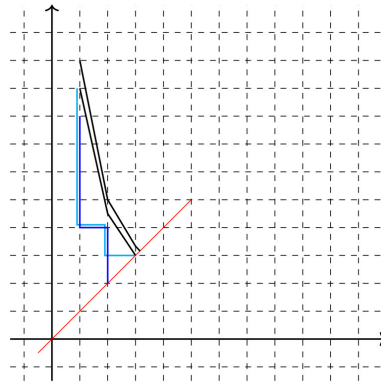
Un mot de Christoffel [1] est un mot sur un alphabet de deux lettres qui "valle au plus petit" à une certaine par rapport à une pente donnée (par le dessus ou par le dessous). Voyons un exemple. Pour que la caractérisation des nombres premiers soit la plus simple possible, on se concentre sur une pente de départ mot de Christoffel appartenant à une sous-algèbre par deux droites, donc à quand $x > 0, y > 0$ (les droites d'équation $y = 2x$ et $y = x$).

On constate et c'est simple à comprendre qu'un nombre premier n a le même mot de Christoffel qu' $n+1$ lorsque qu'un nombre composé n a un mot de Christoffel différent de celui d' $n+1$.

En décrivant la modification ci-dessus, on relie trois théorèmes : la théorie des langages (qui contient les concepts d'alphabets, lettres, mots, concaténation, égalité et différence), l'arithmétique (ils les concepts sont ceux de nombre, division, premier, composé) et la géométrie (et ses concepts de points, réseau de points entières, hyperbole et équation).

1

Mots de Christoffel des hyperboles de 9 et 10



D. Vella-Chemla

Mots de Christoffel d'hyperboles et primalité

17.02.2017

2 / 7

Mots de Christoffel des hyperboles de 11 et 12



D. Vella-Chemla

Mots de Christoffel d'hyperboles et primalité

17.02.2017

3 / 7

$$n \text{ premier} \iff m_{n+1} = am_n$$

3	a
4	aa
5	aab
6	aaab
7	aaaba
8	aaaaba
9	aaaaaba
10	aaaaabab
11	aaaaabaa
12	aaaaabab
13	aaaaababa
14	aaaaababaa
15	aaaaababaa
16	aaaaababab
17	aaaaababab
18	aaaaababab
19	aaaaababab
20	aaaaababab
21	aaaaababab
22	aaaaababab
23	aaaaababab

D. Vella-Chemla

Mots de Christoffel d'hyperboles et primalité

17.02.2017

4 / 7

- [1] B.A. TRAHTENBROT, *Algorithmes et machines à calculer*
- [2] J. BERSTEL, A. LAUVE, C. REUTENAUER, F. SALIOLA, *Combinatorics on Words : Christoffel Words and Repetitions in Words*, 2008.
- “On est extrêmement familiers avec la non-commutativité parce que lorsqu’on écrit, avec des lettres, lorsqu’on écrit des mots, des phrases, etc., on doit bien sûr faire attention à l’ordre des lettres.”

Géométrie non-commutative [illegible]

- 02.04.2017 : Nombres premiers, identité des fonctions (384) pgpp.pdf
- 01.04.2017 : Les plus grands des plus petits (383) plus_grand_des_plus_petits.pdf
- 31.03.2017 : Comparaison du sens des inégalités deux à deux (382) ineg.pdf
- 30.03.2017 : Fonctions sur des inégalités (381) fg2.pdf
- 19.03.2017 : Coder les mots booléens par des entiers (380) BG.pdf
- 05.03.2017 : Mots de nombres premiers (379) boolier.pdf
- ♥ 01.03.2017 : Un programme à mots plus courts pour connaître la primalité des entiers (378) chouette2.pdf Trahtenbrot (programme Python) chouette-2-python.pdf
- 28.02.2017 : C'est marrant ! (377)

The image shows two windows side-by-side. The left window is a terminal titled 'Terminal' showing the execution of a Python script. The right window is an Emacs editor titled 'emacs25@vella-chenla-X510UA' showing the source code of the script.

```

Terminal
Fichier Édition Affichage Recherche Terminal Aide
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$ python marrant.py
2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97
101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 1
91 193 197 199 211 223 227 229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281
283 293 307 311 313 317 331 337 347 349 353 359 367 373 379 383 389 3
97 401 409 419 421 431 433 439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499
503 509 521 523 541 547 557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 6
17 619 631 641 643 647 653 659 661 673 677 683 691 701 709 719 727 733
739 743 751 757 761 769 773 787 797 809 811 821 823 827 829 839 853 8
57 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929 937 941 947 953 967 971 977
983 991 997 plx 168
Temps d execution : 0.0673549175262 secondes...
vella-chenla@vella-chenla-X510UA:~/Desktop$

emacs25@vella-chenla-X510UA
File Edit Options Buffers Tools Python Help
import time
tps1=time.time()
plx=0
somme = 0
for x in range(1,1001):
    sommeprec = somme
    somme = 0
    for k in range(1,x+1):
        somme = somme+x/k
    if (somme-sommeprec == 2):
        print x,
        plx=plx+1
print("plx="+str(plx))
print("Temps d execution : %s secondes..." % (time.time()-tps1))

```

- 20.02.2017 : Un programme si surprenant pour tester la primalité des entiers : ici, on compte des relations entre 2 assertions logiques (on compare les sens d'inégalités codées par des booléens) et ces relations entre assertions sont aussi des assertions (i.e. sont aussi codées par des booléens). (376) chouette.pdf
- 17.02.2017 : Mots de Christoffel d'hyperboles et primalité (375) TranspHyperbMotsChristoffel.pdf

exemple, la composition $2 + 2 + 2$ de 6, codée par le mot 1010100000... contient le sous-mot 10 répété trois fois, elle s'écrit $(10)^3 0^6$.

Annexe 1 : les 32 compositions de 6 et leur mot binaire correspondant

1+1+1+1+1+1 (000000)	2+1+1+1+1 (100000)
1+1+1+1+2 (000010)	2+1+1+2 (100001)
1+1+1+2+1 (000010)	2+1+2+1 (100010)
1+1+1+3 (000011)	2+1+3 (100011)
1+1+2+1+1 (001000)	2+2+1+1 (100100)
1+1+2+2 (001001)	2+2+2 (100101)
1+1+3+1 (001100)	2+3+1 (101100)
1+1+4 (001101)	2+4 (101101)
1+2+1+1+1 (010000)	3+1+1+1 (110000)
1+2+1+2 (010001)	3+1+2 (110001)
1+2+2+1 (010100)	3+2+1 (110100)
1+2+3 (010101)	3+3 (110101)
1+3+1+1 (011000)	4+1+1 (111000)
1+3+2 (011001)	4+2 (111001)
1+4+1 (011100)	5+1 (111100)
1+5 (011101)	6 (111101)

Annexe 2 : Programme de passage des mots binaires aux compositions

```

1 #include <stdlib.h>
2 #include <iostream>
3 #include <vector>
4
5 using std::cout;
6 using std::endl;
7 using std::stoi;
8
9 typedef std::vector<bool> bitsvec;
10
11 void print_bits(bitsvec bits) {
12     for (int i = 0; i < bits.size(); ++i)
13         cout << (int) bits[i];
14 }
15
16 void print_desc(bitsvec bits) {
17     int n = 1;
18     for (int i = 0; i < bits.size(); ++i) {
19         if (bits[i]) {
20             ++n;
21             cout << n << " ";
22             n = 1;
23         }
24     }
25     cout << endl;
26 }

```

3

```

1 void generate(int n, bitsvec bits) {
2     if (n == 0) {
3         bits[0] = 0; generate(n, bits);
4         bits[0] = 1; generate(n, bits);
5     } else {
6         print_bits(bits);
7         cout << " ";
8         print_desc(bits);
9         cout << endl;
10    }
11 }
12
13 int main(int argc, char* argv[]) {
14     int n_max = 0;
15     if (argc > 1) n_max = atoi(argv[1]);
16     for (int n = 0; n < n_max; ++n) {
17         cout << "n = " << n << " : ";
18         generate(n, bits);
19         cout << endl;
20     }
21 }

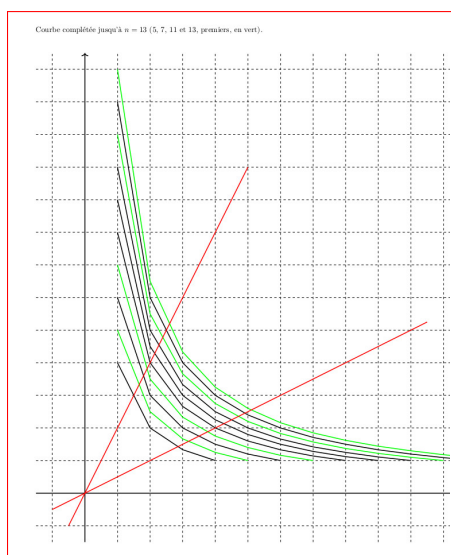
```

4

- 05.02.2017 : Graphe de produits (369) chemin.pdf
- 30.01.2017 : Pour qui a du mal à mémoriser l'orthographe des noms de sites, voici un QR-code à flasher pour accéder directement à la page de garde (faire un clic-droit sur l'icône pour enregistrer le QR-code où on veut ; il suffit alors de le flasher avec une application de lecture de QR-code, comme flashcode ou autre, téléchargeable sur ordinateur, tablette ou mobile) (368)



- ♥♥ 29.01.2017 : Points entiers sur hyperboles (367) [points-entiers-sur-courbes.pdf](#)



- 23.01.2017 : Hyperboles traversant des mailles (366) [traverser.pdf](#)
- ♥♥ 17.01.2017 : Compositions et minimiser un périmètre (365) [compo-sans-pgm.pdf](#)
- 15.01.2017 : Essayer de comprendre comment les points établissent des corrélations entre fonctions (364) [trois-classes-de-notes-et-accords.pdf](#)
- Spectres de surfaces vibrantes isopérimétriques

		7				3		
			1					
				9			8	
			7		5			
	2							9
			3	6				
		3				5		
1			4	8				
						7		

Sudoku 9x9 N°1

				8				
	6				9			5
				3	2			6
	4		5					
		2				8	3	
			1					
		3				2	1	
								4

Sudoku 9x9 N°2

				5				
2				6	3			
9						8		
		3						
					7		2	
4	6	5						
		1	9					
			7					
							6	3

Sudoku 9x9 N°3

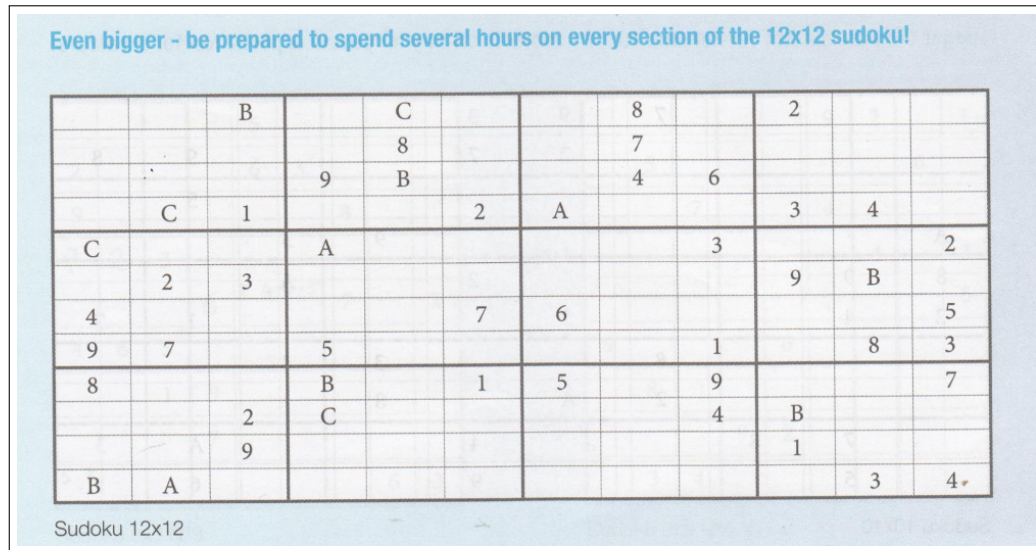
					9	2		1
	5						6	
		7			4			
						4		3
								5
9				6				
	8							
			9	2				
	3	4						

Sudoku 9x9 N°4

Bigger than the classic version, the 10x10 sudoku is strictly for puzzle experts! Not for amateurs!

				7	9	3			
					2	7		9	8
			1					5	
A						9	3		
8	9					2		A	
2	4				5			1	7
				8			3	4	
				2	A		8		
	7	8				4		A	3
	5					9		6	

Sudoku 10x10



officiers5.pdf s1-2.pdf s3-4.pdf s5.pdf s6.pdf jbrL ihes1.pdf ihes2.pdf ihes3.pdf ihes4.pdf ihes5.pdf ihes6.pdf

- 23.10.2016 : Pgcd et trajets de booléens (357) pgcdbilles.pdf
- 22.10.2016 : Pgcd et diagonales de booléens (356) pgcddiv.pdf
- 11.09.2016 : Racines de l'unité (355) puissmax.pdf Programme à la va-vite factopuiss.pdf Racines de l'unité jusqu'à 500 racunit500.pdf Exposants possibles des racines de l'unité jusqu'à 2016 et indicateurs d'Euler montreplusgrandepuiss2016.pdf
- 10.09.2016 : À la recherche d'une formule... constats effectués sur les nombres de résidus cubiques non nuls (ou bien biquadratiques, "quintiques", "sixtiques") puis infirmés mais en faisant une découverte intéressante, à relier peut-être à la propriété de Dedekind évoquée dans les petites questions de fin d'été (on rappelle que les nombres x et $p-x$ ont même résidu de puissance pour les puissances paires et des résidus opposés pour les puissances impaires). (354)
- 07.09.2016 : Distinguer les nombres premiers des nombres composés en suivant l'article 53 des Recherches arithmétiques de Gauss (353) indicesG.pdf Section troisième des Recherches arithmétiques de Gauss indices-RA53.pdf GaussPuissances.pdf
- 30.08.2016 : Questions de fin d'été (352) questions2016.pdf
- 28.08.2016 : Nombre de résidus quadratiques des nombres premiers et composés (351) car-resimple.pdf (en) carresimpleen.pdf
- 27.08.2016 : Dans la thèse de Jenny Boucard "Un "rapprochement curieux de l'algèbre et de la théorie des nombres" : études sur l'utilisation des congruences en France de 1801 à 1850" (9.12.2011), on trouve la référence d'une note de Cauchy aux Comptes-rendus de l'Académie des Sciences du 16.03.1840 dans laquelle Cauchy étudie le nombre de résidus quadratiques d'un nombre inférieurs à sa moitié. Il faudrait comprendre cette note. (350) Cauchy-CRAS-18400316.pdf

- 25.08.2016 : Tables de résidus quadratiques (349) tablesRQ.pdf

Table de résidus quadratiques des modules $\leq 4 \cdot 51$ (Dictionnaire Vella-Chen, 16.6.86)

Voici les tables qui permettent d'analyser, de voir, mais cela ne veut pas dire qu'il y a une hypothèse :

- que les nombres premiers de la forme $4k + 3$ ont strictement plus de $n/4$ résidus quadratiques inférieurs ou égaux à leur moitié ;
- que les nombres premiers de la forme $4k + 1$ ont $(n-1)/4$ résidus quadratiques inférieurs ou égaux à leur moitié ;
- que les nombres composés ont moins de $n/4$ résidus quadratiques inférieurs ou égaux à leur moitié.

On commence par calculer les carrés modulo le nombre n considéré et les mettre dans la troisième ligne, sous la forme. Puis on calcule leur occurrence dans les deux premières lignes. Enfin, on compte les petits résidus quadratiques (petits prq , i.e. ceux qui sont inférieurs à $n/2$, et qui apparaissent dans la seconde ligne).

