Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 1 (1955)
Heft: 1-2-3: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: L'ŒUVRE MATHÉMATIQUE DE VANDERMONDE
Autor: Lebesgue, Henri
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-31364

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'ŒUVRE MATHÉMATIQUE DE VANDERMONDE [1]

PAR

Henri LEBESGUE †

Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut.

Vandermonde pourrait bien être la forme francisée d'un nom hollandais et les Vandermonde ont peut-être des ascendants venant de chez vous; en tout cas, le mathématicien Alexandre-Théophile Vandermonde était Français. Il naquit à Paris, le 28 février 1735.

L'enfant était maladif; son père, médecin, ne lui fit guère apprendre que la musique; mais, vers la trentaine, Vandermonde fit la connaissance de Fontaine, ce mathématicien connu surtout pour ses attaques fougueuses contre Lagrange et contre d'autres. Fontaine, vieilli, avait pourtant conservé toute son ardeur et tout son enthousiasme et ceci aurait donné à Vandermonde le désir d'étudier la science capable d'éveiller de telles passions. Quoi qu'il en soit, Vandermonde acquit vite une réputation et entra à l'Académie des Sciences en 1771. C'est dans les volumes de l'*Histoire de l'Académie*, pour les années 1771 et 1772 que se trouvent les quatre mémoires qui constituent toute l'œuvre mathématique de Vandermonde.

Il publia ensuite des études sur la musique lesquelles, bien que, d'après ce que nous apprend Lacépède dans l'éloge funèbre de Vandermonde, elles auraient reçu l'approbation des grands musiciens de l'époque: Gluck, Philidor, Piccini, n'eurent d'autre résultat qu'une modification de la gentillesse à double tranchant imaginée pour d'Alembert: il devint courant de dire que les musiciens considéraient Vandermonde comme un mathématicien et que les mathématiciens voyaient en lui un musicien.

---

[1] Conférence faite à l'Université d'Utrecht, le 20 octobre 1937.

On a encore de Vandermonde un mémoire sur le froid de l'année 1776, fait en collaboration avec Bezout et Lavoisier, et un travail où, pour la première fois, on distingue les fontes et les aciers, fait avec Berthollet et Monge. Vandermonde était d'ailleurs l'un des conseillers les plus intimes et les plus écoutés de Monge; on l'appelait la femme de Monge.

Vandermonde devint, en 1782, directeur du Conservatoire des Arts et Métiers et, en 1792, chef du Bureau de l'habillement des armées ou, comme l'on disait plus volontiers, chef du déshabillement. Il ne conserva ce poste qu'un an, il s'occupa ensuite de la fabrication des armes. Il fut membre de la commune de Paris, membre du club des Jacobins; c'était un révolutionnaire ardent et actif, aussi le nom de Vandermonde revient assez souvent dans les écrits des historiens de la Révolution.

Toute cette agitation ne semble pas avoir été favorable à sa santé; nommé membre de l'Institut National à la création de celui-ci en 1795, Vandermonde s'inscrit le premier sur la liste nécrologique de cet Institut. Il mourut le 1er janvier 1796, presque dans la salle des séances, dit Lacépède [1].

Vandermonde n'a jamais occupé dans l'estime des mathématiciens la place qui lui était due [2]; c'est que, si certains parmi les mieux avertis ont apprécié son œuvre, ils ne nous ont laissé soupçonner leur opinion que par un mot: Cauchy parle conjoin-

---

1 Dans l'Index biographique de l'*Annuaire* de l'Académie des Sciences pour 1938, se trouvent les indications suivantes: « Vandermonde (Alexandre, *alias* Alexis-Théophile, né à Paris, le 28 février 1735; — adjoint géomètre, le 20 mai 1771, en remplacement de l'abbé Bossut, promu associé; — associé géomètre, le 17 décembre 1779, en remplacement de l'abbé Bossut, promu pensionnaire; — pensionnaire de la classe de géométrie, lors de la réorganisation du 23 avril 1785; — élu membre résidant de la section des arts mécaniques de la 1re classe de l'Institut National, le 22 frimaire an IV (13 déc. 1795); — mort à Paris, le 11 nivôse an IV (1er janvier 1796). — *Mathématicien.* — *Eloge par Lacépède, lu le 15 germinal an IV (4 avril 1796).* »

La « Notice sur la vie et les ouvrages de Vandermonde » par Lacépède a été publiée dans le tome I des *Mémoires de l'Institut national des Sciences et Arts.*

2 On verra que c'est surtout en France que Vandermonde a été méconnu. Dans son livre *Géomètres français sous la Révolution*, Niels Nielsen, qui qualifie de « publication merveilleuse » le principal mémoire de Vandermonde, écrit: « ... la célébrité de Vandermonde est bien reconnue en Allemagne, mais il faut que son nom entre dans l'histoire de l'algèbre, avec celui de Lagrange, comme » nom de l'un « des dignes précurseurs d'Abel ». Comme preuve de la notoriété que Vandermonde a dans certains pays, Nielsen signale que « M. Carl Itzigsohn a donné, Berlin, 1888, une édition allemande des trois mémoires de Vandermonde qui traitent des questions algébriques ». Il ajoute, mais sans autre précision, « un auteur allemand a même publié une étude sur les prénoms de Vandermonde ».

Les différents historiens des sciences donnent en effet pour prénoms à Vandermonde: Alexandre, Alexandre-Théophile, Alexis-Théophile, Abnit-Théophile, Charles-Auguste, etc.

tement, mais sans autre précision, de Lagrange et de Vandermonde; Gergonne associe les noms d'Euler, de Vandermonde et de Lagrange. On n'a pas pris l'habitude de citer Vandermonde pour des faits précis; or la grande notoriété n'est assurée en Mathématique qu'aux noms associés à une méthode, à un théorème, à une notation. Peu importe d'ailleurs que l'attribution soit fondée ou non, et le nom de Vandermonde serait ignoré de l'immense majorité des mathématiciens si on ne lui avait attribué le déterminant que vous connaissez bien — et qui n'est pas de lui ! Lacroix avait bien, dans son Traité, introduit la notation des factorielles qu'utilisait Vandermonde, ce qui aurait pu sauver de l'oubli le nom de Vandermonde; mais l'exemple de Lacroix ne fut pas suivi.

Nous ignorerions sans doute toute l'œuvre mathématique de Vandermonde sans les éloges enthousiastes que le grand algébriste Kronecker lui adressait dans ses Leçons et sans la découverte que le célèbre physicien Clerk Maxwell fit dans l'un de ces cahiers où Gauss notait jour par jour tout ce qu'il faisait.

