M. LOUIS PINEAU, Président de la SOCIÉTÉ D'ENCOURAGEMENT POUR L'INDUSTRIE NATIONALE, invite l'Académie à se faire représenter à la Cérémonie qui aura lieu le mardi 7 mai, en l'Hôtel de la Société, en l'honneur de SADI CARNOT.

M. ÉLIE CARTAN est désigné.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° GEORGES RAY. *Les vins de France*.

2° DEZYDERY SZYMKIEWICZ. *Observations biométriques*, VI-VII, extrait de *Acta Societatis Botanicorum Poloniae*, vol. XVII, n° 1.

M. JEAN VIGNAL prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par le décès de M. Robert Bourgeois.

ALGÈBRE. — *Théorie non-abélienne des corps de classes pour les extensions finies et séparables des corps valués complets : conducteur, théorie de l'irrégularité.* Note (1) de M. MARC KRASNER, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de ma Note précédente (2). K/k sera supposée séparable. Soit $\overline{\mathfrak{M}}$ la fermeture sur l'axe semi-réel (3) du module de valuation $\mathfrak{M}$ de K . Si $f = f_{\alpha/k}(x)$, le conducteur (4) de $\mathfrak{U}_\alpha = \text{TC}_\alpha$ sera noté $f_{K/k}^{(f)}$ et dit le conducteur de K/k en f , et le p. g. c. d. (5) des $f_{K/k}^{(f)}$, où f parcourt $E_{K/k}^0$, sera noté $f_{K/k}$ et dit le conducteur de K/k . On a, si l'on se place dans $\mathfrak{E}_k^{(n)}$, $\omega_n(f_{K/k}^{(f)}) = \varphi(\Pi_\alpha; v_{m(\alpha)-1})$ et $\omega_n(f_{K/k}) = \varphi_{K/k}(v_{m-1})$, où $v_m = +\infty$, formule analogue à celle de Hasse-Artin (6) pour les extensions galoisiennes des corps p -adiques. L'application T de $\mathfrak{K}$ sur $\mathfrak{E}_k$ est partout centrale (3) et ouverte, donc, en vertu du Principe I, $\mathfrak{E}_{K/k}^0$ est localement ouvert en tout $g \in \mathfrak{E}_{K/k}^0$ séparable et si $g = f_{\alpha/k} \in \mathfrak{E}_{K/k}$, l'entourage de g dans $\mathfrak{E}_{K/k}^0$ contient $\mathfrak{U}_\alpha$; ainsi, le conducteur en f et le conducteur de $E_{K/k}^0$ divisent ceux de K/k ; la dégénérescence de r vers le type algébriquement fermé peut entraîner l'inégalité $f(E_{K/k}^0) \neq f_{K/k}$ (toutefois, ceci n'arrive pas si r est un champ de Galois). Mais si k^* est le complété d'une extension transcendante élémentaire (6) $k(t)$ de k de caractéristique valuatrice (6) (r), si $K^* = k^*(\alpha)$ et si l'on identifie un diviseur (3) de $\mathfrak{E}_{K^*/k^*}^{(n)}$ avec celui qu'il induit sur $\mathfrak{E}_k^{(n)}$, $f_{K/k}^{(f)} = f^{(f)}(\mathfrak{E}_{K^*/k^*}^0)$ et $f_{K/k}$ est égal au conducteur de l'ouverture (3)

(1) Séance du 8 avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 626; toutefois, j'y avais employé, par erreur, dans les lignes 21 et 32 de la page 627, le mot *similitude* au lieu du mot *quasi-similitude* (3).

(3) KRASNER, *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 433-435.

(4) KRASNER, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 581-583.

(5) HASSE, *Journ. f. d. reine und ang. Math.*, 162, 1930, pp. 169-184.

(6) KRASNER, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 28-30.

$E_{K/k}^*$ de $E_{K/k}^0$ dans $\mathcal{E}_{K^*/k^*}^{(n)}/\mathcal{E}_{K^*/k^*}^0$, ce qui en est une définition à l'aide des seuls objets dans k . Le Principe III et l'existence de certaines surextensions hilbertiennes⁽⁷⁾ de K/k montrent que, si $n|\nu$, l'ordre dans $\mathcal{E}_{K^*/k^*}$ du conducteur $\mathfrak{f}_{K/k}^{(\nu)}$ de $E_{K/k}^* \cap E_{K^*/k^*}^{\nu}$ est le nombre minimal de $\overline{\mathcal{M}}n:\nu$ qui soit $\geq \omega_n(\mathfrak{f}_{K/k})$; tous les $\omega_n(\mathfrak{f}_{K/k}^{(f)})$ appartenant au module de valuation du corps de Galois K' de K/k , on a $\omega_n(\mathfrak{f}_{K/k}) = \text{Min } \omega_n(\mathfrak{f}_{K/k}^{(f)})$, et le minimum est atteint si $(K':k)|\nu$.

$\mathfrak{f}$ étant un multiple propre de $\mathfrak{f}_{K/k}$, et $(E_{K/k}; \mathfrak{f})$ étant la réunion des classes $(\text{mod } \mathfrak{f})$ dans $\mathcal{E}_{k,n}$ contenues dans $E_{K/k}$, $E(\mathfrak{f}, K/k) = (E_{K/k}; \mathfrak{f})/\mathfrak{f}$ est un ensemble de l'espace ultramétrique discret $\mathcal{E}_{k,n}/\mathfrak{f}$, caractérisant K/k à l'isomorphie près. Si k est discrètement valué, et si $\mathfrak{f}$ est le p. p. m. propre de $\mathfrak{f}_{K/k}$, on a $(E_{K/k}; \mathfrak{f}) = \overline{E}_{K/k}$ et $E(\mathfrak{f}, K/k)$ sera noté $E(K/k)$. Si k est localement compact, $E(K/k)$ est un ensemble fini, et un calcul rationnel fini suffit à décider si $A \subseteq \mathcal{E}_{k,n}/\mathfrak{f}$ donné est de la forme $E(K/k)$.