Module $n = 3$ (1 $prq > 3/4$)

2
1

Module $n = 5$ (1 prq)

3
2
4

Module $n = 7$ (2 $prq > 7/4$)

6
5
4
3

Module $n = 9$ (2 $prq < 9/4$)

8
7
6
5
4

Module $n = 11$ (4 $prq > 11/4$)

10
9
8
7
6
5

Module $n = 13$ (3 $prq = 13/4$)

12
11
10
9
8
7

Module $n = 15$ (3 $prq < 15/4$)

14
13
12
11
10
9

Module $n = 17$ (4 $prq = 17/4$)

16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 19$ (6 $prq > 19/4$)

18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 21$ (4 $prq < 21/4$)

20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 23$ (7 $prq > 23/4$)

22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 25$ (5 $prq < 25/4$)

24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 27$ (6 $prq < 27/4$)

26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 29$ (7 $prq > 29/4$)

28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 31$ (9 $prq > 31/4$)

30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 33$ (7 $prq > 33/4$)

32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 35$ (7 $prq > 35/4$)

34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 37$ (9 $prq > 37/4$)

36
35
34
33
32
31
30
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

Module $n = 39$ (8 prq > 39/4)

38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19						
1	4	9	16	25	36	10	25	3	22	4	27	13	1	30	22	16	12	10						

Module $n = 41$ (10 prq > 41/4)

40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20					
1	4	9	16	25	36	8	23	40	18	39	20	5	32	20	10	2	37	33	31					

Module $n = 43$ (12 prq > 43/4)

42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22				
11	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21				
1	4	9	16	25	36	6	21	38	14	35	15	40	23	10	41	31	23	17	13	11				

Module $n = 45$ (6 prq > 45/4)

44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23			
13	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22			
1	4	9	16	25	36	4	19	36	10	31	9	34	16	0	33	19	9	1	40	36	34			

Module $n = 47$ (14 prq > 47/4)

46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24		
14	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23		
1	4	9	16	25	36	2	17	34	6	27	3	28	8	37	21	7	42	32	24	18	14	12		

Module $n = 49$ (11 prq > 49/4)

48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
1	4	9	16	25	36	0	15	32	2	25	46	22	0	29	11	44	30	18	8	0	43	39	37	

Module $n = 51$ (10 prq > 51/4)

50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
1	4	9	16	25	36	49	13	30	49	19	42	16	43	21	1	34	18	4	43	33	25	19	15	13

- 25.08.2016 : Table de multiplication modulaire, mod 49, coupée en 2 verticalement. Observer la “presque-symétrie” horizontale sur chaque moitié. À cause de tous les nombres non-premiers à $49 = 7^2$, il y a moins de résidus quadratiques que de non-résidus quadratiques, c’est l’une des causes de l’absence de symétrie. (348) sacre-papillon.pdf nouvtable49.pdf

	1	2	3	4	6	8	9	12	13	16	18	5	7	10	11	14	15	17	19	20	21	22
1	1	2	3	4	6	8	9	12	13	16	18	5	7	10	11	14	15	17	19	20	21	22
2	2	4	6	8	12	16	18	1	3	9	13	10	14	20	22	5	7	11	15	17	19	21
3	3	6	9	12	18	1	4	13	16	2	8	15	21	7	10	19	22	5	11	14	17	20
4	4	8	12	16	1	9	13	2	6	18	3	20	5	17	21	10	14	22	7	11	15	19
6	6	12	18	1	13	2	8	3	9	4	16	7	19	14	20	15	21	10	22	5	11	17
8	8	16	1	9	2	18	3	4	12	13	6	17	10	11	19	20	5	21	14	22	7	15
9	9	18	4	13	8	3	12	16	2	6	1	22	17	21	7	14	20	15	10	19	5	14
12	12	1	13	2	3	4	16	6	18	8	9	14	15	5	17	7	19	20	21	10	22	11
13	13	3	16	6	9	12	2	18	8	1	4	19	22	15	3	21	11	14	17	7	20	10
16	16	9	2	18	4	13	6	8	1	3	12	11	20	22	15	17	10	19	5	21	14	7
18	18	13	8	3	16	6	1	9	4	12	2	21	11	19	14	22	17	7	20	15	10	5
5	5	10	15	20	7	17	22	14	19	11	21	2	12	4	9	1	6	16	3	8	13	18
7	7	14	21	5	19	10	17	15	22	20	11	12	3	1	8	6	13	4	18	2	9	16
10	10	20	7	17	14	11	21	5	15	22	19	4	1	8	18	2	12	9	6	16	3	13
11	11	22	10	21	20	19	7	17	5	15	14	9	8	18	6	16	4	3	2	13	1	12
14	14	5	19	10	15	20	11	7	21	17	22	1	6	2	16	12	3	8	13	4	18	9
15	15	7	22	14	21	5	20	19	11	10	17	6	13	12	4	3	18	2	9	1	16	8
17	17	11	5	22	10	21	15	20	14	19	7	16	4	9	3	8	2	13	1	18	12	6
19	19	15	14	7	22	14	10	21	17	5	20	3	18	6	2	13	9	1	16	12	8	4
20	20	17	14	11	5	22	19	10	7	21	15	8	2	16	13	4	1	18	12	9	6	3
21	21	19	17	15	11	7	5	22	20	14	10	13	9	3	1	18	16	12	8	6	4	2
22	22	21	20	19	17	15	14	11	10	7	5	18	16	13	12	9	8	6	4	3	2	1

On peut noter les symétries-miroir horizontale et verticale.

Module $n = 19$ (6 preq > 19/4)

18	16	15	14	13	12	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	18

Module $n = 21$ (4 preq < 21/4)

20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Module $n = 23$ (7 preq > 23/4)

22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

Module $n = 25$ (5 preq < 25/4)

24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Module $n = 27$ (6 preq < 27/4)

26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Module $n = 29$ (7 preq > 29/4)

28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28

Module $n = 31$ (9 preq > 31/4)

30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Module $n = 33$ (7 preq > 33/4)

32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32

Module $n = 35$ (7 preq > 35/4)

34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34

Module $n = 37$ (9 preq > 37/4)

36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Module $n = 39$ (8 preq > 39/4)

38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38

Module $n = 41$ (10 preq > 41/4)

40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38		

Module $n = 43$ (12 preq > 43/4)

42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38				

Module $n = 45$ (6 preq > 45/4)

44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38						

Module $n = 47$ (14 preq > 47/4)

46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38								

Module $n = 49$ (11 preq > 49/4)

48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38										

Module $n = 51$ (10 preq > 51/4)

50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38												

- 19.08.2016 : Peut-être faudrait-il considérer les nombres premiers impairs de la forme $4k+1$ comme des produits de la forme $(2\sqrt{k} + i)(2k - i)$ et les nombres premiers impairs $4k+3$ comme des produits de la forme $(2\sqrt{k} + 1)(2\sqrt{k} - 1)$. (345)
- 19.08.2016 : Soient deux opérateurs du plan: (344)
- f qui échange les coordonnées et g qui oppose la première coordonnée.
- Faisons les agir l'un avant l'autre, puis l'un après l'autre sur un point (x, y) .
- Dans le premier cas $(g \circ f)$, on obtient : $(x, y) \rightarrow (y, x) \rightarrow (-y, x)$.
- Dans le second cas $(f \circ g)$, on obtient : $(x, y) \rightarrow (-x, y) \rightarrow (y, -x)$.
- Rotation horaire, rotation anti-horaire, “remonter” le temps.
- 19.08.2016 : Ce qui est plaisant, ce n'est pas tant de voir la pensée en mouvement, c'est plutôt d'éprouver ce qui la fait accélérer. (343)

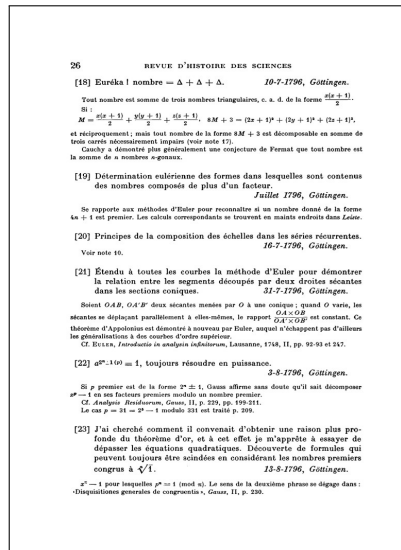
- 17.08.2016 : De visu (342) devisu.pdf
- 16.08.2016 : Plus de la moitié (341) lemmeG.pdf
- 12.08.2016 : Nombre de résidus quadratiques d'un nombre entier inférieurs à sa moitié (340) quainquaa.pdf
- 2016 : Images (339) images.pdf angela.pdf
- 04.08.2016 : Revenir à la somme des diviseurs d'Euler (338) sommediv4.pdf
- 02.08.2016 : en tentant de fabriquer des couples de nombres premiers d'écart 2 comme s'il en pleuvait, on a trouvé 7 couples sympathiques, parce qu'on les obtient par multiplication : (337)
- $72 = 6.12 = 4.18$, ou bien $108 = 6.18$, ou encore $432 = 6.72 = 4.108$ ou enfin $2592 = 6.432$. Les factorisations de ces nombres contiennent exclusivement des 2 et des 3.
- Les couples sympathiques sont $(5, 7), (11, 13), (71, 73), (17, 19), (107, 109), (431, 433)$ et $(2591, 2593)$. Ce sont leur "pairs" qu'on multiplie.
- Se reporter à ces pages pour tester la primalité
- 01.08.2016 : Etudier des nombres d'écarts (336) ecarts.pdf
- 17.07.2016 : Continuer (335) continuer.pdf sigma2ipisurp.pdf sigma-exp2ipisurp100.pdf
sigma-exp2ipisurp10000000.pdf

L'opérateur Snur_∞

$$\text{PlusUn} = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{2i\pi}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \exp\left(\frac{2i\pi}{3}\right) & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \exp\left(\frac{2i\pi}{5}\right) & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \exp\left(\frac{2i\pi}{7}\right) & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

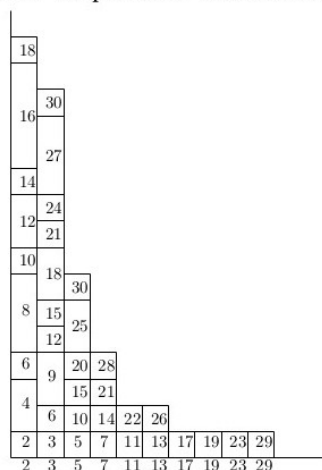
Denise Vella-Chemla J'ai trouvé mon espace 8 mai 2016 1 / 1

- 10.07.2016 : Tout nombre est somme de 3 nombres triangulaires ou somme de 4 nombres carrés. (334) tricpp.pdf Décomposition des nombres en 4 carrés en C++ quatre carres cpp.pdf Décomposition des nombres en 3 triangulaires en python tri python.pdf Décomposition des nombres en 4 carrés en Python quatre carres python.pdf

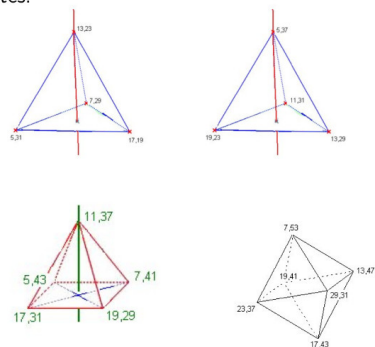


- Lien vers le journal de Gauss http://www.persee.fr/doc/rhs_0048-7996_1956_num_9_1_4346
- Résultat du programme de décomposition en trois triangulaires [reseureka.pdf](#)
- Résultat du programme de décomposition en quatre carrés [resquatrecarres.pdf](#)
- 03.07.2016 : Conjecture de Goldbach : programme en Python au lieu de C++ (333) [pgmccg-python.pdf](#)
- 25.06.2016 : Images (332) [ncgh.pdf](#)
- 19.06.2016 : Polygones, circuits (331) [gone.pdf](#)
- 26.06.2016, 12.07.2016: essais oubliés (330) [quadri.pdf](#) Si j'avais essayé de programmer, j'aurais vu qu'on peut difficilement obtenir un carré avec tous ces croisements... [petitpont.pdf](#) [matpassage.pdf](#) [cumuls-et-differences.pdf](#)
- 12.06.2016 : Tamis, inéquations quadratiques (329) [tamis.pdf](#)
- 07.06.2016 : 2016 – 1742 = 274 deuxmilleseize.pdf
- 22.05.2016 : Images parlantes

Annexe 3 : L' "empilement" des valuations p-adiques



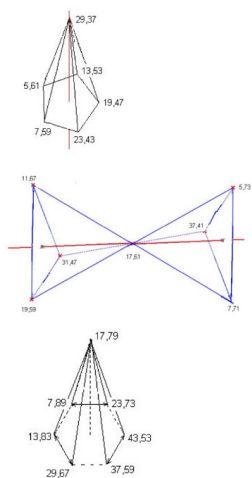
- **Théorie des groupes** : les décomposants de Goldbach sont des unités.



Denise Vella-Chemla

Etude de la Conjecture de Goldbach

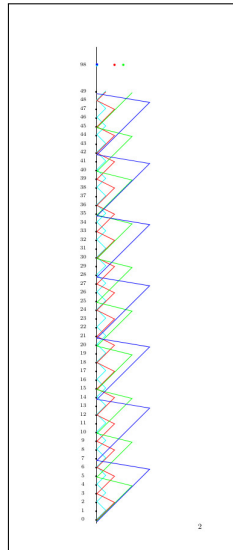
24/4/2012 41 / 63



Denise Vella-Chemla

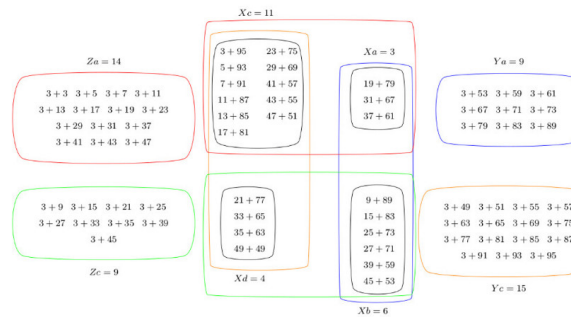
Etude de la Conjecture de Goldbach

24/4/2012 42 / 63



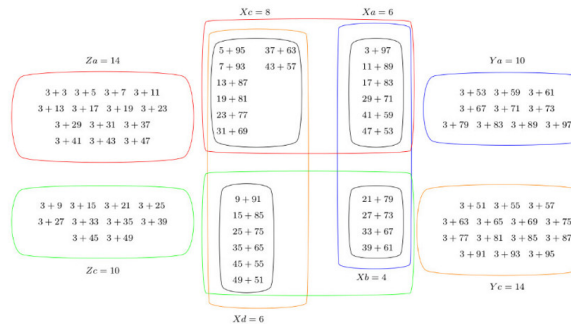
Bijections : visualisation du double comptage

- $n = 98$



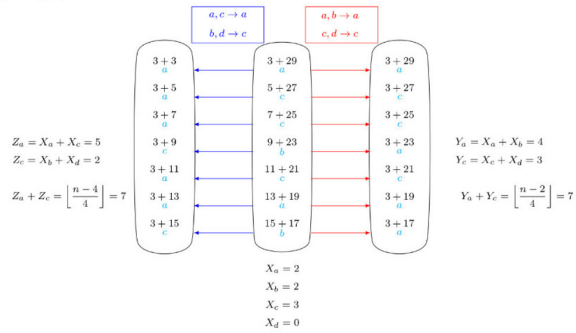
Bijections : visualisation du double comptage