Maxwell fut frappé par la note, en date du 22 janvier 1833, qu'il trouva dans le cahier d'électrodynamique de Gauss et dont voici le début — d'après la traduction française du traité de Maxwell: *Sur la Géométrie de situation que Leibniz pressentit et sur laquelle seulement un couple de géomètres, Euler et Vandermonde, jetèrent un regard atténué, savons-nous et avons-nous après cent-cinquante ans encore beaucoup plus que rien.* Ceci était suivi de l'affirmation qu'une certaine intégrale double représente le nombre des enlacements de deux courbes. Maxwell comprit que Gauss énonçait là le fait géométrique général auquel l'avait conduit l'étude du potentiel d'un courant.

Cette citation de Maxwell incita à rechercher le travail de Vandermonde; on le trouva dans l'*Histoire de l'Académie* pour 1771. C'est une petite note de huit pages avec planche, qui contient, déduites de la même idée, une notation de la marche du cavalier au jeu d'échecs et une notation des tissus. Expliquons celle-ci: sans modifier la position respective des fils on peut supposer qu'on leur donne la forme de lignes polygonales à côtés parallèles aux axes; il suffira donc d'indiquer pour chaque fil les coordonnées des sommets successifs. Cette remarque, qui montre

bien le lien entre des questions de géométrie de situation et des questions d'analyse combinatoire, est pourtant trop simple pour ne pas décevoir quelque peu; mais, quand on se reporte à la note d'*Analysis situs* de Vandermonde, qui est son second travail, on trouve dans le même volume le premier mémoire de Vandermonde fort étendu et qui attire nécessairement l'attention. Dans le volume suivant se trouvent les deux derniers travaux mathématiques de Vandermonde dont je vais dire d'abord quelques mots.

Le troisième mémoire de Vandermonde est une petite note de neuf pages, très formelle, peu importante; elle contient la notation des factorielles utilisée par Lacroix. Le quatrième mémoire vaudrait d'être plus longuement analysé, si je ne devais tenir compte du temps: Vandermonde y forme les résultants de deux équations des degrés 2, 3 ou 4; il utilise là une notation des déterminants, qui est en somme la nôtre. Seulement, comme les éléments des déterminants qu'il rencontre sont les coefficients des inconnues dans des équations linéaires écrites ordonnées, ces éléments sont déjà rangés en tableau; Vandermonde ne récrit pas ce tableau, il se contente de noter $\begin{pmatrix} 1, & 3, & 5 \\ 2, & 6, & 7 \end{pmatrix}$ les rangs des colonnes ou lignes utilisées. C'est notre notation des mineurs. Vandermonde crée là toute la théorie des déterminants; mais, au même moment, ou un peu avant, ou un peu après, bien des mathématiciens ont bâti une théorie équivalente. Cela n'est donc pas très original. Ce qui aurait pu être personnel, c'est le déterminant de Vandermonde ? Or il n'est pas là, ni nulle part ailleurs dans l'œuvre de Vandermonde !

D'où vient donc la dénomination: déterminant de Vandermonde ? Vandermonde considère des équations linéaires dont il désigne les inconnues par les notations $\xi 1$, $\xi 2$, $\xi 3$, ... et le coefficient de ξi dans la k^{e} équation par $\overset{k}{i}$. La résolution d'un tel système, de

$$\begin{aligned}
&\overset{1}{1}\xi 1 + \overset{1}{2}\xi 2 + \overset{1}{3}\xi 3 + \overset{1}{4} = 0,\\
&\overset{2}{1}\xi 1 + \overset{2}{2}\xi 2 + \overset{2}{3}\xi 3 + \overset{2}{4} = 0,\\
&\overset{3}{1}\xi 1 + \overset{3}{2}\xi 2 + \overset{3}{3}\xi 3 + \overset{3}{4} = 0,
\end{aligned}$$

par exemple, donnera des déterminants tels que

$$\begin{vmatrix} {}^{1}1 & {}^{1}1 & {}^{1}1 \\ 1 & 2 & 3 \\ {}^{2}2 & {}^{2}2 & {}^{2}2 \\ 1 & 2 & 3 \\ {}^{3}3 & {}^{3}3 & {}^{3}3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

; or, oubliant un instant la convention de notation faite, interprétez les indices supérieurs comme des exposants, vous avez un déterminant de Vandermonde. Et peut-être est-ce cette méprise qui sauve le nom de Vandermonde d'un plus complet oubli.

Ainsi, le déterminant de Vandermonde n'est pas de Vandermonde; sa théorie des déterminants n'est pas très originale, sa notation des factorielles est sans importance; son étude de géométrie de situation est un peu enfantine, que reste-t-il ? Il reste son premier mémoire au sujet duquel Cauchy écrivait: *MM. Lagrange et Vandermonde sont, je crois, les premiers qui ont considéré les fonctions de plusieurs variables relativement au nombre de valeurs qu'elles peuvent obtenir, lorsqu'on substitue ces variables à la place les unes des autres*, et duquel Kronecker, haussant le ton, proclamait: *L'essor moderne de l'algèbre commence avec le mémoire présenté par Vandermonde à l'Académie en 1770 et intitulé:* Sur la résolution des équations, *la profondeur des conceptions, si clairement exprimées dans cet ouvrage, nous semble vraiment surprenante.*

Examinons ensemble ce mémoire. — Après avoir rappelé comment on résoud les équations du second et du troisième degré, Vandermonde conclut:

« On voit dès à présent que, pour un degré quelconque, la condition essentielle de la résolution générale étant de trouver une fonction de la somme des racines, de la somme de leurs produits deux à deux, de la somme de leurs produits trois à trois, etc., qui soit indifféremment l'une quelconque de ces racines, cette recherche peut se partager en trois chefs:

» 1° Trouver une fonction des racines de laquelle on puisse dire, dans un certain sens, qu'elle égale telle de ces racines que l'on voudra;

» 2° Mettre cette fonction sous une forme telle qu'il soit de plus indifférent d'y changer les racines entre elles;

» 3° Y substituer les valeurs en somme de ces racines, somme de leurs produits deux à deux, etc. »

Ainsi, si l'on avait eu l'idée d'écrire l'expression:

$$(1) \qquad \frac{1}{2}\left[x_1 + x_2 + \sqrt{x^2{}_1 + x^2{}_2 - 2\,x_1\,x_2}\right],$$

dont les deux déterminations sont x_1 et x_2, on aurait, pour le degré 2, satisfait au premier « chef » de Vandermonde.