- $n = 100$



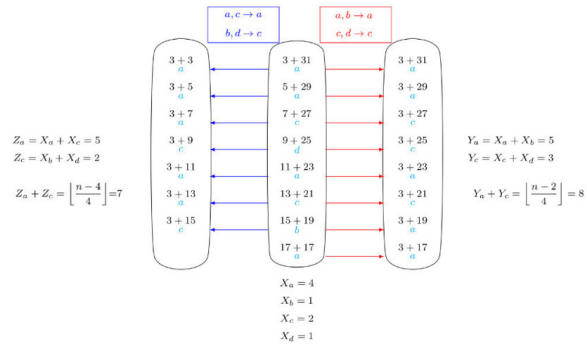
Bijections

- $n = 32$

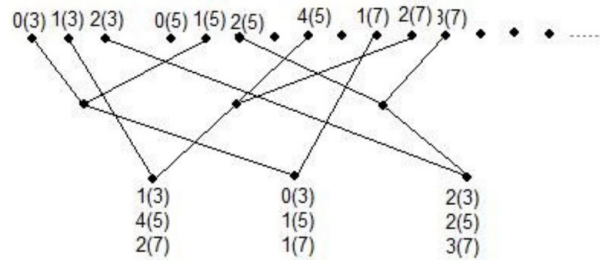


Bijections

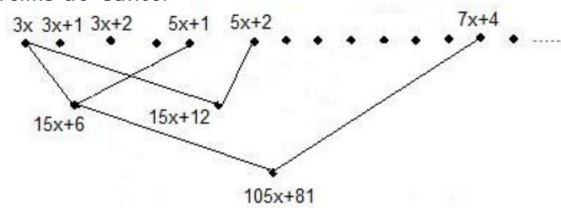
- $n = 34$



- Treillis de Cantor



- Treillis de Cantor

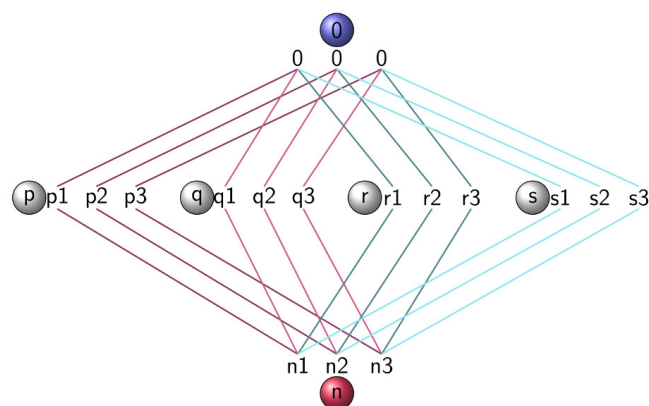


- L'Univers mathématique de Davis et Hersh

$20902 = 3 + 20899$	$20962 = 3 + 20959$
$20904 = 5 + 20890$	$20964 = 5 + 20959$
$20906 = 3 + 20903$	$20966 = 3 + 20963$
$20908 = 5 + 20903$	$20968 = 5 + 20963$
$20910 = 7 + 20903$	$20970 = 7 + 20963$
$20912 = 13 + 20899$	$20972 = 13 + 20959$
$20914 = 11 + 20903$	$20974 = 11 + 20963$
$20916 = 13 + 20903$	$20976 = 13 + 20963$
$20918 = 19 + 20899$	$20978 = 19 + 20959$
$20920 = 17 + 20903$	$20980 = 17 + 20963$
$20922 = 19 + 20903$	$20982 = 19 + 20963$
$20924 = 3 + 20921$	$20984 = 3 + 20981$

- des causes différentes peuvent produire les mêmes effets (congrus 2 à 2 modulo 3 et 5)...

Congruences



Notion d'invariant en informatique

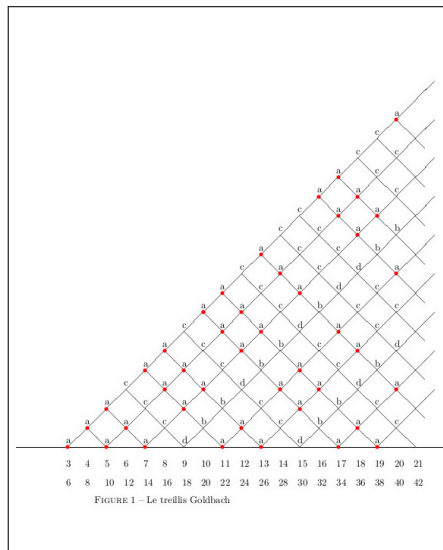
- trouver le double d'un nombre n :

```

X ← 0 ;
Y ← n ;
while (y > 0) {
  Y ← Y-1 ;
  X ← X+2 ;
}

```

Invariant de boucle : $(Y=0) \vee (X=2(n-Y))$.



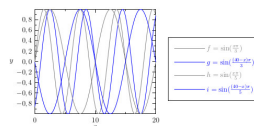
On ne réinterprète pas ici la représentation par les grilles de divisibilité qui nous a permis de mieux comprendre la conjecture de Goldbach et dont l'ensemble des nombres pairs 40 est représenté ci-dessous, 11 et 17, qui se sont divisibles ni par 3 ni par 5 et qui se partagent avec 40 au sein de leur reste dans des divisions euclidiennes par 3 et 5. (i.e. dans la colonne ne contenant pas de case coloriée) sont des décompositions de Goldbach de 40.

On a proposé à partir de ces grilles la possibilité de trouver les décompositions de Goldbach en calculant des produits de sinus.

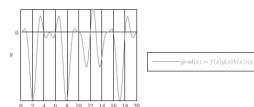
Les décompositions de Goldbach de n sont en effet les seuls nombres entiers impairs inférieurs à $n/2$ qui s'annulent par le produit suivant :

$$\prod_{k \in \mathbb{N}, 0 < k < n/2} \sin\left(\frac{k\pi}{p}\right) \sin\left(\frac{(n-k)\pi}{p}\right)$$

Les sinus correspondants au cas du nombre pair 40 (les repérer à la grille de divisibilité ci-dessus) sont :



Leur produit ne s'annule effectivement pas pour les nombres entiers impairs 11 et 17.

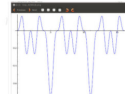


On peut établir une analogie entre ces sinus et les fonctions d'onde de la mécanique quantique. En posant l'analogie, on peut imaginer qu'on puisse établir une probabilité qu'un nombre pair ait un décomposé de Goldbach sans pouvoir établir sa valeur, selon une sorte de principe d'incertitude.

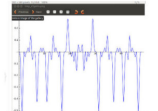
Enfin, si on souhaite établir une analogie avec la propriété d'interférence quantique, on associe à chaque case de la grille de divisibilité ci-dessus un q-bit qui est simultanément dans les états 0 et 1. On peut imaginer cette grille comme de taille infinie si on considère tous les nombres pairs d'un même comp. Le fait de faire

Annexe : 3 exemples de calculs de produits de sinusoides pour trouver les décomposants de Goldbach des nombres pairs 16, 48 et 96

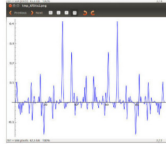
5 est décomposé de Goldbach de 16.



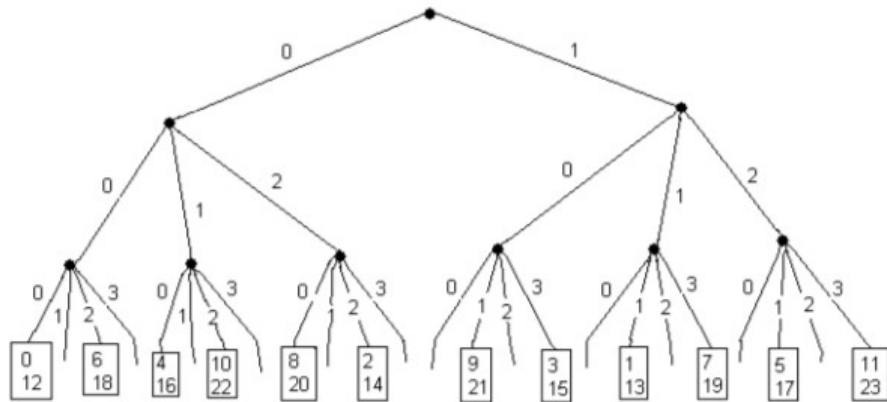
7, 11, 17 et 39 sont décomposés de Goldbach de 48.



19, 23 et 57 sont décomposés de Goldbach de 96.



4

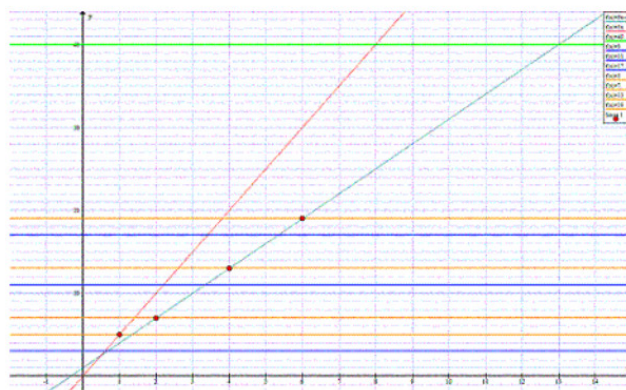


Annexe 2 : Table de la relation “est un résidu quadratique de”

Une croix dans la case à l'intersection de la colonne de 19 et de la ligne de 31 signifie que 19 est un résidu quadratique de 31. En effet, $19 \equiv 9^2 \pmod{31}$. Cette relation est non-commutative.

	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97
3	x																							
5		x																						
7			x																					
11				x																				
13					x																			
17						x																		
19							x																	
23								x																
29									x															
31										x														
37											x													
41												x												
43													x											
47														x										
53															x									
59																x								
61																	x							
67																		x						
71																			x					
73																				x				
79																					x			
83																						x		
89																							x	
97																								x

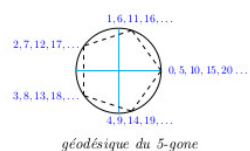
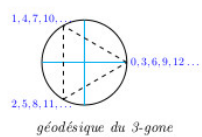
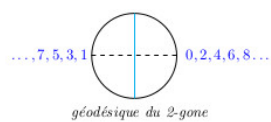
4 Présentation géométrique du même exemple



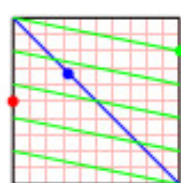
Sur le repère cartésien de la figure ci-dessus, la droite horizontale verte d'équation $y = 40$ correspond au nombre 40.

Les restes de 40 selon les modules 3 et 5 se lisent sur l'axe des ordonnées (on a omis d'illustrer que 40 est pair pour augmenter la lisibilité de la figure).

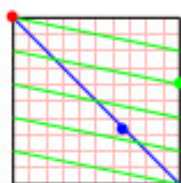
Exemples de géodésiques :



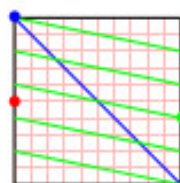
Présentons sur 10 représentations planes de tores les points associés aux nombres de 1 à 10.



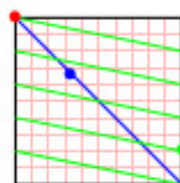
restes de 1



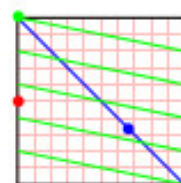
restes de 2



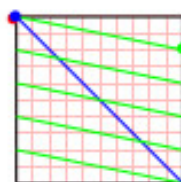
restes de 3



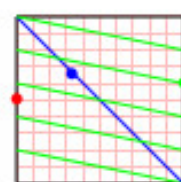
restes de 4



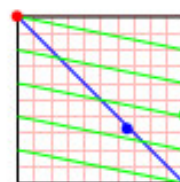
restes de 5



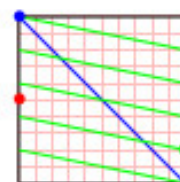
restes de 6



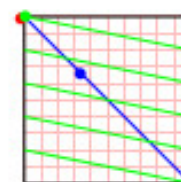
restes de 7



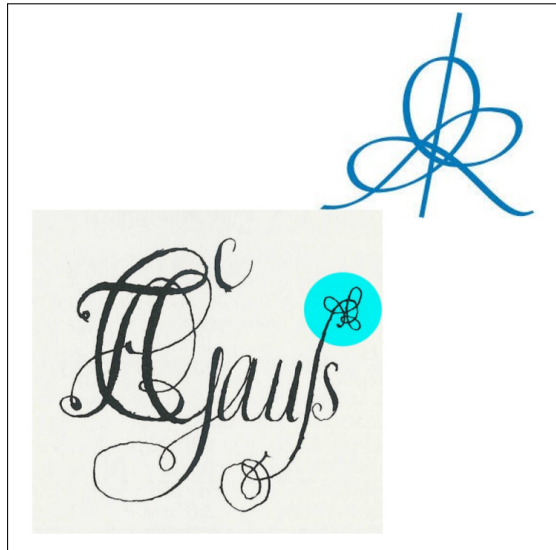
restes de 8



restes de 9



restes de 10



Interlude : Chinese Remainders Theorem

- Let us try to solve :

$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{7} \end{cases}$$

- We set $M = 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$.

$$\begin{array}{lll} M_1 = M/3 = 105/3 = 35 & 35 \cdot y_1 \equiv 1 \pmod{3} & y_1 = 2 \\ M_2 = M/5 = 105/5 = 21 & 21 \cdot y_2 \equiv 1 \pmod{5} & y_2 = 1 \\ M_3 = M/7 = 105/7 = 15 & 15 \cdot y_3 \equiv 1 \pmod{7} & y_3 = 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x &\equiv r_1 \cdot M_1 \cdot y_1 + r_2 \cdot M_2 \cdot y_2 + r_3 \cdot M_3 \cdot y_3 \\ &\equiv 1 \cdot 35 \cdot 2 + 3 \cdot 21 \cdot 1 + 5 \cdot 15 \cdot 1 = 70 + 63 + 75 = 208 \equiv 103 \pmod{105} \end{aligned}$$

that are the natural integers of the sequence : **103, 208, 313, ...**

i.e. from the arithmetic progression : **$105k + 103$**

- Ambiguity, Galois theory, invariant function by a roots permutation

Interlude : Chinese Remainders Theorem

- If we had to solve nearly the same congruences system, but with one congruence less :

$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{7} \end{cases}$$

- We set $M' = 5 \cdot 7 = 35$.

$$\begin{array}{lll} M'_1 = M'/5 = 7 & 7 \cdot y'_1 \equiv 1 \pmod{5} & y'_1 = 3 \\ M'_2 = M'/7 = 5 & 5 \cdot y'_2 \equiv 1 \pmod{7} & y'_2 = 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x &\equiv r'_1 \cdot M'_1 \cdot y'_1 + r'_2 \cdot M'_2 \cdot y'_2 \\ &\equiv 3 \cdot 7 + 5 \cdot 3 = 63 + 75 = 138 \equiv 33 \pmod{35} \end{aligned}$$

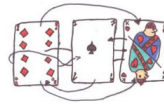
that are natural integers from the sequence :

33, 68, 103, 138, 173, 208, 243, ...

i.e. from the arithmetic progression : **$35k + 33$**

Échanger, permuter

- Jeu du bonneteau



- Jeu du taquin ou pousse-pousse (cf Bicentenaire)



- Pouss-Pouss (La tige en plastique finit par prendre la place de la glace à l'intérieur du cylindre.)



Navigation icons: back, forward, search, etc.

Denise Chemla

Conjecture de Goldbach et corps de restes

Octobre 2013

3 / 1

Permuter deux variables en informatique

- $X \leftrightarrow Y$

- *méthode 1 :*

$X \leftarrow 1$
 $Y \leftarrow 0$

$X \leftarrow Y$
 $Y \leftarrow X$

$X \neq Y ?$

$X=0, Y=0$



Navigation icons: back, forward, search, etc.

Denise Chemla

Conjecture de Goldbach et corps de restes

Octobre 2013

4 / 1

Permuter deux variables en informatique

- *méthode 2 :*

$X \leftarrow 1$
 $Y \leftarrow 0$

$Z \leftarrow X$
 $X \leftarrow Y$
 $Y \leftarrow Z$

$X \neq Y ?$

$X=0, Y=1$



Navigation icons: back, forward, search, etc.

Denise Chemla

Conjecture de Goldbach et corps de restes

Octobre 2013

5 / 1

Les tirettes de Laisant

- **Charles-Ange Laisant** : Sur un procédé expérimental de vérification de la conjecture de Goldbach, Bulletin de la SMF, 25, 1897.
- *“Ce fameux théorème empirique : Tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers, dont la démonstration semble dépasser les possibilités scientifiques actuelles, a fait l’objet de nombreux travaux et de certaines contestations. Lionnet a tenté d’établir que la proposition devait probablement être inexacte. M. Georg Cantor l’a vérifiée numériquement jusqu’à 1000, en donnant pour chaque nombre pair toutes les décompositions en deux nombres premiers, et il a remarqué que le nombre de ces décompositions ne cesse de croître en moyenne, tout en présentant de grandes irrégularités.”*

Denise Vella-Chemla

Conjecture de Goldbach et langage à 4 lettres

Avril 2014 2 / 27

Booléens

- On représente la primalité par des booléens.
- 0 signifie *est premier*, 1 signifie *est composé*.
- $23 \rightarrow 0$
- $25 \rightarrow 1$
- | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 | 29 | ... |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | ... |

Denise Vella-Chemla

Conjecture de Goldbach et langage à 4 lettres

Avril 2014 6 / 27

Copie de l'espace : matrices à 2 booléens

- On représente les décompositions de n en sommes de deux nombres impairs par des matrices à 2 booléens (le booléen du nombre le plus petit en bas).
- $28 = \underset{p}{5} + \underset{p}{23} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = a$
- $28 = \underset{c}{9} + \underset{p}{19} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = b$
- $28 = \underset{p}{3} + \underset{c}{25} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = c$
- $40 = \underset{c}{15} + \underset{c}{25} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = d$

Denise Vella-Chemla

Conjecture de Goldbach et langage à 4 lettres

Avril 2014 7 / 27

Exemple :

$$\begin{aligned}
 98 &\equiv 3 \pmod{5} & (98-3=95 \text{ et } 5 \mid 95) \\
 98 &\equiv 5 \pmod{3} & (98-5=93 \text{ et } 3 \mid 93) \\
 98 &\equiv 7 \pmod{7} & (98-7=91 \text{ et } 7 \mid 91) \\
 98 &\equiv 11 \pmod{3} & (98-11=87 \text{ et } 3 \mid 87) \\
 98 &\equiv 13 \pmod{5} & (98-13=85 \text{ et } 5 \mid 85) \\
 98 &\equiv 17 \pmod{3} & (98-17=81 \text{ et } 3 \mid 81) \\
 \\
 98 &\not\equiv 19 \pmod{3} & (98-19=79 \text{ et } 3 \nmid 79) \\
 98 &\not\equiv 19 \pmod{5} & (98-19=79 \text{ et } 5 \nmid 79) \\
 98 &\not\equiv 19 \pmod{7} & (98-19=79 \text{ et } 7 \nmid 79)
 \end{aligned}$$

• Théorème des restes chinois

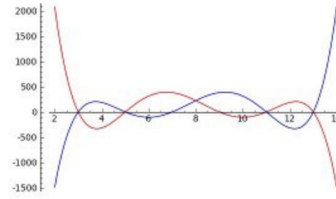
- $$\begin{cases} n \equiv 1 \pmod{3} \\ n \equiv 3 \pmod{5} \\ n \equiv 5 \pmod{7} \end{cases}$$
- $5 \times 7 = 35, 3 \times 7 = 21, 3 \times 5 = 15, 3 \times 5 \times 7 = 105.$
- $2 \times 35 \equiv 1 \pmod{3}, 21 \equiv 1 \pmod{5}, 15 \equiv 1 \pmod{7}$
- $1 \times 70 + 3 \times 21 + 5 \times 15 = 70 + 63 + 75 = 208 = 103 \pmod{105}$ qui sont les nombres de la suite **103, 208, 313, ...**
- $$\begin{cases} n \equiv 3 \pmod{5} \\ n \equiv 5 \pmod{7} \end{cases}$$
- $3 \times 21 + 5 \times 15 = 63 + 75 = 138 = 33 \pmod{35}$ qui sont les nombres de la suite 33, 68, **103**, 138, 173, **208**, 243, 278, **313**, ...

• Journal mathématique de Gauss

- 14 mai 1796 (Göttingen) :
écrit la conjecture de Goldbach
(*Numeri cuiusvis divisibilitas varia in binos primos.*)
- 21 octobre 1796 (Brunswick) :
Vicimus Gegan.
- Préface à la traduction du journal (Eymard et Lafon) :
A plusieurs reprises, nous voyons Gauss découvrir d'importants théorèmes par des essais numériques et provoquer l'heureuse rencontre des chiffres, forçant ensuite la démonstration rigoureuse par une recherche de plusieurs mois.

- Bicentenaire de la naissance de Galois : équations algébriques (conférence de Pierre Cartier à l'Institut Océanographique, 26 octobre 2011)
- Nullité du résultant d'une matrice de Sylvester

```
f=plot(x^5-39*x^4+574*x^3-3954*x^2+12673*x-15015,(x,2,14),rgbcolor=(0,0,1))
g=plot(-x^5+41*x^4-638*x^3+4654*x^2-15681*x+19305,(x,2,14),rgbcolor=(1,0,0))
show(f+g)
```



$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & -3a_1n - a_2 & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & 3a_1n^2 + 2a_2n + a_3 & -3a_1n - a_2 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & -a_1n^3 - a_2n^2 - a_3n - a_4 & 3a_1n^2 + 2a_2n + a_3 & -3a_1n - a_2 \\ a_4 & a_3 & a_2 & 0 & -a_1n^3 - a_2n^2 - a_3n - a_4 & 3a_1n^2 + 2a_2n + a_3 \\ 0 & a_4 & a_3 & 0 & 0 & -a_1n^3 - a_2n^2 - a_3n - a_4 \\ 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le résultant des deux polynômes en fonction de n vaut :

$$-n^9 + 90n^8 - 3576n^7 + 82320n^6 - 1209744n^5 + 11767200n^4 - 75743744n^3 + 311032320n^2 - 739123200n + 774144000$$

et se factorise en :

$$-(n-6)(n-8)^2(n-10)^3(n-12)^2(n-14)$$

Passons au nombre pair 12. Les nombres premiers impairs sont 3, 5, 7 et 11 fournissent les valeurs suivantes des coefficients des deux polynômes :

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ a_2 &= -26 \\ a_3 &= 236 \\ a_4 &= -886 \\ a_5 &= 1155 \\ b_5 &= a_1n^4 + a_2n^3 + a_3n^2 + a_4n + a_5 \\ b_4 &= -4a_1n^3 - 3a_2n^2 - 2a_3n - a_4 \\ b_3 &= 6a_1n^2 + 3a_2n + a_3 \\ b_2 &= -4a_1n - a_2 \\ b_1 &= a_1 \end{aligned}$$

Le résultant des deux polynômes vaut :

$$\begin{aligned} n^{16} - 208n^{15} + 20140n^{14} - 1204960n^{13} + 49855072n^{12} - 1512487936n^{11} + 34800798080n^{10} \\ - 619431879680n^9 + 8618999904128n^8 - 94050771759104n^7 + 802095988997120n^6 \\ - 5289268303093760n^5 + 26434722173927424n^4 - 96780810002890752n^3 \\ + 24474134043268160n^2 - 381863291623833600n + 276876106924032000 \end{aligned}$$

Il se factorise en $(n-6)(n-8)^2(n-10)^3(n-12)^2(n-14)^3(n-16)^2(n-18)^2(n-22)$ et s'annule bien en 12.

- préface de Galois à ses "deux mémoires d'Analyse pure" → préfigure le partage actuel de la connaissance via la toile.
- *On doit prévoir que, traitant des sujets aussi nouveaux, hasardé dans une voie aussi insolite, bien souvent des difficultés se sont présentées que je n'ai su vaincre. Aussi, dans ces deux mémoires et surtout dans le second qui est plus récent, trouvera-t-on souvent la formule : "Je ne sais pas."*. La classe des lecteurs dont j'ai parlé au commencement ne manquera pas d'y trouver à rire. C'est que malheureusement on ne se doute pas que le livre le plus précieux du plus savant serait celui où il dirait tout ce qu'il ne sait pas, c'est qu'on ne se doute pas qu'un auteur ne nuit jamais tant à ses lecteurs que quand il dissimule une difficulté. Quand la concurrence, c'est à dire l'égoïsme, ne règnera plus dans les sciences, quand on s'associera pour étudier, au lieu d'envoyer aux Académies des paquets cachetés, on s'empressera de publier les moindres observations pour peu qu'elles soient nouvelles, et on ajoutera : "Je ne sais pas le reste".

Examples study : Example 2

- Why 3 is a 40's Goldbach decomponent ?

$$\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \quad \bar{0} \quad \bar{1} \quad \bar{2}$$

$$\mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \quad \bar{0} \quad \bar{1} \quad \bar{2} \quad \bar{3} \quad \bar{4}$$

$$\mathbb{Z}/7\mathbb{Z} \quad \bar{0} \quad \bar{1} \quad \bar{2} \quad \bar{3} \quad \bar{4} \quad \bar{5} \quad \bar{6}$$

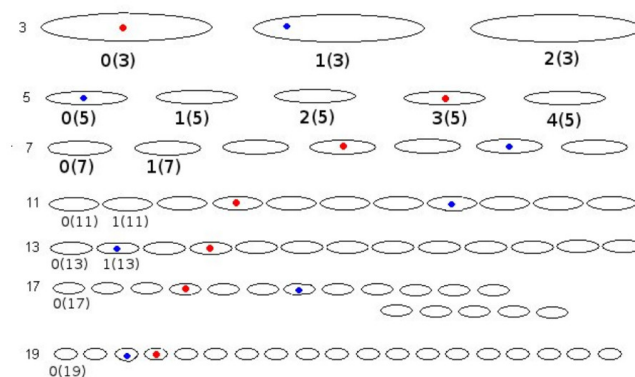
$$\mathbb{Z}/11\mathbb{Z} \quad \bar{0} \quad \bar{1} \quad \bar{2} \quad \bar{3} \quad \bar{4} \quad \bar{5} \quad \bar{6} \quad \bar{7} \quad \bar{8} \quad \bar{9} \quad \bar{10}$$

3's equivalence class in each finite field,

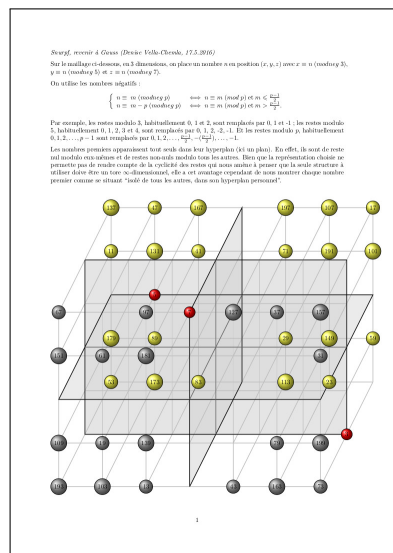
40's equivalence class in each finite field.

- Conclusion : $\forall m \in \mathbb{P}_2^*(40), 3 \not\equiv 40 \pmod{m}$
3 is a 40's Goldbach decomponent.
Indeed, $40 = 3 + 37$ with 3 and 37 primes.

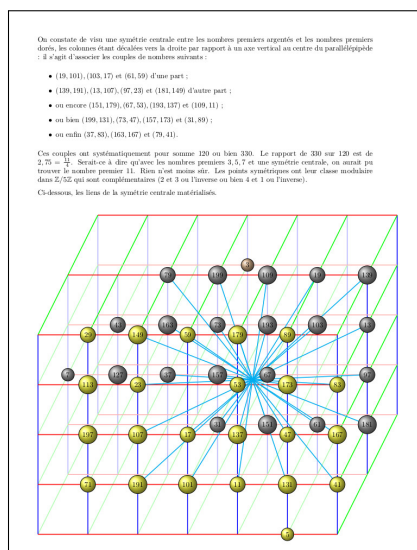
• Ensembles de Cantor ($40=3+37$)

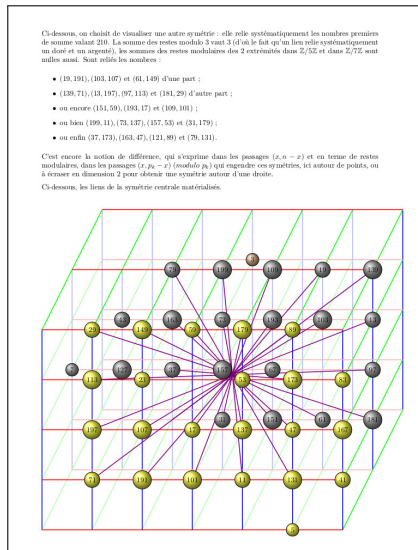


- 21.05.2016 : Coder pour jouer (328) dualite.pdf
- 21.05.2016 : Programme préféré : somme de cosinus (327) pgm-prefere.pdf
- 17.05.2016 : Insularité des nombres premiers (326) snurpfG.pdf

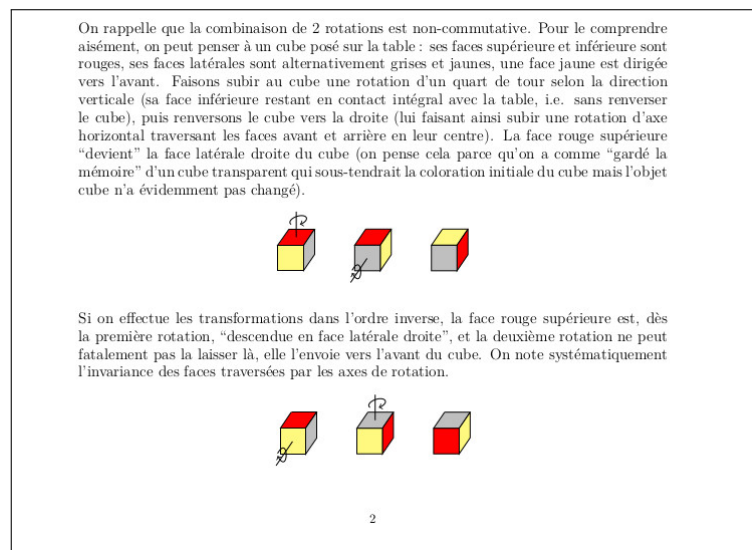


- 14.05.2016 : Initiale G (325) code-g.pdf
- 14.05.2016 : Premiers en 3D, symétrie centrale (324) snurpfsym.pdf





- 13.05.2016 : Premiers en 3D, pelote embrouillée (323) snurpf2.pdf
- 10.05.2016 : Snurpf, reprisé (322) snurpf.pdf
- 08.05.2016 : Infiniment tore (321) tore.pdf