On satisfait au second en écrivant l'expression sous la forme:

$$\frac{1}{2}\left[(x_1 + x_2) + \sqrt{(x_1 - x_2)^2}\right].$$

On satisfait au troisième en écrivant la nouvelle forme:

$$\frac{1}{2}\left[(x_1 + x_2) + \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4\,x_1\,x_2}\right].$$

Et l'on obtient en effet ainsi, pour la résolution de $x^2 + px + q = 0$ la formule

$$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \frac{1}{2}\left[-p \pm \sqrt{p^2 - 4\,q}\right].$$

En langage moderne, les trois chefs de Vandermonde deviennent:

a) Construire à partir de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ une expression algébrique irrationnelle qui, parmi ses déterminations, en admette qui soient égales à $x_1, x_2, \ldots, x_n$ elles-mêmes;

b) Transformer cette expression de façon qu'elle ne contienne que des fonctions symétriques de $x_1, x_2, \ldots, x_n$;

c) Calculer ces fonctions symétriques à l'aide des fonctions symétriques élémentaires.

Vandermonde développe d'abord la solution du problème *c)* qu'il considère d'ailleurs comme élémentaire et accessoire. Je n'insiste pas, il s'agit d'une question maintenant classique et pour laquelle Vandermonde avait été précédé à son insu par Waring.

Pour résoudre le problème *a)*, Vandermonde, généralisant l'expression (1), écrit:

$$(\mathrm{I}) \qquad \frac{1}{n}\left[\begin{array}{l}(x_1 + \ldots + x_n) + \sqrt[n]{(\rho_1 x_1 + \ldots + \rho_n x_n)^n} + \sqrt[n]{(\rho^2{}_1 x_1 + \rho^2{}_2 x_2 + \ldots + \rho^2{}_n x_n)^n} + \\ + \ldots + \sqrt[n]{(\rho^{n-1}{}_1 x_1 + \ldots + \rho^{n-1}{}_n x_n)^n}\end{array}\right]$$

dans laquelle $\rho_1, \rho_2, \ldots \rho_n$ sont les racines n^e de l'unité.

Si nous prenons, en effet, les déterminations suivantes des radicaux

$$\frac{1}{\rho_i}(\rho_1 x_1 + \ldots + \rho_n x_n), \quad \frac{1}{\rho^2{}_i}(\rho^2{}_1 x_1 + \ldots + \rho^2{}_n x_n), \ldots \frac{1}{\rho^{n-1}{}_i}(\rho^{n-1}{}_1 x_1 + \ldots + \rho^{n-1}{}_n x_n)$$

l'expression, ordonnée par rapport aux x, s'écrit

$$\frac{1}{n}\left\{n x_i + \sum_{j \neq i} x_j \left[1 + \frac{\rho j}{\rho i} + \left(\frac{\rho j}{\rho i}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\rho j}{\rho i}\right)^{n-1}\right]\right\};$$

or, pour $j \neq i$, $\frac{\rho j}{\rho i}$ est une racine n^e de l'unité différente de 1, donc une racine de

$$\frac{X^n - 1}{X - 1} = 1 + X + X^2 + \ldots + X^{n-1} = 0,$$

et notre expression a pour valeur x_i. Ainsi la formule (I) résoud le problème *a)* en général. Il sera commode que j'utilise nos notations actuelles et que, par exemple, à la place de (I) j'écrive l'expression

$$\text{(II)} \quad \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} \sqrt[n]{(\rho^k{}_1 x_1 + \rho^k{}_2 x_2 + \ldots + \rho^k{}_n x_n)^n} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} \sqrt[n]{(V_k)^n}$$

V_k est, pour k premier avec n, ce que l'on appelle la résolvante de Lagrange, bien que Vandermonde l'ait utilisée avant Lagrange. Si k et n ont un diviseur δ et si $k = \delta k_1$, $n = \delta n_1$, V_k ne contiendra en réalité que les puissances $k_1{}^{es}$ des racines $n_1{}^{es}$ de l'unité, $\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_{n_1}$. Si, par exemple, les ρ et les σ sont rangés par ordre d'arguments croissants à partir de zéro, on a:

$$\begin{aligned} 2)\quad V_k &= \sigma^{k_1}{}_1 x_1 + \sigma^{k_1}{}_2 x_2 + \ldots + \sigma^{k_1}{}_{n_1} x_{n_1} + \sigma^{k_1}{}_1 x_{n_1+1} + \sigma^{k_1}{}_2 x_{n_1+2} + \ldots + \sigma^{k_1}{}_{n_1} x_{2n_1} + \ldots \\ &= \sigma^{k_1}{}_1 (x_1 + x_{n_1+1} + \ldots + x_{(\delta-1)n_1+1}) + \sigma^{k_1}{}_2 (x_2 + x_{n_1+2} + \ldots + x_{(\delta-1)n_1+2}) + \ldots \end{aligned}$$

Et comme les seules déterminations utiles de $\sqrt[n]{(V_k)^n}$ sont celles de la forme $\frac{1}{\sigma^{k_1}{}_j} V_k$, on peut remplacer ce radical par $\sqrt[n_1]{(V_k)^{n_1}}$; d'où la nouvelle expression:

$$\text{(III)} \qquad \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n} \sqrt[n_1]{(V_k)^{n_1}},$$

que donne Vandermonde. Bien entendu Vandermonde n'utilise pas la notation précédente; il montre pour $n = 4$, $n = 6$ la formation de la formule (III), et signale sa généralité; ainsi il résoud le problème *a)* de deux manières quand n est composé. A ces deux manières Vandermonde en ajoute encore d'autres dont il signale la généralité et qu'il expose pour $n = 4, 6, 8, 9, 10$.

(IV) Pour $n = 4$, par exemple, il prend l'expression

$$\frac{1}{4}\left\{\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \sqrt[2]{[(x_1 + x_2) - (x_3 + x_4)]^2} + \\ + \sqrt[2]{[(x_1 + x_3) - (x_2 + x_4)]^2} + \sqrt[2]{[(x_1 + x_4) - (x_2 + x_3)]^2} \end{array}\right\}$$

que j'écrirai sous forme abrégée

$$\frac{1}{4}\left\{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \mathrm{S}\sqrt[2]{[(x_1 + x_2) - (x_3 + x_4)]^2}\right\},$$

le symbole S signifiant qu'il faut faire la somme de tous les radicaux, analytiquement différents, déduits de celui écrit par les permutations des racines.

Pour $n = 6$,

$$\frac{1}{6}\left\{\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \\ + \mathrm{S}\sqrt[3]{[(x_1 + x_2) + i(x_3 + x_4) + j(x_5 + x_6)]^3} \end{array}\right\}, \text{ avec } 1, i, j = \sqrt[3]{1},$$

ou

$$\frac{1}{12}\left\{\begin{array}{l} 2\,(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) + \\ + \mathrm{S}\sqrt[2]{[(x_1 + x_2 + x_3) - (x_4 + x_5 + x_6)]^2} \end{array}\right\}.$$

Pour ne pas allonger je n'écris pas la formule générale; on l'obtiendrait facilement à partir de cette remarque: si, dans la formule (III), on ne conservait que les termes relatifs aux valeurs de k multiples d'un nombre δ diviseur de n, $n = n_1\,\delta$, on serait conduit à l'expression

$$\text{(III}'\text{)} \qquad \frac{1}{n_1}\sum_{k_1=1}^{k_1=n_1} \sqrt[n_1]{[V_{k_1\delta}]^{n_1}}$$

qui, comme le montre la forme (2) de V_k, aurait en particulier comme déterminations les n_1 sommes de δ racines qui sont de la forme $x_i + x_{n_1+i} + \dots + x_{(\delta-1)n_1+i}$.