- 05.05.2016 : Cromagnon child (320) cromagnon-child.pdf
- 04.05.2016 : Entrelacs premiers (319) entrelacs.pdf
- 29.04.2016 : Pgcd tropical (318) pgcd-tropical.pdf
- 26.04.2016 : Rectangles (317) rectangles.pdf
- 26.04.2016 : cette nuit, la fusée Soyouz a décollé de Kourou pour lâcher dans l'espace le satellite Microscope (ainsi qu'un autre satellite). Ce petit laboratoire de l'espace est destiné

à vérifier l'expérience de Galilée (tous les corps en chute libre tombent à la même vitesse) avec une précision inégalée (10-15). Souvenirs d'une belle expérience scolaire en lien avec la société ArianeEspace (tous les élèves avaient été très fiers de recevoir un pin et un stylo-fusée Ariane, pour les récompenser de leur investissement et de la pertinence de leurs questions.) (316)

- 24.04.2016 : Entiers de prince (315) entiers-de-prince.pdf
- 21.04.2016 : Nouvelle sidérante (ade4il2norstuv), Denise Vella tourne (ade4il2norstuv)... en rond ! Mieux ça que foncer dans le mur. (314) rond.pdf
- 08.04.2016 : Matrices gigognes (313) matfract.pdf
- 06.04.2016 : Transitions (312) transitions.pdf
- 06.04.2016 : Entrechocs, entrelacs (311) entrechocs.pdf
- 29.03.2016 : Champ de lettres (310) champ-de-lettres.pdf
- 26.03.2016 : Matrices idempotentes (309) mat-idempotentes.pdf
- 20.03.2016 : Petit pont vers la mécanique quantique (308) mat-quant-d.pdf
- 06.03.2016 : Je crois avoir atteint mon objectif en étudiant essentiellement 4 booléens.
- On pourrait peut-être établir un pont vers une matrice de densité 2×2 composée de 4 éléments de valeur $1/2$; cette matrice est la matrice d'une projection sur la diagonale principale, elle est idempotente. (307)droledemat.pdf
- 13.02.2016 : Ecriture p -adique, écriture en base p (306) padic.pdf

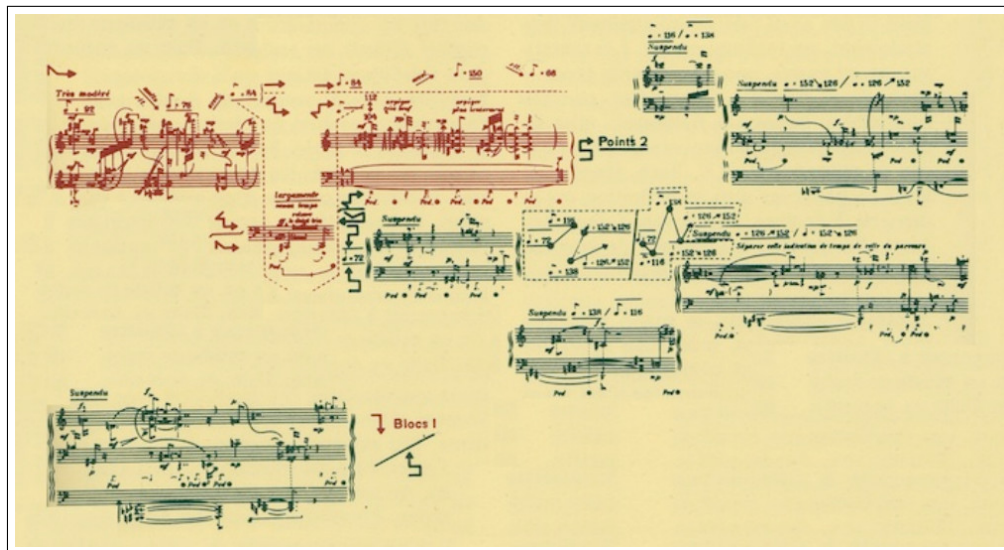
Écriture p-adique, écriture en base p (Denise Vella-Chemla, 13.02.2016)

On écrit les nombres de 1 à 100 sous leur forme 2-adique, 3-adique, 5-adique et 7-adique. Les nombres premiers p (en bleu) ont évidemment leur "dernier caractère" non nul dans toutes les écritures autres que p -adique : à savoir du coefficient de la puissance nulle de p , noté à droite, comme dans la numération décimale. On ne notera pas par ... la répétition infinie d'un nombre dans son écriture p -adique, sur la gauche au début de chaque écriture entre crochets.

n	2-adique	3-adique	5-adique	7-adique	n	2-adique	3-adique	5-adique	7-adique
1	1	1	1	1	51	111,11,3,5,3,1	111,25,5,5	111,11	111,2,2
2	2	2	2	2	52	112,20,4,4,0,0	112,25,7,1	112,2,2	112,1,1
3	3	3	3	3	53	113,10,5,5,1,1	113,26,6,2	113,1,1	113,1,1
4	4	4	4	4	54	114,22,6,6,2,0	114,0,0,0	114,4,4	114,5,5
5	5	5	5	5	55	115,10,5,5,2,1	115,26,7,2	115,0,0	115,2,2
6	6	6	6	6	56	116,20,4,4,0,0	116,2,2,2	116,2,2	116,2,2
7	7	7	7	7	57	117,25,5,5,1,1	117,5,5,5	117,7,7	117,4,1
8	8	8	8	8	58	118,26,12,4,0,0	118,6,6,6	118,4,4	118,2,2
9	9	9	9	9	59	119,27,13,5,3,1	119,6,6,6	119,6,6	119,10,10
10	10	10	10	10	60	120,28,12,4,0,0	120,6,6,6	120,11,11	120,1,1
11	11	11	11	11	61	121,29,13,5,3,1	121,7,7,7	121,11,11	121,12,12
12	12	12	12	12	62	122,30,14,6,4,0,0	122,8,8,8	122,12,12	122,1,1
13	13	13	13	13	63	123,31,15,7,5,1	123,9,9,9	123,13,13	123,1,1
14	14	14	14	14	64	124,32,16,8,6,2,0	124,10,1,1	124,14,14	124,1,1
15	15	15	15	15	65	125,33,17,9,7,3,1	125,11,2,2	125,15,15	125,1,1
16	16	16	16	16	66	126,34,18,10,8,4,0,0	126,12,3,3	126,16,16	126,1,1
17	17	17	17	17	67	127,35,19,11,9,5,1,1	127,13,4,4	127,17,17	127,1,1
18	18	18	18	18	68	128,36,20,12,10,6,2,0	128,14,5,5	128,18,18	128,1,1
19	19	19	19	19	69	129,37,21,13,11,7,3,1	129,15,6,6	129,19,19	129,1,1
20	20	20	20	20	70	130,38,22,14,12,8,4,0,0	130,16,7,7	130,20,20	130,1,1
21	21	21	21	21	71	131,39,23,15,13,9,5,1,1	131,17,8,8	131,21,21	131,1,1
22	22	22	22	22	72	132,40,24,16,14,10,6,2,0	132,18,9,9	132,22,22	132,1,1
23	23	23	23	23	73	133,41,25,17,15,11,7,3,1	133,19,10,10	133,23,23	133,1,1
24	24	24	24	24	74	134,42,26,18,16,12,8,4,0,0	134,20,11,11	134,24,24	134,1,1
25	25	25	25	25	75	135,43,27,19,17,13,9,5,1,1	135,21,12,12	135,25,25	135,1,1
26	26	26	26	26	76	136,44,28,20,18,14,10,6,2,0	136,22,13,13	136,26,26	136,1,1
27	27	27	27	27	77	137,45,29,21,19,15,11,7,3,1	137,23,14,14	137,27,27	137,1,1
28	28	28	28	28	78	138,46,30,22,20,16,12,8,4,0,0	138,24,15,15	138,28,28	138,1,1
29	29	29	29	29	79	139,47,31,23,21,17,13,9,5,1,1	139,25,16,16	139,29,29	139,1,1
30	30	30	30	30	80	140,48,32,24,22,18,14,10,6,2,0	140,26,17,17	140,30,30	140,1,1
31	31	31	31	31	81	141,49,33,25,23,19,15,11,7,3,1	141,27,18,18	141,31,31	141,1,1
32	32	32	32	32	82	142,50,34,26,24,20,16,12,8,4,0,0	142,28,19,19	142,32,32	142,1,1
33	33	33	33	33	83	143,51,35,27,25,21,17,13,9,5,1,1	143,29,20,20	143,33,33	143,1,1
34	34	34	34	34	84	144,52,36,28,26,22,18,14,10,6,2,0	144,30,21,21	144,34,34	144,1,1
35	35	35	35	35	85	145,53,37,29,27,23,19,15,11,7,3,1	145,31,22,22	145,35,35	145,1,1
36	36	36	36	36	86	146,54,38,30,28,24,20,16,12,8,4,0,0	146,32,23,23	146,36,36	146,1,1
37	37	37	37	37	87	147,55,39,31,29,25,21,17,13,9,5,1,1	147,33,24,24	147,37,37	147,1,1
38	38	38	38	38	88	148,56,40,32,30,26,22,18,14,10,6,2,0	148,34,25,25	148,38,38	148,1,1
39	39	39	39	39	89	149,57,41,33,31,27,23,19,15,11,7,3,1	149,35,26,26	149,39,39	149,1,1
40	40	40	40	40	90	150,58,42,34,32,28,24,20,16,12,8,4,0,0	150,36,27,27	150,40,40	150,1,1
41	41	41	41	41	91	151,59,43,35,33,29,25,21,17,13,9,5,1,1	151,37,28,28	151,41,41	151,1,1
42	42	42	42	42	92	152,60,44,36,34,30,26,22,18,14,10,6,2,0	152,38,29,29	152,42,42	152,1,1
43	43	43	43	43	93	153,61,45,37,35,31,27,23,19,15,11,7,3,1	153,39,30,30	153,43,43	153,1,1
44	44	44	44	44	94	154,62,46,38,36,32,28,24,20,16,12,8,4,0,0	154,40,31,31	154,44,44	154,1,1
45	45	45	45	45	95	155,63,47,39,37,33,29,25,21,17,13,9,5,1,1	155,41,32,32	155,45,45	155,1,1
46	46	46	46	46	96	156,64,48,40,38,34,30,26,22,18,14,10,6,2,0	156,42,33,33	156,46,46	156,1,1
47	47	47	47	47	97	157,65,49,41,39,35,31,27,23,19,15,11,7,3,1	157,43,34,34	157,47,47	157,1,1
48	48	48	48	48	98	158,66,50,42,40,36,32,28,24,20,16,12,8,4,0,0	158,44,35,35	158,48,48	158,1,1
49	49	49	49	49	99	159,67,51,43,41,37,33,29,25,21,17,13,9,5,1,1	159,45,36,36	159,49,49	159,1,1
50	50	50	50	50	100	160,68,52,44,42,38,34,30,26,22,18,14,10,6,2,0	160,46,37,37	160,50,50	160,1,1

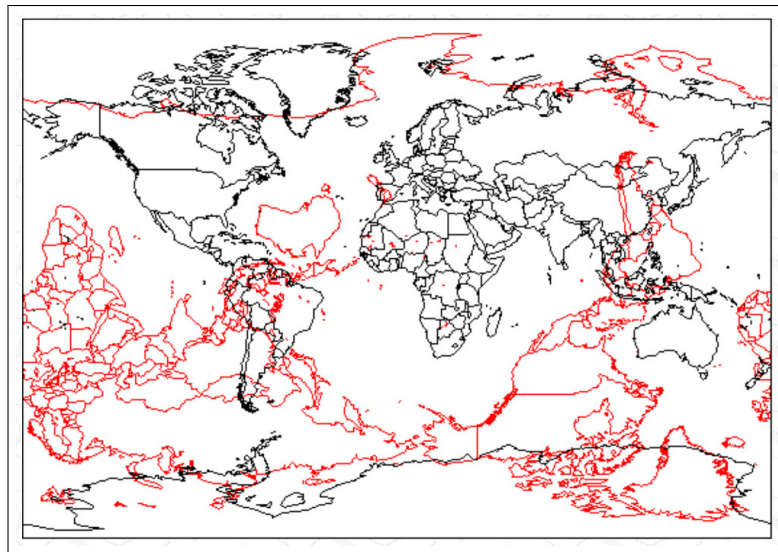
- 08.02.2016 : Premiers les plus proches possible (305) gemeaux.pdf

- 05.01.2016 : Pierre Boulez : Constellation-Constellation reflet, points, blocs, forme ouverte ou bien Répons.

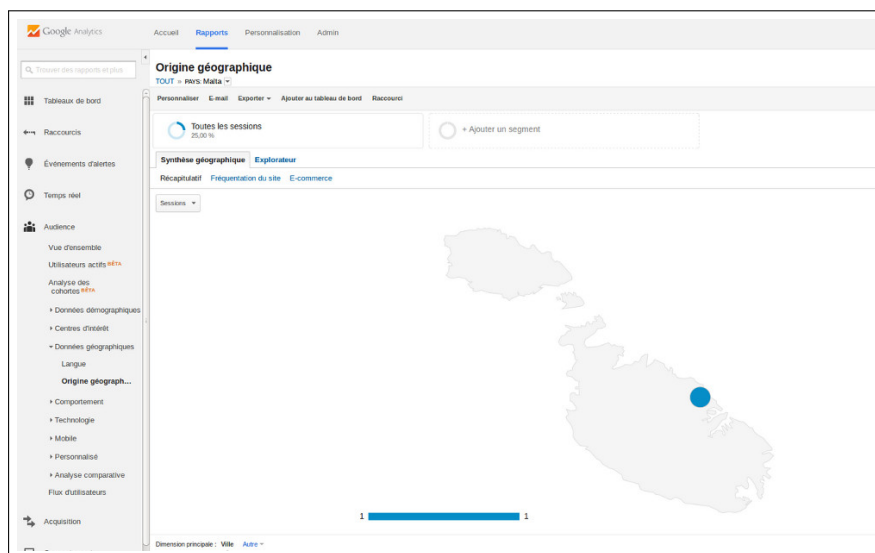


- “Un coup de dés jamais n’abolira le hasard” (Stéphane Mallarmé)
- Une vidéo de la collection “la mémoire du Collège de France”
- 03.01.2016 : Doubles de pairs entre deux nombres premiers, comptages de lettres, régularités (304) reprise.pdf
- 02.01.2016 : Comptages de lettres, régularités (303) nabcd.pdf
- 12.12.2015 : Nombres premiers d’écart 2 et mots (302) gemautomate.pdf
- 03.12.2015 : Pépite pour groupies (extrait d’une lettre de Donald Knuth à Antony Hoare, dans un transparent de Thierry Coquand, le concepteur de Coq - issu de sa présentation Théorie des types dépendants et axiome d’univalence - projet CATHRE) (301) dkah.pdf