Vandermonde a donc résolu les problèmes *a)* et *c)* en général, toute la difficulté de la question est réduite à la résolution du problème *b)*, c'est-à-dire au calcul, à l'aide d'équations auxiliaires que l'on sache résoudre algébriquement, de celles des quantités $(V_k)^{n_2}$ qui figurent dans celle des formules I, II, III ou IV que l'on veut utiliser. Toutes les fois qu'on y aura réussi, la formule employée deviendra une formule de résolution de l'équation envisagée. Cette formule donnera, en plus des valeurs cherchées, des valeurs parasites dont Vandermonde ne s'occupe jamais; sans doute faut-il comprendre que le tri entre l'ivraie et le bon grain, entre bonnes et fausses valeurs, se fera par vérification.

Faiscns encore une remarque, qui n'est pas dans Vandermonde mais qui nous sera utile plus tard. Laissons à part, pour simplifier, les formules (IV); il est clair que si l'une des formules I ou II peut être utilisée, la formule III peut l'être; supposons donc que notre formule de résolution dérive de III. Alors les formules III′ associées donnent, pour chaque diviseur δ de n, les sommes telles que $x_i + x_{n_1+i} + \dots + x_{(\delta-1)n_1+i}$. Ce sont ces sommes que, dans un cas particulier, Gauss appellera les valeurs des périodes de δ termes.

Voyons maintenant ce que Vandermonde dit de la solution du problème *b)*. Pour $n = 2$, une seule expression $V^2{}_1 = (x_1 - x_2)^2$ est à calculer; or, c'est une fonction symétrique, le problème *b)* est tout résolu; *il ne se pose même pas.*

Pour $n = 3$, on a à calculer, i et j étant les valeurs complexes de $\sqrt[3]{1}$,

$$V^3{}_1 = (x_1 + ix_2 + jx_3)^3 = x^3{}_1 + x^3{}_2 + x^3{}_3 + 6x_1x_2x_3 + 3i(x^2{}_1x_2 + x^2{}_2x_3 + x^2{}_3x_1) + 3j(x_1x^3{}_2 + x_2x^2{}_3 + x_3x^2{}_1) = S + 3iX + 3jY,$$

$$V^3{}_2 = (x_1 + i^2x_2 + j^2x_3)^3 = (x_1 + jx_2 + ix_3)^2 = S + 3iY + 3jX.$$

S est une fonction symétrique des racines; X et Y sont les deux seules déterminations de $u^2 v + v^2 w + w^2 u$ quand on met de toutes manières x_1, x_2, x_3 à la place de u, v, w. Donc X + Y et XY sont des fonctions symétriques des racines; X et Y sont donc

donnés par une équation du 2e degré. Le problème *b)* est traité, l'équation du 3e degré est résolue.

Pour $n = 4$, on pourrait utiliser les formules I, II, III, mais Vandermonde utilise la formule IV; il a donc à calculer des expressions telles que

$$[(x_1 + x_2) - (x_3 + x_4)]^2 = x^2_1 + x^2_2 + x^2_3 + x^2_4 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - \\ - 2x_1x_4 - 2x_2x_3 - 2x_2x_4 - 2x_3x_4 + 4(x_1x_2 + x_3x_4) = \mathrm{S} + 4\,\mathrm{X}\,,$$

où S est une fonction symétrique et où la quantité X et les deux quantités analogues Y et Z sont les trois seules déterminations de $uv + wz$ quand les variables ont les valeurs x_1, x_2, x_3, x_4. X, Y, Z sont donc donnés par une équation auxiliaire de degré 3. *b)* est traité, l'équation de degré 4 est résolue.

Je ne suivrai pas Vandermonde jusqu'aux formules explicites de résolution, ni dans ses essais pour les degrés 5 et 6. C'est pourtant là qu'il se montre le précurseur et le premier ouvrier de la théorie des substitutions, comme le signalait Cauchy. Il va déjà loin dans l'étude de la question; distinguant, avant Gauss et Abel, les fonctions cycliques invariantes par une permutation circulaire déterminée, voyant nettement le rôle de ces fonctions comme on s'en rendra compte dans un instant, décomposant les fonctions symétriques qu'il appelle types complets en fonctions cycliques qu'il appelle types partiels. Naturellement Vandermonde n'aboutit pas pour les degrés 5 et 6; il ne croit pas qu'on puisse aboutir, mais il montre aussi combien il serait prématuré cependant de conclure à l'impossibilité de la résolution des équations générales de degré supérieur à 4.

Puis il remarque que, si sa méthode échoue pour ces équations générales, elle réussit pour des équations particulières quand les racines sont liées par certaines relations et il prend comme exemple $x^{11} - 1 = 0$.

S'étant débarrassé de la racine 1, et ayant usé de l'artifice classique des équations réciproques, il a à résoudre une équation du 5e degré, dont il désigne les racines par a, b, c, d, e. Ces racines sont les valeurs de $2 \cos \frac{2\mathrm{K}\pi}{11}$ pour $\mathrm{K} = 1, 2, 3, 4, 5$; la formule de multiplication des cosinus nous donne les relations

$$a^2 = b + 2, \quad ab = a + c, \quad ac = b + d, \quad ad = c + e, \quad ae = d + e$$

et celles qui s'en déduisent par la permutation circulaire a, b, d, c, e.

Classant les racines cinquièmes de l'unité dans l'ordre

$$\rho_1 = e^{\frac{2i\pi}{5}}, \quad \rho_2 = e^{\frac{-2i\pi}{5}}, \quad \rho_3 = e^{\frac{4i\pi}{5}}, \quad \rho_4 = e^{\frac{-4i\pi}{5}}, \quad \rho_5 = 1,$$

d'où entre ces racines les relations:

$$\rho^2_1 = \rho_3, \quad \rho_1\rho_2 = 1, \quad \rho_1\rho_3 = \rho_4, \quad \rho_1\rho_4 = \rho_2,$$

Vandermonde se propose de calculer les quantités

$$(3) \qquad V^5_k = [a + b\rho^k_1 + e\rho^k_2 + d\rho^k_3 + c\rho^k_4]^5;$$

plaçant ainsi a, b, c, d, e dans un ordre inattendu. Pourquoi ?

Multipliant les deux membres de l'égalité précédente par $\rho^{5k}_1 = 1$, les relations entre les ρ nous donnent une nouvelle expression de V^5_k

$$(4) \qquad V^5_k = [e + a\rho^k_1 + c\rho^k_2 + b\rho^k_3 + d\rho^k_4]^5.$$

Or cette nouvelle expression se déduit aussi de la précédente par la substitution

a	e,
b	a
d	b
c	d
e	c

c'est-à-dire par la permutation circulaire a, b, d, c, e déjà rencontrée. Vandermonde a donc choisi l'ordre des racines de façon que les V^5_j soient des fonctions cycliques invariantes par la permutation circulaire qui laisse invariante les relations entre les racines a, b, c, d, e. Or ces relations permettant d'abaisser progressivement jusqu'au premier degré le degré de tout polynôme en a, b, c, d, e, permettent d'écrire l'expression (3) sous la forme

$$(3') \qquad V^5_k = aA + bB + dD + cC + eE + F,$$

avec des A, B, C, D, E, F faciles à calculer à partir des ρ, ces relations permettront aussi de donner à (4) la forme

$$(4') \qquad V^5_k = eA + aB + bD + dC + cE + F,$$

avec les mêmes A, B, C, D, E, F. On passe de (3') à (4') par notre permutation circulaire, la répétition de cette permutation

donnera trois autres expressions linéaires de $V^5{}_k$ d'où, par moyenne arithmétique,

$$V^5{}_k = \frac{1}{5}(A + B + C + D + E)\ (a + b + c + d + e) + F.$$

Ainsi les quantités $V^5{}_k$ sont des fonctions symétriques des racines; pour $x^{11} - 1 = 0$, comme pour l'équation générale du 2e degré, le problème *b)* est tout résolu, *il ne se pose même pas.* L'équation $x^{11} - 1 = 0$ est donc résolue.

Vandermonde n'explicite pas son raisonnement comme je viens de le faire, mais il obtient effectivement les valeurs de $\sqrt[11]{1}$ par les calculs que j'ai indiqués puis, relativement à $x^n - 1 = 0$, il ajoute: *Comme pour résoudre l'équation, il n'est question que de déterminer la quantité qui est indifféremment l'une des racines*, problème *a)*, *et nullement de faire qu'il soit indifférent d'y changer ces racines entre elles*, problème *b)*, *cette résolution nous sera toujours facile.*

J'espère que dans cette phrase, qui n'a pas toujours été comprise [1], vous reconnaissez exactement ce que j'ai dit pour $x^{11} - 1 = 0$. Mais Vandermonde [2] avait-il le droit de l'affirmer pour $x^n - 1 = 0$? Si Vandermonde avait écrit les racines dans l'ordre alphabétique a, b, c, d, e, $V^5{}_k$ n'aurait plus été une fonction symétrique, c'est grâce seulement à l'ordre tout particulier choisi qu'il en est ainsi. Il est donc indispensable de prouver qu'on peut toujours choisir un ordre des racines donnant un résultat analogue, au moins quel que soit n premier, puisque, comme l'on sait et comme Vandermonde l'observe, les racines de l'unité se

---

[1] C'est à son sujet que Nielsen écrit: « Il me semble assez difficile de juger la portée de cette remarque. »

[2] A un autre endroit, Vandermonde avait écrit aussi « Ajoutons seulement que, lorsque n est premier, $2m + 1$, pour obtenir les valeurs rigoureuses de r en supposant

$$r^n - 1 = r^{2m+1} - 1 = 0 = (r - 1)\ (r^2 + x' r + 1)\ (r^2 + x'' r + 1)\ (r^2 + x''' r + 1)\ldots$$

on a l'équation

$$x^m - x^{m-1} + (m - 2)\, x^{m-3} - \frac{(m-3)(m-4)}{1.2} x^{m-5} + \ldots$$
$$- (m - 1)\, x^{m-2} + \frac{(m-2)(m-3)}{1.2} x^{m-4} - \frac{(m-3)(m-4)(m-5)}{1.2.3} x^{m-6} + \ldots = 0$$

dont les racines sont x', x'', x''', etc., et qui est toujours facile à résoudre, comme on le verra ci-après par le calcul du cas où $m = 5$. Si n n'est pas un nombre premier, les simplifications sont encore plus grandes, et s'offrent sans peine. »

calculent toutes à l'aide de celles d'indice premier. Vandermonde ne dit pas un mot de cette nécessité qui n'a pourtant pas pu lui échapper car l'ordre a, b, e, d, c ne s'est pas présenté à lui, il lui avait fallu le chercher.

Comblons cette lacune si surprenante et, pour gagner quelques minutes, raisonnons directement sur $\frac{x^n - 1}{x - 1} = 0$, sans abaisser le degré de moitié. Soient $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ ces racines et soit $\rho = e^{\frac{2\pi i}{n-1}}$. Le raisonnement précédent s'appliquera aux quantités

$$(V_k)^{n-1} = [\rho^k x_1 + \rho^{2k} x_2 + \rho^{3k} x_3 + \ldots + \rho^{(n-1)k} x_{n-1}]^{n-1}$$

si l'on peut classer les racines dans un ordre tel que toute relation de la forme

$$x^A{}_\alpha\, x^B{}_\beta \ldots = x^L{}_\lambda \text{ ou } = 1,$$

soit inaltérée par la permutation circulaire $x_1, x_2, \ldots x_{n-1}$; c'est-à-dire en ajoutant un même nombre à tous les indices, à condition de convenir que la notation x_{n-1+k} sera équivalente à la notation x_k.

Admettons que la conservation des relations ait lieu; alors, si ξ est racine primitive de $x^n - 1 = 0$, et si ξ occupe le rang i dans la suite $x_1, x_2, \ldots x_{n-1}$, on a:

$$x_i = \xi, \qquad x_{i+1} = \xi^g,$$

pour un certain entier g, mais ceci s'écrivant $x_{i+1} = x^g{}_i$, entraîne

$$(5) \qquad x_i = \xi,\ x_{i+1} = \xi^g,\ x_{i+2} = \xi^{g^2},\ \ldots,\ x_{i+n-1} = \xi g^{n-2}.$$

Donc il faut et il suffit, pour l'application du raisonnement de Vandermonde, qu'il existe un nombre g permettant d'exprimer les racines par les formules (5); un tel nombre s'appelle, depuis Euler, une racine primitive de n.