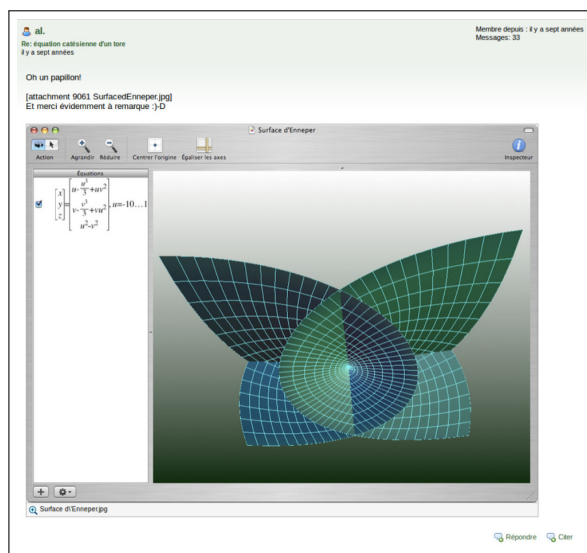
- 02.12.2015 : Nombres premiers d'écart 2 qui voient leurs restes perturbés (300) gemeaux-perturbes.pdf
- 01.11.2015 : Projections (299) projections.pdf
- 31.10.2015 : Champ de lettres (298) champ-de-lettres.pdf
- 19.10.2015 : C'est la première fois que je lis une portion du paragraphe contenant la fameuse citation de David Hilbert, extraite de son discours au Congrès des mathématiciens de 1900 à Paris ; l'extrait est encore plus sublime que la phrase seule : "Il ne faut pas croire ceux qui, aujourd'hui, avec un air philosophique et d'un ton supérieur, prédisent la décadence culturelle et se complaisent dans l'ignorabimus. Pour nous, il n'y a pas d'ignorabimus et selon moi, surtout pas en sciences. Au lieu d'un ignorabimus insensé, notre devise doit être au contraire : "nous devons savoir, nous saurons" ". (297)
- 30.09.2015 : Cherche une maille de taille 4 pour le tissage (296) tisse4.pdf
- 12.09.2015 : Revenir au maillage (295) tisse4.pdf
- 12.09.2015 : Opérateurs sans intérêt (294) etoile.pdf
- 08.09.2015 : Tête qui tourne (une carte antipodale permet de situer le point opposé d'un point sur la sphère) (293)



- 24.08.2015 : Un cadeau ! (292)



- ♥♥ 24.08.2015 : Distance suprême (291) [distancesupreme.pdf](#)
- ♥♥ 01.08.2015 : Calculer l'indicateur d'Euler des nombres par un calcul matriciel (290) [matindicEuler.pdf](#)
- ♥♥ 30.07.2015 : Spectres (289) [spectre.pdf](#)
- ♥♥ 29.07.2015 : Calculer les sommes de diviseurs par un calcul matriciel (288) [matdiv-modif.pdf](#)
- ♥♥ 27.07.2015 : Matrices, sommes de diviseurs, produits de restes (287) [madivarestes.pdf](#)
- 26.07.2015 : Continuer à chercher... un calcul matriciel (286) [juillet2015.pdf](#)
- 18.07.2015 : Sommes de cosinus et polynômes de Tchebychev (285) [matrices-polynomes-de-Tchebychev.pdf](#)
- 16.07.2015 : Sommes de cosinus et matrices (284) [matcos.pdf](#)
- 15.07.2015 : À tore ou à raison ? (283) [torest.pdf](#)
- 14.07.2015 : Une citation d'Einstein, extraite de sa biographie par Abraham Pais "Subtle is the Lord" : "ce qui a peut-être été négligé, c'est l'irrationnel et l'incohérent, la drôlerie, voire la déraison que la nature, dans son activité inépuisable et, semble-t-il, pour son propre amusement, implante en chaque individu. Mais ces éléments, seul l'individu peut les discerner dans le creuset de son esprit". (282) [tore-premiers.pdf](#)
- 12.07.2015 : Tore et divisibilité (281)
- 10.07.2015 : "surface d' n pair" trouvée sur le forum [les-mathematiques.net](#) (euh, non, "surface d'Enneper") (merci au dessinateur) (280)



- 07.07.2015 : Epingler les restes modulaires sur le tore (279) torus-tours.pdf nnmoinsun.pdf
9.07.2015 : ccl-torus-tours.pdf
- 24.06.2015 : Matrices d'entiers et découverte merveilleuse d'Euler concernant la somme des diviseurs (278) juin-discret.pdf
- 23.06.2015 : Discret / continu (277) juin-dico.pdf
- 20.06.2015 : Autres petites idées (276) juin-operateur.pdf
- 17.06.2015 : Petites idées (275) juin2015.pdf
- John Nash (13.06.1928 - 23.05.2015), interviewé la veille de la remise du prix Abel 2015, au sujet de son travail sur l'hypothèse de Riemann : "Well, I think it is a sort of rumour or a myth that I actually made a frontal attack on the hypothesis. I was cautious. I am a little cautious about my efforts when I try to attack some problem because the problem can attack back, so to say."
- 23.05.2015 : Moments chantés, même enchantée (274)
- 11.05.2015 : Rêves sonores, rêves aquatiques (273) chladni-sg.pdf
- 11.05.2015 : Arpenter la sphère (272) sphere2.pdf
- 22.10.2014 : Relations invariantes entre nombres de décompositions de Goldbach codées dans un langage à 4 lettres (271) nombres-et-lettres.pdf

Résumé

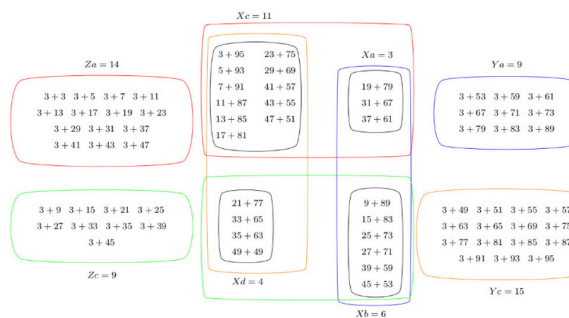
- $X_a : p + p$
- $X_b : c + p$
- $X_c : p + c$
- $X_d : c + c$
- $Z_a : 3 + p,$ $(p < n/2)$
- $Z_c : 3 + c,$ $(c < n/2)$
- $Y_a : 3 + p,$ $(p \geq n/2)$
- $Y_c : 3 + c,$ $(c \geq n/2)$
- $\{3 + p_k\} \quad Y_a = X_a + X_b \quad \{p + p_i\} \cup \{c + p_j\} \quad (p_i, p_j, p_k \geq n/2)$
- $\{3 + c_k\} \quad Y_c = X_c + X_d \quad \{p + c_i\} \cup \{c + c_j\} \quad (c_i, c_j, c_k \geq n/2)$
- $\{3 + p_k\} \quad Z_a = X_a + X_c \quad \{p_i + p\} \cup \{p_j + c\} \quad (p_i, p_j, p_k < n/2)$
- $\{3 + c_k\} \quad Z_c = X_b + X_d \quad \{c_i + p\} \cup \{c_j + c\} \quad (c_i, c_j, c_k < n/2)$

Résumé

- $Y_a + Y_c = X_a + X_b + X_c + X_d = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor$
- $Z_a + Z_c = \left\lfloor \frac{n-4}{4} \right\rfloor$
- $\left\lfloor \frac{n-4}{4} \right\rfloor = Z_a + Z_c \simeq Y_a + Y_c = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor$
- $Z_c - Y_a \simeq X_d - X_a$
par définition car $Z_c - Y_a$ correspond à
 $\{c + p\} \cup \{c + c\} \setminus \{c + p\} \cup \{p + p\}$

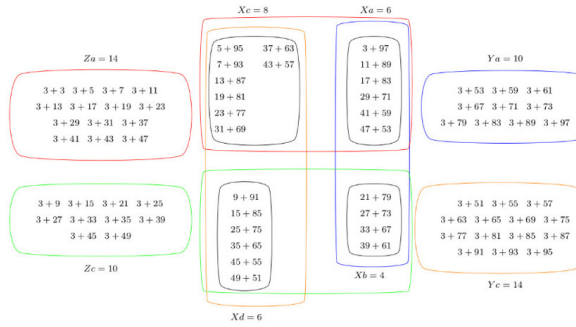
Bijections : visualisation du double comptage

- $n = 98$



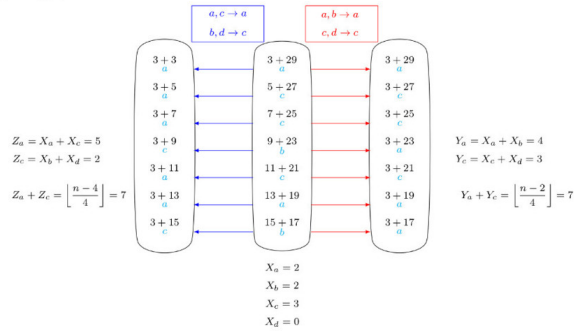
Bijections : visualisation du double comptage

- $n = 100$



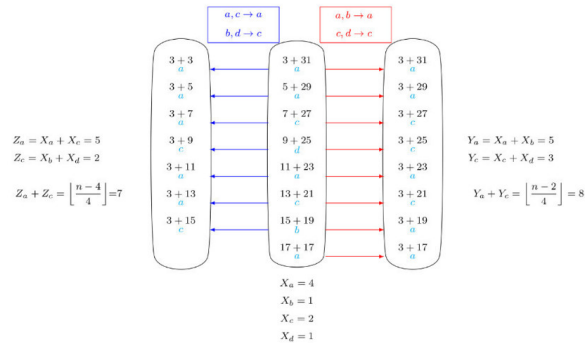
Bijections

- $n = 32$



Bijections

- $n = 34$



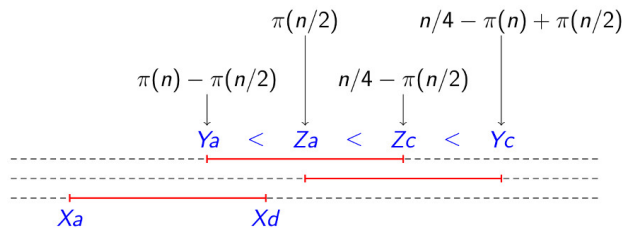
n	X_a	X_b	X_c	X_d	Y_a	Y_c	A	Z_a	Z_c	B	$\delta_{2p}(n)$	$\delta_{2cimg}(n)$	$\delta_{4k+2}(n)$
14	2	0	1	0	2	1	3	2	0	2	1	0	1
16	2	0	1	0	2	1	3	3	0	3	0	0	0
18	2	0	1	1	2	2	4	3	0	3	0	1	1
20	2	1	1	0	3	1	4	3	1	4	0	0	0
22	3	1	1	0	4	1	5	3	1	4	1	0	1
24	3	0	1	1	3	2	5	4	1	5	0	0	0
26	3	1	2	0	4	2	6	4	1	5	1	0	1
28	2	1	3	0	3	3	6	5	1	6	0	0	0
30	3	0	2	2	3	4	7	5	1	6	0	1	1
32	2	2	3	0	4	3	7	5	2	7	0	0	0
34	4	1	2	1	5	3	8	5	2	7	1	0	1
36	4	0	2	2	4	4	8	6	2	8	0	0	0
38	2	2	5	0	4	5	9	6	2	8	1	0	1
40	3	1	4	1	4	5	9	7	2	9	0	0	0
42	4	0	3	3	4	6	10	7	2	9	0	1	1
44	3	2	4	1	5	5	10	7	3	10	0	0	0
46	4	2	4	1	6	5	11	7	3	10	1	0	1
48	5	0	3	3	5	6	11	8	3	11	0	0	0
50	4	2	4	2	6	6	12	8	3	11	0	1	1
52	3	3	5	1	6	6	12	8	4	12	0	0	0
54	5	1	3	4	6	7	13	8	4	12	0	1	1
56	3	4	5	1	7	6	13	8	5	13	0	0	0
58	4	3	5	2	7	7	14	8	5	13	1	0	1
60	6	0	3	5	6	8	14	9	5	14	0	0	0
62	3	4	7	1	7	8	15	9	5	14	1	0	1
64	5	2	5	3	7	8	15	10	5	15	0	0	0
66	6	1	4	5	7	9	16	10	5	15	0	1	1
68	2	5	8	1	7	9	16	10	6	16	0	0	0
70	5	3	5	4	8	9	17	10	6	16	0	1	1
72	6	2	4	5	8	9	17	10	7	17	0	0	0
74	5	4	6	3	9	9	18	10	7	17	1	0	1
76	5	4	6	3	9	9	18	11	7	18	0	0	0
78	7	2	4	6	9	10	19	11	7	18	0	1	1
80	4	5	7	3	9	10	19	11	8	19	0	0	0

Intrications des variables et des écarts (invariants)

n	$X_a(n)$	$X_b(n)$	$X_c(n)$	$X_d(n)$
999 998	4 206	32 754	37 331	175 708
1 000 000	5 402	31 558	36 135	176 904
9 999 998	28 983	287 084	319 529	1 864 403
10 000 000	38 807	277 259	309 705	1 874 228

n	$Y_a(n)$	$Y_c(n)$	$\left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor$	$Z_a(n)$	$Z_c(n)$	$\left\lfloor \frac{n-4}{4} \right\rfloor$	$\delta_{2p}(n)$	$\delta_{2c}(n)$	$\delta_{4k+2}(n)$
999 998	36 960	213 039	249 999	41 537	208 461	249 998	0	1	1
1 000 000	36 960	213 039	249 999	41 537	208 462	249 999	0	1	0
9 999 998	316 067	2 183 932	2 499 999	348 511	2 151 487	2 499 998	1	0	1
10 000 000	316 066	2 183 933	2 499 999	348 512	2 151 487	2 499 999	0	1	0

Propriétés d'intrication des écarts



Propriétés d'intrication des variables

- $Y_a(n) = X_a(n) + X_b(n)$ (1)

- $Y_c(n) = X_c(n) + X_d(n)$ (2)

- $Y_a(n) + Y_c(n) = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor$ (3)

- $X_a(n) + X_b(n) + X_c(n) + X_d(n) = \left\lfloor \frac{n-2}{4} \right\rfloor$ (4)

- $Z_a(n) + Z_c(n) = \left\lfloor \frac{n-4}{4} \right\rfloor$ (5)

Propriétés d'intrication des variables

- $X_a(n) + X_c(n) = Z_a(n) + \delta_{2p}(n)$ (6)

avec $\delta_{2p}(n)$ qui vaut 1 si n est le double d'un nombre premier et 0 sinon.

- $X_b(n) + X_d(n) = Z_c(n) + \delta_{2c-imp}(n)$ (7)

avec $\delta_{2c-imp}(n)$ qui vaut 1 si n est un double d'impair composé et 0 sinon.

- $Z_c(n) - Y_a(n) = Y_c(n) - Z_a(n) - \delta_{4k+2}(n)$ (8)

avec $\delta_{4k+2}(n)$ qui vaut 1 si n est un double d'impair et 0 sinon.

- $Z_c(n) - Y_a(n) = X_d(n) - X_a(n) - \delta_{2c-imp}(n)$ (9)

Exemple

- Intrication $Y_a(n), X_a(n), X_b(n)$

$$Y_a(34) = \#\{3 + 17, 3 + 19, 3 + 23, 3 + 29, 3 + 31\}$$

$$X_a(34) = \#\{3 + 31, 5 + 29, 11 + 23, 17 + 17\}$$

$$X_b(34) = \#\{15 + 19\}$$

- Intrication $Y_c(n), X_c(n), X_d(n)$

$$Y_c(34) = \#\{3 + 21, 3 + 25, 3 + 27\}$$

$$X_c(34) = \#\{7 + 27, 13 + 21\}$$

$$X_d(34) = \#\{9 + 25\}$$

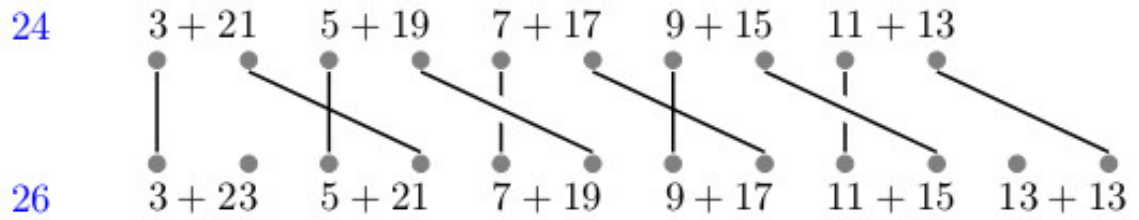
Diagram illustrating the construction of the word $acdcadb$ from the sequence of letters in the 34th row of the Catalan triangle. The sequence is:

- 6: a
- 8: a
- 10: $a \ a$
- 12: $c \ a$
- 14: $a \ c \ a$
- 16: $a \ a \ c$
- 18: $c \ a \ a \ d$
- 20: $a \ c \ a \ b$
- 22: $a \ a \ c \ b \ a$
- 24: $c \ a \ a \ d \ a$
- 26: $a \ c \ a \ b \ c \ a$
- 28: $c \ a \ c \ b \ a \ c$
- 30: $c \ c \ a \ d \ a \ c$
- 32: $a \ c \ c \ b \ c \ a \ b$
- 34: $a \ a \ c \ d \ a \ c \ b \ a$

The letters are grouped into two sets:

- $H_{34,3}$ (red): $Z_a = 5, Z_c = 2$
- $B_{34,3}$ (blue): $Y_a = 5, Y_c = 3$

The sequence of letters is then rearranged to form the word $acdcadb$.