Que Vandermonde n'ait pas explicité le raisonnement précédent, cela ne serait pas étonnant; les géomètres du XVIIIe siècle, entraînés au calcul, considéraient comme allant de soi des choses bien plus cachées. D'ailleurs, traitant seulement des cas particuliers, ils laissaient toujours au lecteur le soin « d'opérer de même » dans les cas non traités et il leur arrivait alors parfois de ne pas voir les difficultés qu'on éprouverait au moment où

l'on essaierait « d'opérer de même ». Je pense que Vandermonde n'a pas aperçu la lacune de son raisonnement, en somme qu'il n'a pas compris la nécessité de démontrer l'existence d'une racine primitive g des nombres n qu'il considérait, c'est-à-dire des nombres n premiers. Cette démonstration n'a été donnée que par Gauss.

Relativement au théorème d'existence des racines primitives, Gauss écrit au n° 56 de la section II de ses *Disquisitiones*[1]: « Ce théorème nous fournit un exemple remarquable de la circonspection dont on a besoin dans la théorie des nombres, pour ne pas regarder comme démontrées des choses qui ne le sont pas. Lambert, dans la dissertation que nous avons citée plus haut fait mention de cette proposition mais ne dit pas un mot de la nécessité de la démontrer. Personne même n'a tenté de le faire, excepté Euler (*Comm. nova Acad. Petrop.*, t. XVIII, p. 85) dans son mémoire intitulé: *Demonstrationes circa residua ex divisione potestatum per numeros primos resultantia.* On peut voir surtout l'article 57 [2], dans lequel il a parlé avec étendue de la nécessité de démontrer cette proposition. Cependant la démonstration de cet homme pénétrant présente deux défauts; l'un tient à ce qu'il suppose tacitement, article 51 et suivant, que la congruence $x^n = 1$ (en ramenant ses raisonnements à notre notation) a réellement n racines différentes, tandis qu'il était seulement démontré que cette congruence ne peut en avoir davantage; l'autre à ce qu'il ne déduit que par induction la formule du n° 34. »

La dissertation de Lambert est insérée dans les *Acta eruditorum* de 1769; le mémoire d'Euler dans les *Novi commentarii academiae scientiarum imperiales Petropolitanae* pour 1773, parus en 1774. Ainsi, quand Vandermonde écrivait son mémoire en 1770, il aurait commis la même faute que Lambert commettait au même moment et sur laquelle Euler n'avait pas encore attiré l'attention.

Mais peut-être n'est-ce pas en la ramenant à l'existence des racines primitives d'un nombre premier n que la possibilité de

---

[1] Je cite cet ouvrage d'après la traduction qu'en a faite Pouillet-Delisle sous le titre: *Recherches arithmétiques.*

[2] Cette référence est inexacte.

ranger les $n - 1$ racines n^{es} imaginaires de l'unité dans un ordre qui assure la permanence des relations est apparue certaine à Vandermonde. Peu importe; la faute logique qu'il a commise peut être différente, elle n'en devient pas plus grave. Ce qui est certain c'est que Vandermonde, considérant le premier les résolvantes de Lagrange V_k, a vu que la possibilité de la résolution algébrique dépendait de l'existence d'une permutation des racines donnant à $(V_k)^{n-1}$, si le degré est $n - 1$, un petit nombre de valeurs et qu'il a, d'après cela, construit une méthode de résolution des équations. De plus, en ce qui concerne les équations binômes $x^n - 1 = 0$, il a affirmé que, pour n premier, la résolution était possible et simple, l'une des valeurs de $(V_k)^{n-1}$ étant fonction symétrique des racines différentes de 1. Or tout cela est exact; mais le dernier point n'a été logiquement prouvé que par Gauss. C'est là un apport très important dû à Gauss, logiquement indispensable; il n'en est pas moins injuste d'attribuer à Gauss la résolution des équations binômes.

Certes le travail de Gauss est un chef-d'œuvre; chef-d'œuvre d'exposition élégante, rigoureuse et complète, chef-d'œuvre de compréhension et d'intelligence mais où la part d'invention personnelle est en réalité fort mince. Gauss expose la résolution de deux façons: m étant premier, $m - 1$ est composé et Gauss, utilisant les formules III′, calcule d'abord ces sommes de racines que nous avons rencontrées et qu'il appelle les valeurs des périodes; d'où ensuite les racines elles-mêmes par des formules équivalentes à IV. Ensuite Gauss, pour résumer et conclure nettement, reprend la résolution sans parler des périodes, il utilise alors I et son exposé est identique à celui que je viens de vous faire. Ainsi Gauss, dans l'un ou l'autre de ses calculs, suit pas à pas Vandermonde; mais, bien entendu, il le perfectionne beaucoup. Par exemple, la méthode de Vandermonde conduit aux périodes, mais Vandermonde ne parle pas des périodes; de Vandermonde est la méthode, de Gauss sont les résultats. Par exemple encore, Vandermonde obtenait des valeurs parasites parce qu'il utilisait plusieurs extractions de racines $m - 1^{es}$, Gauss les ramène toutes à une seule et n'a plus de valeurs parasites. Il ne s'agit pas de diminuer Gauss, mais de rendre justice à Vandermonde.

Pourquoi Gauss n'a-t-il pas lui-même rendu justice à Vandermonde, pourquoi n'a-t-il pas cité Vandermonde ?

J'écarte l'hypothèse d'une redécouverte faite par Gauss; une rencontre si complète dans le fond et dans la forme est impossible. Au reste la note trouvée par Maxwell prouve que Gauss a eu entre les mains le volume de l'Académie qui contient le travail de Vandermonde, au plus tard en 1833. S'il ne l'avait eu qu'après la publication de ses recherches (1801), Gauss aurait ainsi appris qu'il avait été devancé, alors il aurait tenu à dire qu'il n'avait pas connu le travail de Vandermonde et en avait retrouvé la méthode. Non; c'est délibérément que Gauss, qui en 1849 publia encore un long travail sur les équations algébriques, a méconnu la priorité de Vandermonde.

J'écarte aussi l'hypothèse d'une tentative de vol commise par Gauss, cet homme qui conserva sans les publier plusieurs très belles découvertes, qui n'avait pas besoin du suffrage des autres et ne tenait qu'à sa propre estime. Non; mais, par réaction contre la tolérance qui, au XVIIIe siècle, avait si souvent permis de remplacer les raisonnements logiques par des arguments tendancieux, Gauss en était arrivé à méconnaître l'essentiel: la découverte, n'estimant que la démonstration rigoureuse. D'où cette sévérité, profondément injuste, dont il a fait preuve envers Vandermonde, comme envers lui-même d'ailleurs.

Cette impartialité dans la sévérité prouverait la bonne foi de Gauss si l'on songeait à la mettre en doute; il a été de bonne foi, mais il s'est trompé en n'attachant de l'importance qu'à l'achèvement de la démonstration. Certes, au point de vue de la stricte logique, une démonstration est inexistante si elle n'est pas achevée et entièrement rigoureuse; il est certain aussi qu'un fait mathématique n'est acquis que lorsqu'il est démontré. Pourtant aucune découverte n'a jamais été faite en mathématiques, comme ailleurs du reste, par un effort de logique déductive; elle résulte toujours d'un travail de création de l'imagination qui bâtit ce qui lui semble devoir être la vérité, guidée parfois par des analogies, parfois par un idéal esthétique, mais qui ne bâtit nullement sur de solides bases logiques. La découverte faite, la logique intervient ensuite pour contrôle; c'est elle qui, finalement, décide s'il s'agissait bien d'une vraie découverte et non d'une

découverte illusoire; son rôle est donc considérable, il n'est pourtant que secondaire. L'imagination intervient d'ailleurs encore pour découvrir les voies dans lesquelles doit s'engager la démonstration logique. Et celle-ci n'est acquise le plus souvent qu'après quelques essais infructueux et grâce précisément à l'emploi simultané des idées qui avaient présidé à l'élaboration de preuves insuffisantes.

Aussi Gauss a-t-il été doublement injuste en ne tenant jamais compte, dans ses *Disquisitiones*, du vrai moment de la découverte, et en critiquant âprement les démonstrations de ses devanciers sans dire, le plus souvent, quels sont les points de ces démonstrations qu'il a utilisés. Ainsi, on ne se douterait guère, à lire le n° 56 que j'ai reproduit plus haut, qu'il y a des liens étroits entre la première démonstration qu'a donnée Gauss pour l'existence des racines primitives des nombres premiers et la démonstration d'Euler que Gauss critique justement.

Quant à Vandermonde, Gauss ne le cite pas du tout. Il semble que la section VII de ses *Disquisitiones* relative aux équations binômes ne soit pas écrite de la même plume que les autres sections. Peut-être s'agit-il d'une partie ajoutée au reste de l'ouvrage et que Gauss aurait eu d'abord l'idée de publier ailleurs. En tout cas, un fait est certain c'est que la publication des *Disquisitiones* a été faite avec une sorte de précipitation tout à fait contraire aux habitudes de lente et complète préparation que Gauss montrera ensuite; ainsi, le texte comporte de nombreux renvois à une section VIII, qui n'existe pas, ce que Gauss explique dans la préface en disant seulement: « le volume devenait plus considérable que je ne m'y étais attendu ».

Quoi qu'il en soit, aucun nom n'est cité dans la section VII contrairement à ce que Gauss a fait dans les sections précédentes ? Je crois qu'il convient de chercher l'explication de cette omission dans cette phrase de la préface: « La théorie de la division du cercle, ou des polygones réguliers, qui compose la section VII, n'appartient pas *par elle-même* à l'arithmétique mais ses *principes* ne peuvent être puisés que dans l'arithmétique transcendante. Ce résultat pourra sembler aux géomètres aussi inattendu que les vérités nouvelles qui en dérivent et qu'ils verront, j'espère, avec

plaisir[1]. » Ne doit-on pas comprendre que Gauss réclame seulement pour lui la partie arithmétique de la question ? La partie algébrique, c'est-à-dire le procédé de calcul, n'appartient pas par elle-même à l'arithmétique, il la suppose connue, il n'en cite pas les auteurs. Mais la justification de ces calculs, les principes sur lesquels ils reposent sont de nature arithmétique, c'est ce que Gauss a vu, lui seul; tous les géomètres s'étaient bornés jusqu'à lui à distinguer le cas d'un degré premier et d'un degré composé, ils pourront donc trouver inattendue l'intervention de propriétés arithmétiques cachées. Et là encore Gauss n'a personne à citer, il n'a été précédé par personne dans cette voie.

Si mon interprétation était exacte, Gauss délimiterait sa part et celle de Vandermonde exactement comme je le fais. Il est regrettable pourtant que Gauss n'ait pas cité Vandermonde, fût-ce pour le critiquer. Ç'aurait été plus juste.

Mais pourquoi d'autres n'ont-ils pas réparé vite l'injustice de Gauss ? La faute incombe surtout à Vandermonde lui-même. Ça d'abord été une faute parfaitement excusable; il a été trop modeste pour penser « il faut que je dise beaucoup de bien de moi; sans quoi, qui donc commencerait à en dire ? » Se rencontrant, débutant, inconnu, avec Lagrange plein de gloire, et l'antériorité de son travail étant masquée par un malheureux retard de publication, il se borne à déclarer: *Ce mémoire a été lu dans le courant de novembre 1770 et paraphé par M. de Fouchy le 28 du même mois; mais il m'a fallu attendre l'impression des mémoires de 1771*, parus seulement en 1774, Vandermonde ne le dit pas, *parce que je n'avais pas en 1770, l'honneur d'être de l'Académie... Depuis, l'illustre M. de La Grange a publié... une méthode particulière qu'il se propose d'appliquer aux degrés non résolus. On remarquera quelques conformités entre cet ouvrage et le mien, dont je ne puis qu'être flatté.* Et c'est tout, pas un mot pour préciser quels sont ces points communs, pas un mot sur ce qui n'appartient qu'à lui seul. D'autre part, pour caractériser son étude, il se borne à écrire: *La méthode que je vais exposer ne suppose l'introduction d'aucune inconnue et à quelque instant que ce soit dans la*

[1] Les italiques sont de Gauss.

marche du calcul; on n'a que des équations faciles à vérifier en y exécutant les opérations indiquées. On comprend l'embarras du secrétaire perpétuel [1] ayant à rédiger, suivant l'usage de l'époque, le résumé et l'exposé critique du mémoire. Il se borne à peu près à en dire ceci, où il est plus question de Lagrange que de Vandermonde: *On verra qu'il (Vandermonde) s'est rencontré dans plusieurs points avec M. de La Grange, mais il paraît s'être plus particulièrement appliqué à simplifier les calculs pour les rendre plus praticables, tandis que M. de La Grange s'est plus occupé des moyens de s'assurer* a priori *de la possibilité de la solution cherchée ou de la généralité des méthodes connues.* Et ne pouvant s'arrêter là, le secrétaire se lance dans un interminable dithyrambe à la gloire des recherches désintéressées — sans doute pour bien marquer qu'il n'a pas vu l'intérêt du mémoire de Vandermonde. C'est là, en particulier, que l'on trouve, et pour la première fois je crois, le fameux poncif académique: si des Grecs, désintéressés, n'avaient pas étudié les coniques, Képler ne les aurait pas utilisées et nous n'aurions pas ces tables astronomiques si précises

---

[1] J'avais cru d'abord pouvoir attribuer à Condorcet le résumé dont il est ici question; mais, comme on va le voir, cela n'est pas certain.