Peu stabilisé, j'entends ici que sont toujours les mêmes substances, avec les mêmes propriétés, qui apparaissent, ce qui ne sont toujours les mêmes créatures qui se forment, les mêmes concepts classiques qui se créent, etc. Ceci signale néanmoins que, après de nombreuses modifications dues à des influences extérieures, un atome de fer redevient un atome de fer puisqu'il contient exactement les mêmes protons qu'un atome d'acier.

Ceci est inconcevable selon la mécanique classique, surtout si l'on admet que l'atome ressemble à un système planétaire. Il existe donc dans la nature une tendance à produire des formes déterminées ; j'utilise ici le mot « forme » au sens physique, c'est-à-dire la forme des molécules, des cristaux, des organismes et toujours, même lorsqu'ils ont été perturbés ou détruits. Dans ce contexte, on pourrait d'ailleurs élargir également la biologie ; car la stabilité des organismes vivants, la création des formes les plus

complexes - capables d'exister, à chaque fois, seulement comme un tout - constituent des phénomènes de nature analogique. Cependant, en biologie, il s'agit de structures très complexes, passées au moule du temps : il est périlleux de les laisser de côté dans notre discussion. Je ne souhaite parler maintenant que des formes simples que nous rencontrons en physique et en chimie. L'existence de solénoïdes homogènes, la présence de corps solides, tout cela repose sur la stabilité des atomes : et de même le fait que, par exemple, un tube fluorescent rempli d'un certain gaz émette toujours de la lumière de même couleur, plus précisément un spectre lumineux comportant toujours les mêmes raies spectrales. Tout cela, qui ne nous ramène de soi : en contraste, cela semble insupportable si l'on admet le principe de base de la physique newtonienne, à savoir le strict déterminisme causal des phénomènes : autrement dit, si l'état actuel d'un système doit toujours être déterminé de façon unique par l'état qui le précède directement, et seulement par celui-ci. Cette contradiction n'a inquiété très tôt.

2

- 23.10.2014 : Invariant relations between binary Goldbach's decompositions'numbers coded in a 4 letters language (270) numbers-and-letters.pdf
- 23.10.2014 : Poincaré à propos du raisonnement par récurrence, Euler à propos de la démonstration et Hardy à propos des créations des mathématiciens (269) HPLEGH.pdf
- 09.11.2014 : George Boole est un mathématicien britannique, créateur de la logique moderne, l'algèbre de Boole. Il est autodidacte et a exercé un temps le métier d'instituteur. Son but était de traduire des idées et des concepts en équations. Son algèbre binaire utilisent deux valeurs dites "de vérité" : 0 et 1. L'informatique repose sur la notion de bit, l'unité d'information binaire. On appelle variable booléenne une variable qui peut prendre l'une de ces deux valeurs exclusivement : 0 ou 1. (268)
- d'octobre 2005 à octobre 2014 :
 Merci à Donald Knuth, merci aux inventeurs de Wikipedia et Google, et merci à tous les professeurs et à toutes les institutions qui mettent en ligne gratuitement des articles scientifiques dont on peut essayer d'étudier les idées.
 Merci également à la communauté du Libre (OpenSource community) pour avoir mis gratuitement à notre disposition le système d'exploitation Ubuntu, les logiciels ou langages ou bibliothèques gnu-emacs, pdflatex, asymptote, tikz, Filezilla et à une certaine société française qui héberge le site.
 Merci à Daniel Diaz, concepteur de GNU-Prolog et de CLP(FD) (un langage de programmation dont l'acronyme signifie Constraint Logic Programming in Finite Domains), pour les sympathiques échanges et la bibliothèque GB-Tools d'outils dédiés à la conjecture de Goldbach (hiver 2010-2011). Et merci à Dominique Ceugniet pour ses programmes optimisés.
 Merci aux vulgarisateurs scientifiques, pour le bien-être que procurent leurs articles, émissions radiophoniques, films.
 Et enfin, mes remerciements chaleureux à Annick Valibouze, Claude-Paul Bruter, Yves Meyer et Alain Connes, qui m'ont reçue et aidée. (267)
- 13.12.2014 : Qui, quand, où ? (266) qui_quand_ou.pdf

- 18.03.2015 : Extrait d'un essai de Werner Heisenberg *La partie et le tout* werner.pdf

Extraits de *La partie et le tout - Le monde de la physique atomique* de Werner Heisenberg
(DV 18/3/15)

(p. 61) "Cependant, je me sens pour ainsi dire trompé par la logique avec laquelle fonctionne tout ce mécanisme mathématique. Ou encore, si tu veux, on pourrait dire que j'ai compris cette théorie avec ma tête, mais pas encore avec mon cœur. Ce qu'est le "temps", je crois le savoir, même sans toute la physique que j'ai apprise ; et au fond, toute notre pensée et nos actes supposent depuis toujours cette notion naïve du temps. Peut-être pouvons-nous formuler le problème comme cela : notre pensée repose sur la conviction que cette notion du temps est correcte, et qu'elle est efficace. Si maintenant on vient affirmer que cette notion du temps doit être modifiée, nous ne savons plus si notre langage et notre pensée sont encore des outils appropriés, nous permettant de trouver notre chemin. Je ne veux pas me référer ici à Kant qui considère l'espace et le temps comme des formes de représentation existant a priori, et concède ainsi à ces formes fondamentales - telles qu'elles étaient consacrées aussi par la physique d'autrefois - une valeur absolue. Je veux simplement souligner que notre langage et notre pensée deviennent moins sûrs lorsque nous modifions des notions aussi fondamentales, et la compréhension n'est guère compatible avec un tel manque de sûreté."

Otto trouva que mes scrupules n'étaient pas fondés. "Dans notre philosophie scolaire, dit-il, les choses sont effectivement présentées comme si des notions telles que l' "espace" ou le "temps" avaient une signification fixe et immuable. Mais ceci montre simplement que notre philosophie scolaire est fautive. Pour ma part, je ne suis pas du tout intéressé par les belles formulations concernant l' "essence" de l'espace et du temps. Il est probable que tu t'es, dans le passé, trop occupé de philosophie. Mais tu devrais également connaître cette remarquable définition : "La philosophie constitue l'abus systématique d'une nomenclature inventée précisément en vue de cet abus." Il faut en réalité rejeter a priori toute prétention à l'absolu. Nous ne devrions utiliser que des mots ou des concepts qui se réfèrent directement à notre perception sensorielle ; bien entendu, cette perception peut également être remplacée par une observation physique plus compliquée. De telles notions peuvent être comprises sans beaucoup d'explications. C'est précisément le recours à ce qui est observable qui constitue le grand mérite d'Einstein. Dans sa théorie de la relativité, il est parti à juste titre de cette constatation banale : Le temps, c'est ce que l'on voit indiqué sur sa montre. Si tu t'en tiens à une telle signification banale des mots utilisés, il n'y a pas de difficulté à comprendre la théorie de la relativité. Du moment qu'une théorie permet de prédire correctement le résultat des futures observations, elle fournit automatiquement tout ce qui est nécessaire à sa compréhension."

(p. 70) Ce mélange de mystique incompréhensible et de réalité empirique indiscutable exerçait bien évidemment une très grande fascination sur nous autres, jeunes étudiants. Sommerfeld m'avait déjà, peu de temps après le début de mes études, confié à titre d'exercice un problème consistant à tirer, à partir de certaines observations qui lui avaient été communiquées par un expérimentateur de sa connaissance, certaines conclusions quant aux orbites électroniques intervenant dans ces phénomènes et aux nombres quantiques correspondants. La solution du problème n'avait pas été difficile, mais par contre son résultat avait été extrêmement surprenant. En plus des nombres entiers, je devais également admettre des nombres demi-entiers comme nombres quantiques ; et ceci était tout à fait contraire, semblait-il, à l'esprit de la théorie quantique et de la mystique des nombres de Sommerfeld. Wolfgang me dit que j'en arriverais sans doute à introduire des quarts et des huitièmes de nombres entiers, et que finalement toute la théorie quantique s'émietterait entre mes mains. Et pourtant les résultats expérimentaux étaient bien tels qu'ils paraissaient justifier l'introduction de ces nombres quantiques demi-entiers, et après tout ce n'était là qu'un nouvel élément d'étrangeté qui s'ajoutait à beaucoup d'autres.

(p. 76) Pour moi, le point de départ était la stabilité de la matière, un phénomène qui, du point de vue de la physique antérieure, constitue un pur miracle.

Par stabilité, j'entends que ce sont toujours les mêmes substances, avec les mêmes propriétés, qui apparaissent ; que ce sont toujours les mêmes cristaux qui se forment, les mêmes composés chimiques qui se créent, etc. Ceci signifie nécessairement que, après de nombreuses modifications dues à des influences extérieures, un atome de fer redevient un atome de fer possédant exactement les mêmes propriétés qu'auparavant. Ceci est incompréhensible selon la mécanique classique, surtout si l'on admet que l'atome ressemble à un système planétaire. Il existe donc dans la nature une tendance à produire des formes déterminées - j'utilise ici le mot "formes" dans son sens le plus général - et de faire réapparaître ces formes déterminées, encore et toujours, même lorsqu'elles ont été perturbées ou détruites. Dans ce contexte, on pourrait d'ailleurs évoquer également la biologie ; car la stabilité des organismes vivants, la création des formes les plus

compliquées - capables d'exister, à chaque fois, seulement comme un tout - constituent des phénomènes de nature semblable. Cependant, en biologie, il s'agit de structures très compliquées, pouvant se modifier dans le temps ; il est préférable de les laisser de côté dans notre discussion. Je ne voudrais parler maintenant que des formes simples que nous rencontrons en physique et en chimie. L'existence de substances homogènes, la présence de corps solides, tout cela repose sur la stabilité des atomes ; et de même le fait que, par exemple, un tube fluorescent rempli d'un certain gaz émettra toujours de la lumière de même couleur, plus précisément un spectre lumineux comportant toujours les mêmes raies spectrales. Tout cela ne va aucunement de soi : au contraire, cela semble incompréhensible si l'on admet le principe de base de la physique newtonienne, à savoir le strict déterminisme causal des phénomènes ; autrement dit, si l'état actuel d'un système doit toujours être déterminé de façon unique par l'état qui le précède directement, et seulement par celui-ci. Cette contradiction m'a inquiété très tôt.

2

- Petite expérience vécue : Calculer avec des élèves de CM2 (ou CM1, ou CE2) la vitesse approximative de rotation de la Terre sur son orbite autour du soleil en km/h et voir alors ses élèves se retourner tous ensemble pour regarder par la fenêtre ! (265)
- Textes (264)

Cherchez les idées qui se sont avérées exactes (DV, 15/4/2014)

- la manière dont Gauss met les nombres entiers-légers : pour trouver la formule de la somme des n premiers entiers, on leur peut voir comme "triangles en face" ou "pas en face" les triangles quadratiques d'un nombre premier suivant qu'il est de la forme $4k + 1$ ou $4k + 3$. La lecture intensive des sections 1, 2, 3 et 4 des *Recherches arithmétiques*;

- la notion d'inséabilité informatique qui intervient dans le modèle de processus de Heisen;

- toutes les conférences d'Alain Connes, notamment ses initiatives sur la notion de permutation de lettres, qu'il présente dans ses conférences sur la théorie de l'analyse de Galois;

- les notions de permutation qui interviennent dans le jeu de l'échiquier, auquel j'ai souvent joué;

- la recherche intensive d'enseignements depuis mai 2013;

- le fait qu'Alain Connes ait été en conférence que les algorithmes non-commutatifs et complexes qu'il étudient pourraient trouver leur illustration dans la très simple structure de monnaie, considé en fait que la caractéristique des monnaies non-commutatifs ou notions algorithmes finissent pour avoir suivi plusieurs cours de théorie des langages lors de nos études universitaires;

- le fait que la structure choisie de caractères (string) soit une structure de données essentielle en informatique et que la caractéristique des mots, ainsi que toute autre opération sur les chaînes (reconnaitre des sous-chaînes, comptage de lettres, etc) soit un concept sous-jacent à toute l'acte de programmation informatique;

- le fait que la notion d'échange (swap) soit une notion essentielle en informatique (elle est enseignée en tout début de formation, lorsque est présenté le piège de l'échange binaire de deux variables, non en passant par une troisième pour l'échange et qu'il lui perdre un contenu), elle est étroitement associée en algorithmique, dans les algorithmes de tri par exemple;

- la notion de machine de Turing avec son ruban de boudins plutôt qu'un ruban de lettres, dont la liste de lettres de la deuxième et sept en fonction de leur valeur et de la liste d'instructions qui est exactement ce qui intervient ici dans la notion de règles de sélecteurs sous-jacentes à la composition des mots, ces idées ayant été reprises lors de la conférence récente de Bernard Chazotte et par la lecture de la biographie de Turing d'Andrew Hodges;

- une sous-section de petit livre de Toulmin et ses tentatives qui interviennent dans le problème des mots;

- l'impossibilité de lire des articles de géométrie non-commutative ou de mathématiques en général qui m'a fait perdre le désir de venir à mes conférences à Noël 2013 : la programmation, les instructions, les variables, les boucles, les itérations de Heisen;

- la rencontre d'Yves Meyer qui donnait une conférence à des lycéens au sujet de la preuve d'effigie de la conjecture de Goldbach : cela m'a amené à lire et résumer des articles sur la théorie des nombres utilisés dans la compréhension d'images, mais par une certaine coïncidence, peu de temps avant que je ne le rencontre, ces articles ont été publiés sur une nouvelle méthode algorithmique de compréhension d'images, qui utilise le fait que l'information est contenue dans certains pixels (c'est ce que j'appelle la théorie de l'information en ce sens) que les pixels en question, et en déduisant de celle-ci toutes les autres). Cela m'a convaincu dans l'idée que j'avais déjà dit ailleurs à cause de la programmation de la fonction même des données d'Alain, que des boudins codent entièrement l'information première comment devrais-je pouvoir suffire à mener le raisonnement (sans en passer comme je l'avais toujours fait jusqu'à, par les notes dans les différents entre-projets);

- la lecture d'articles sur les groupes de tresses avec Heisenberg, permutation de variables et levitants;

- le fait d'avoir lu que les passages de Penrose peuvent être réalisés en utilisant des chaînes de boudins telles que $x_n = 1 \Rightarrow x_{n+1} = 0$, ce qui est exactement ce qui se produit dans le cas de la dérivabilité

1

d'entiers successifs par un certain nombre;

- le fait d'avoir, par formation initiale, une manière de penser calculatoire : Richard Karp, éminent informaticien américain, présente dans la dernière partie de sa conférence à la fondation Simons, ce qui distingue les mathématiciens des informaticiens : ils diffèrent dans leur manière d'aborder les problèmes ; selon Karp, un informaticien regarde les processus, les changements, la dynamique ; il cherche ce qui change tandis qu'un mathématicien regarde les objets décrits par un ensemble fixe d'axiomes et peut prouver l'existence de solutions d'une manière non forcément constructive. La notion importante, selon lui, pour les informaticiens, est celle de calcul effectif et de processus dynamiques ; Karp ne parle pas de mathématiciens qui se préoccupent de la notion de temps ;