Grandjean de Fouchy resta secrétaire perpétuel jusqu'au 24 juillet 1776, mais, le 8 mars 1773, Condorcet lui fut « adjoint avec survivance ». J'avais cru qu'à partir de cette date Condorcet avait, en fait, assumé toutes les charges du secrétaire perpétuel et que l'*Histoire de l'Académie* pour 1771 était de lui car elle est parue en 1774; et même tout à la fin de 1774 puisqu'on y trouve un « Rapport des inoculations faites dans la famille royale au château de Marli » par M. de Lassone, qui fut lu à l'Académie le 20 juillet 1774. A la vérité, ce rapport est après le mot Fin placé au bas de la page 848, mais il est paginé à partir de 849 et le titre du volume court partagé entre les hauts des pages 848 et 849 comme entre les hauts des autres couples de pages. Le rapport n'est donc pas là par suite d'une erreur de reliure.

Ainsi Condorcet me paraissait devoir être l'auteur de l'analyse du mémoire de Vandermonde; j'ai demandé à M. Pierre Gauja, secrétaire rédacteur de l'Académie des Sciences, de rechercher dans les archives de l'Académie s'il existait quelque pièce permettant de préciser. Or voici ce qu'il m'écrit:

« Grandjean de Fouchy n'abandonna ses fonctions qu'en 1776, et les plumitifs des procès-verbaux des séances sont de sa main jusqu'à cette époque.

» Nous ne possédons pas le manuscrit original de l'*Histoire de l'Académie*. Cependant, parmi les pièces non classées de 1771, se trouve un papier, de la main de de Fouchy, qui paraît avoir été préparé pour le début de l'histoire de cette année, mais le texte imprimé est différent.

» Il semble que de Fouchy s'est servi de Condorcet, qu'il avait lui-même choisi et fait nommer, mais que jusqu'à sa démission il a continué à remplir lui-même le rôle de secrétaire, et il faut probablement en conclure que l'histoire de 1771 est le fruit de cette collaboration.

» Dans la lettre, en date du 24 février 1773, par laquelle le duc de Lavrillière invite l'Académie à délibérer sur l'adjonction de Condorcet à Grandjean de Fouchy, le ministre écrit textuellement que Grandjean de Fouchy « a déjà éprouvé les talents » de Condorcet « en lui confiant quelques articles de l'*Histoire de l'Académie* qu'on imprime actuellement. »

qui sauvent la vie à tant de navigateurs ! Quant à Lacépède, il se borne à dire, dans son éloge de Vandermonde, que celui-ci a cherché à simplifier les calculs.

Vandermonde n'étant jamais revenu sur ses recherches, pour ne pas se laisser aller à attribuer au seul Lagrange ce qui appartenait aussi à Vandermonde, pour reconnaître l'apport personnel de celui-ci, il aurait fallu étudier, et avec grand soin, un mémoire assez rébarbatif, dû à un homme qu'on accablait de brocards, à la femme de Monge, au chef du déshabillement, à un mathématicien pour musiciens. Dans des travaux d'histoire des sciences, Montucla, Lalande, Lacroix et Delambre, confrères de Vandermonde à l'Académie, citent Gauss pour sa résolution des équations binômes parue moins de cinq ans après la mort de Vandermonde, mais ne citent pas Vandermonde.

De même Legendre, lui aussi confrère de Vandermonde, ne le cite pas dans son traité de géométrie élémentaire à l'occasion du polygone régulier de dix-sept côtés, alors qu'il cite Gauss. A la vérité, Vandermonde n'aurait pu être cité là qu'avec les plus expresses réserves, car il a commis une autre faute, conséquence peut-être de la première, mais faute fort grave cette fois : il n'a pas compris toute l'importance de sa méthode. Et, par exemple, alors qu'elle lui donnait les racines de $x^{17} - 1 = 0$ à l'aide de radicaux d'ordre 16, donc à l'aide de radicaux carrés superposés, il laisse à Gauss le soin de découvrir — trente ans après — que le polygone régulier de dix-sept côtés peut être construit par la règle et le compas !

Certes, tout homme qui trouve quelque chose de vraiment important est dépassé par sa propre découverte ; il ne la comprend lui-même, et seulement partiellement, qu'en y réfléchissant ensuite longuement. Or Vandermonde n'est jamais revenu sur ses recherches algébriques parce qu'il n'a tout d'abord senti qu'imparfaitement leur importance, et s'il ne l'a pas mieux comprise par la suite c'est précisément parce qu'il n'a pas réfléchi profondément sur elles ; il s'est intéressé à tout, s'est occupé de tout ; il n'a rien pu approfondir lentement, sa vie fut trop active, trop embrasée. Si j'emploie ce mot c'est qu'à lire sa biographie il me semble, qu'ayant eu une première atteinte de tuberculose dans sa jeunesse, Vandermonde est mort de cette même maladie

qui lui aurait fait presque entièrement perdre la voix quelques mois avant sa fin.

Pour délimiter exactement ce que Vandermonde a vu, compris et ce qui lui a échappé il ne faudrait pas seulement se refaire la mentalité d'un homme du XVIIIe siècle, mais la mentalité de Vandermonde et à l'instant où celui-ci eut du génie et dépassa son temps. En essayant de le faire, on attribuera toujours trop ou trop peu à Vandermonde. Aussi, tout en souscrivant à l'appréciation de Kronecker sur la profondeur et la clarté des vues de Vandermonde, on ne doit pas oublier qu'il s'agit pourtant de l'appréciation d'un homme qui a mieux compris le mémoire de Vandermonde que Vandermonde lui-même, parce qu'il l'a vu au travers des recherches contemporaines de Lagrange et des recherches postérieures des Gauss, Abel, Cauchy, Galois.

Essayons donc d'être juste envers tous: c'est un fait que Vandermonde a créé, et de toutes pièces, une méthode de résolution qui s'applique, sans qu'on ait rien à y changer, à toute équation résoluble algébriquement.

C'est un fait que la puissance de cette méthode n'est connue et prouvée que grâce aux travaux des successeurs de Vandermonde.

Pour rendre à Vandermonde ce qui lui appartient, pour le citer à l'occasion de quelque chose qui soit vraiment de lui, appelons méthode de Vandermonde cette méthode de calcul qu'il a bâtie et employons-la systématiquement depuis l'équation du 3e degré jusqu'aux équations abéliennes, l'enseignement ne fera qu'y gagner en unité, en simplicité et en clarté; et cela ne nous empêchera nullement de rendre pleine justice à tous les autres grands algébristes.

Extrait de *Thalès, Recueil des Travaux de l'Institut d'Histoire des Sciences; tome IV, années 1937-39.*