- la lecture de livres de vulgarisation de mécanique quantique : les équations de Bell, qui lient entre elles des variables ; et l'intrication de q-bits dans le cadre de la communication codée d'Alice et Bob ;

- l'écoute des conférences d'Alain Aspect et Serge Haroche, qui expliquent l'intrication des photons, dans le cadre de l'expérience des fentes de Young entre autres ;

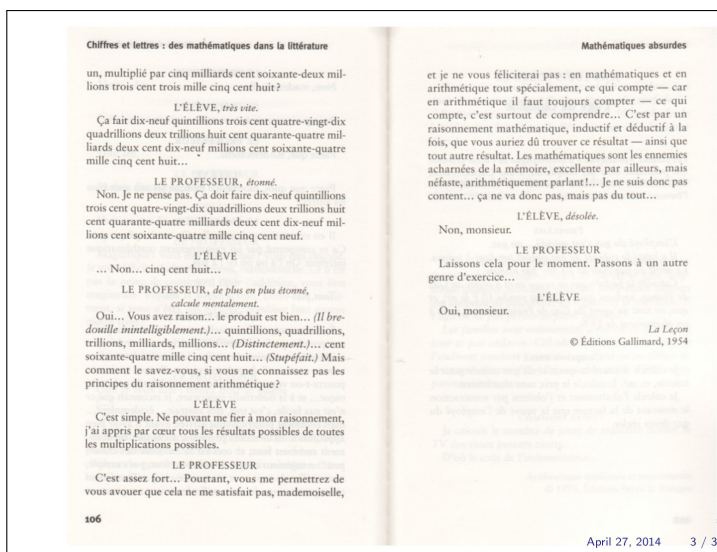
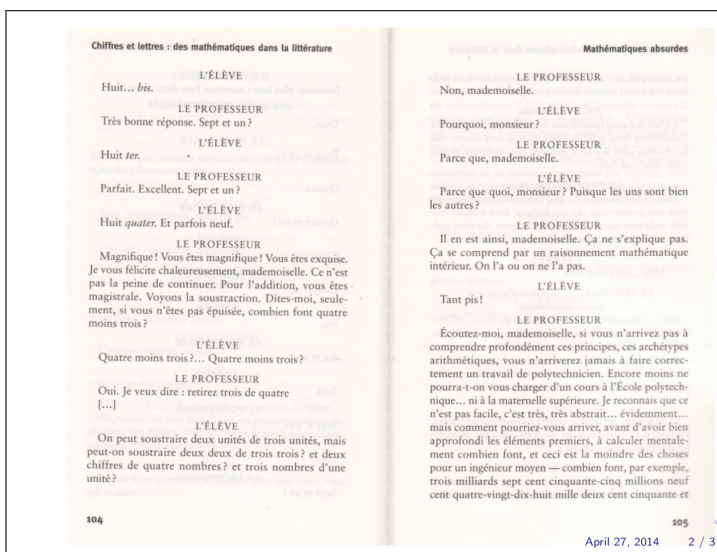
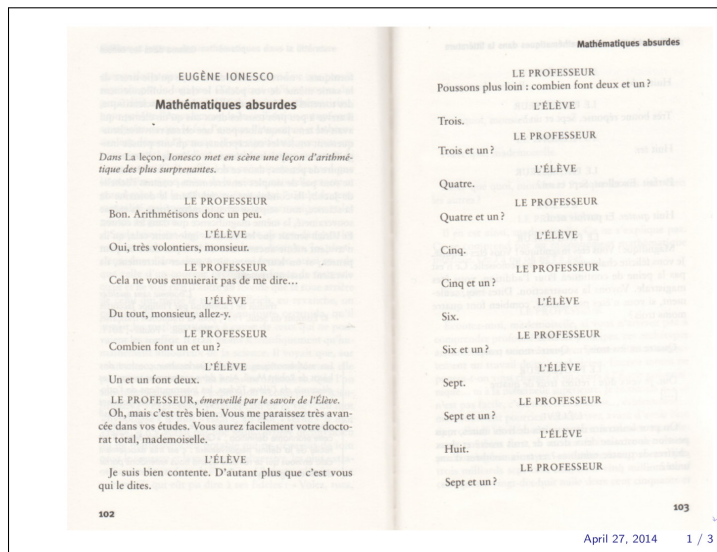
- l'article de Rosser et Schoenfeld qui fournit des minoration et majorations pour $\pi(x)$ ou $\pi(2x) - \pi(x)$, mais sans lui, on sait que les nombres premiers vont se raréfiant tandis que les nombres composés sont de plus en plus nombreux par le Théorème des Nombres Premiers conjecturé par Gauss et prouvé par Hadamard et De La Vallée-Poussin ;

- le fait d'avoir reçu, de 1968 à 1975, une éducation élémentaire aux mathématiques par la méthode dite des "mathématiques modernes" : ensembles, bijections, tableaux à double entrée, numération et comptage dans différentes bases ;

- le fait d'avoir eu, toute petite, deux jeux extra : la maison aux clefs géométriques, et le puzzle de Notre-Dame de Paris.

Conclusion

- On a utilisé un **SNURPF** : un Système de NUMération par les Restes dans les Parties Finies de $\mathbb{N}$.
- On se situe dans une **théorie lexicale des nombres**, selon laquelle les nombres sont des mots.



Conclusion

- Hilbert :

Wir müssen wissen, wir werden wissen (pas d'ignorabimus en mathématiques.)

- Poincaré :

Le terrain le plus naturel et le plus favorable pour cette étude est l'arithmétique élémentaire, c'est à dire les opérations mettant en jeu des nombres entiers. Quand nous analysons des opérations telles que l'addition et la multiplication, nous nous rendons compte qu'un type de raisonnement se "retrouve à chaque pas", c'est la démonstration "par récurrence" : "on établit d'abord un théorème pour n égal à 1 ; on montre ensuite que, s'il est vrai de $n - 1$, il est vrai de n , et on en conclut qu'il est vrai pour tous les nombres entiers." C'est là le "raisonnement mathématique par excellence". Sa particularité est "qu'il contient, sous une forme condensée, une infinité de syllogismes", et qu'il permet de passer du particulier au général, du fini à l'infini, concept qui apparaît dès les premiers pas de l'arithmétique élémentaire et sans lequel "il n'y aurait pas de science parce qu'il n'y aurait rien de général", mais uniquement des énoncés particuliers.

Conclusion

- Poincaré :

D'où nous vient ce "raisonnement pas récurrence" ?

Certainement pas de l'expérience. Celle-ci peut nous suggérer que la règle est vraie pour les dix ou les cent premiers nombres, mais elle est désarmée face à l'infinité de tous les nombres naturels. Le principe de contradiction (on dirait aujourd'hui le raisonnement par l'absurde) est aussi impuissant : il nous permet d'obtenir certaines vérités, mais non d'en enfermer une infinité en une seule formule. "Cette règle (le raisonnement par récurrence), inaccessible à la démonstration analytique et à l'expérience, est le véritable type du jugement synthétique a priori. L' "irrésistible évidence" avec laquelle ce "principe" s'impose n'est autre que "l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible" ... (extrait de la biographie "Poincaré : mathématicien et philosophe" d'Umberto Bottazzini, éd. Belin Pour la Science)

Ci-dessous Un extrait de la biographie "Poincaré : philosophe et mathématicien" d'Umberto Bottazzini aux éditions Belin Pour la Science.

Au sujet du raisonnement par récurrence : le terrain le plus naturel et le plus favorable pour cette étude est l'arithmétique élémentaire, c'est à dire les opérations mettant en jeu des nombres entiers. Quand nous analysons des opérations telles que l'addition et la multiplication, nous nous rendons compte qu'un type de raisonnement se "retrouve à chaque pas", c'est la démonstration "par récurrence" : "on établit d'abord un théorème pour n égal à 1 ; on montre ensuite que, s'il est vrai de $n - 1$, il est vrai de n , et on en conclut qu'il est vrai pour tous les nombres entiers." C'est là le "raisonnement mathématique par excellence", déclare Poincaré. Sa particularité est "qu'il contient, sous une forme condensée, une infinité de syllogismes", et qu'il permet de passer du particulier au général, du fini à l'infini, concept qui apparaît dès les premiers pas de l'arithmétique élémentaire et sans lequel "il n'y aurait pas de science parce qu'il n'y aurait rien de général", mais uniquement des énoncés particuliers. D'où nous vient ce "raisonnement pas récurrence", s'interroge Poincaré ? Certainement pas de l'expérience. Celle-ci peut nous suggérer que la règle est vraie pour les dix ou les cent premiers nombres, mais elle est désarmée face à l'infinité de tous les nombres naturels. Le principe de contradiction (on dirait aujourd'hui le raisonnement par l'absurde) est aussi impuissant : il nous permet d'obtenir certaines vérités, mais non d'en enfermer une infinité en une seule formule. "Cette règle (le raisonnement par récurrence), inaccessible à la démonstration analytique et à l'expérience, est le véritable type du jugement synthétique a priori, conclut Poincaré". L' "irrésistible évidence" avec laquelle ce "principe" s'impose n'est autre que "l'affirmation de la puissance de l'esprit qui se sait capable de concevoir la répétition indéfinie d'un même acte dès que cet acte est une fois possible"...

Deux citations d'Euler, dans "Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs" :

"Cette règle, que je vais expliquer, est à mon avis d'autant plus importante qu'elle appartient à ce genre dont nous pouvons nous assurer de la vérité, sans en donner une démonstration parfaite." Et plus loin, "Ces choses remarquables, il ne sera pas difficile de faire l'application de cette formule à chaque nombre proposé et de se convaincre de sa vérité, par autant d'exemples qu'on voudra développer. Et comme je dois avouer que je ne suis pas en état d'en donner une démonstration rigoureuse, j'en ferai voir sa justesse par un assez grand nombre d'exemples."

Hardy écrit quant à lui dans son autobiographie Apologie d'un mathématicien :

"Je pense que la réalité mathématique existe en dehors de nous, que notre fonction est de la découvrir ou de l'observer et que les théorèmes que nous démontrons et que nous décrivons avec grandiloquence comme nos créations sont simplement les notes de nos observations."

Ci-dessous, quelques extraits de Mathématiques en liberté, de Pierre Cartier, Jean Dondoss, Gerhard Heisemann et Cédric Villani (DV, 11/4/2014).

(p.26 Pierre Cartier) En exigeant un peu, on pourrait presque définir les mathématiques de cette tradition grecque comme une science dans laquelle on peut se débarrasser du maître. Je veux dire que l'objet des mathématiques, c'est de pouvoir faire seul. La fautive expression de Cantor : "l'essence des mathématiques, c'est la liberté" est tout à fait pertinente en ce sens que faire des mathématiques, c'est se les approprier, sans pour autant déposséder qui que ce soit.

(p.28 Cédric Villani) C'est l'une des caractéristiques des mathématiques, le fait de se donner une base très resserrée au départ, en ayant en même temps pour ambition de décrire une grande variété de phénomènes.

(p.37 Dominique Loubert) On croit Galilée quand il note que "le grand livre de la nature est écrit en caractères mathématiques" parce que son approche est efficace.

(p.39 Dominique Loubert) Or que font les mathématiciens si on définit des ensembles d'objets sur lesquels on réalise des opérations où l'on recherche des invariants ?

(p.41 Cédric Villani) La complexité qui nous entoure est complètement effrayante si on essaie de se la représenter. [...]

Pour y parvenir, on va simplifier toutes les lignes, tous les chemins, que l'on va remplacer par une droite, une sorte de représentation extrêmement simple ; pour des formes un peu plus complexes, on a le triangle. Et petit à petit, on s'approche de la complexité du monde qui nous entoure, en essayant de se reposer sur un ensemble d'axiomes simples, de règles simples, de règles logiques qui nous permettent de nous y retrouver un peu, de mettre un peu d'ordre dans un monde qui est complètement brutalement tout il est indéchiffrable. [...]

On fait une théorie, on observe si ça décrit bien, on change son point de vue et ainsi de suite.

(p.45 Jean Dondoss) Galilée a éliminé tout le "bruit" autour du phénomène. Les mathématiciens jouent avec le réel, pas la volonté à la fois de pouvoir décrire au plus simple et de pouvoir agir, à la façon d'une expérimentation.

(p.48 Gerhard Heisemann) Le mathématicien est un homme qui crée un langage qu'il comprend.

(p.52 Jean Dondoss) Fourier ne voulait pas effacer l'étape de calcul, car c'est été [...] empêcher de comprendre ce que Karl Popper appelle la "logique de la découverte".

(p.69 Henri Poincaré) Ce que nous demandons au mathématicien, c'est de nous aider à voir.

(p.107 Pierre Cartier) André Weil a aussi prêté l'idée de considérer Gauss ou Euler comme non contemporains, comme nos collègues de l'autre côté du couloir. Autrement dit, il faut répondre les classiques.

(p.121 Pierre Cartier) Ma force, c'était ma conviction que les mathématiques modernes, en particulier l'algèbre, fournissaient des outils nouveaux.

(p.146 Cédric Villani) A mon niveau, le travail de synthèse de ce qu'on fait les autres influence beaucoup ma production personnelle.

Liens vers la physique quantique et textes (263) [quantique.html](#) [liens-quantique.pdf](#)
[phys-quant.pdf](#) Einstein, Podolsky, Rosen (EPR) [Einstein_Podolsky_Rosen_1935.pdf](#) Bell
[Bell_1964.pdf](#) Extraits de *La nature de la physique* de Richard Feynman
[Richard_Feynman.pdf](#) Un site superbe : plusieurs petites animations [tregrave;s](#) chouettes
qui expliquent certains effets quantiques <http://toutestquantique.fr/> Collège de physique et
de philosophie (3.10.2011) [dBB.pdf](#) [Albert1.jpg](#) [Albert2.jpg](#) [Albert3.jpg](#)
[champ-de-spin.jpg](#) [CarloRovelli1.jpg](#) [CarloRovelli2.jpg](#) [decohere.jpg](#) [catalyseur.jpg](#)
[HommeMagnetique1.jpg](#) [HommeMagnetique2.jpg](#) [RR1.jpg](#) [RR2.jpg](#) [RR3.jpg](#)
[horlogescolorees.jpg](#) [quadrat-quant.jpg](#) [majo.jpg](#)

Qui est qui ? (262) [indiscernabilite.pdf](#)





Contact : chemla point denise at orange point fr

Blog : <https://milliardsdautres.blogspot.com>

En haut de la page, les onglets :

Accueil	qui fournit les quelques pages qui me semblent les plus importantes du site ;
Notes	qui fournit l'intégralité des notes écrites depuis 2005 ;
Tamiser	qui fournit mes notes préférées (celles marquées d'un ou deux dans la page Notes ;
Vidéos	qui fournit des liens vers vidéos de mathématiciennes et mathématiciens (à noter : 8 petites vidéos pour donner, peut-être, le goût des mathématiques à des élèves de CM2) ;
Bibliographie	qui fournit une liste des livres et articles ainsi que de nombreuses transcriptions et/ou traductions de certains articles ou extraits ;
Transcriptions	qui fournit l'ensemble des transcriptions et traductions effectuées ;
Webio. d'A. Connes	qui est une page de liens vers des vidéos d'Alain Connes la page imagée est ici ; la page des transcriptions en lien avec la géométrie non-commutative est là ;
Webio. de P. Cartier	: page d'hommage au grand pédagogue qu'était Pierre Cartier.