Si $\sigma \in G_{K/k}$, la borne inf. sur l'axe semi-réel $\eta_K^{(\alpha)}(\sigma)$ ($\geq \nu^{(\alpha)}(\sigma)$) de $\sigma\alpha - \beta$, où β parcourt K , est dit le nombre d'irrégularité de σ en α dans K . En vertu du Principe III, si $\eta_K^{(\alpha)}(\sigma) > \nu_{q-1}^{(\alpha)}$, K contient le q -ième corps caractéristique⁽⁸⁾ $(\sigma K)_q^{(\sigma\alpha)}$ de $\sigma K/k$ en $\sigma\alpha$, ce qui équivaut à l'inégalité $1_K \sigma \subseteq \sigma Z_q^{(\alpha)}$, (où 1_K est l'isomorphisme identique de K/k). Soient $\eta_{10,K}^{(\alpha)} < \eta_{1,K}^{(\alpha)} < \dots < \eta_{\pi,K}^{(\alpha)} = +\infty$, toutes les valeurs prises par $\eta_K^{(\alpha)}(\sigma)$, $\sigma \in G_{K/k}$. $\eta_{i,K}^{(\alpha)}$ est dit le i -ième nombre d'irrégularité de K/k en α . Un $\sigma \in G_{K/k}$ est dit régulier, irrégulier caché, irrégulier apparent ou irrégulier masqué en α suivant que $\eta_K^{(\alpha)}(\sigma)$ est $+\infty$, fini et égal à $\nu^{(\alpha)}(\sigma)$, fini, réel et $> \nu^{(\alpha)}(\sigma)$, fini et non réel. σ est régulier si, et seulement s'il est un automorphisme de K/k , et le nombre de tels σ est $(K:K_g)$, où K_g est le corps maximal entre k et K par rapport auquel K est galoisien. K/k est dite à irrégularité masquée en α si tout $\sigma \in G_{K/k}$ est régulier ou irrégulier masqué. L'ensemble $H_{i,K/k}^{(\alpha)}$ des $\sigma \in G_{K/k}$ tels que $\eta_K^{(\alpha)}(\sigma) \geq \eta_{i,K}^{(\alpha)}$ est dit le i -ième ensemble d'irrégularité de K/k en α . $\eta_K^{(\alpha)}(\sigma)$ étant réel, soit $\mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)}$ le squelette⁽⁸⁾ de l'ensemble des $\gamma \in \sigma\alpha + K$ d'ordre $\eta = \eta_K^{(\alpha)}(\sigma)$ [c'est l'ensemble $\mathcal{J}(\sigma\alpha)$ de ma Note précédente⁽⁸⁾ si l'on y pose $F(x) = f_{\alpha/k}(x)$; c'est un ensemble d'un seul élément ou une classe $(\text{mod } \theta_\eta R)$ dans le squelette $\mathfrak{S}$ de $\mathfrak{K}$, où $\theta_\eta \in \mathfrak{S}$ et $-\text{Log}|\theta_\eta| = \eta$, suivant que $\eta \notin$ ou $\in \mathcal{M}$]. Soient $B_q^{(\alpha)}$ le squelette de l'ensemble⁽⁹⁾ des $\sigma\alpha - \alpha$, $\sigma \in Z_q^{(\alpha)}$, et $x_q^{(\alpha)}$ le nombre d'éléments de $B_q^{(\alpha)} \cap \mathfrak{S}$. Si $\eta_i^{(\alpha)} = \nu_q^{(\alpha)}$ et si $\sigma \in H_i^{(\alpha)} - H_{i+1}^{(\alpha)}$, on montre que $H_i^{(\alpha)}$ contient $\sigma(Z_q^{(\alpha)} \cap H_i^{(\alpha)})$. $\mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)*}$ étant la réunion des $\mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)}$, $\sigma' \in \sigma(Z_q^{(\alpha)} \cap H_i^{(\alpha)})$, ou $\mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)}$ suivant que $\eta_i^{(\alpha)}$ réel est ou n'est pas un $\nu_q^{(\alpha)}$, soient $h_i^{(\alpha)'}$ le nombre des $\mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)*}$, $\sigma \in H_i^{(\alpha)} - H_{i+1}^{(\alpha)}$, distincts, augmenté d'une unité, sauf si à la fois $\eta_i^{(\alpha)}$ est un $\nu_q^{(\alpha)}$ et $x_q^{(\alpha)} \neq 1$, et $h_i^{(\alpha)''}$ le nombre $n_q^{(\alpha)} : x_q^{(\alpha)}$. Les produits $h_i^{(\alpha)'}$ (ou $h_i^{(\alpha)''}$) des $h_i^{(\alpha)'}$ (ou $h_i^{(\alpha)''}$) sont dits les indices d'irrégularité apparente et cachée de K/k en α , et $h^{(\alpha)} = h_i^{(\alpha)'} \cdot h_i^{(\alpha)''}$ est dit l'indice d'irrégularité de K/k en α . $h^{(\alpha)} = 1$ si, et seulement si K/k est à irrégularité

(7) KRASNER, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 761-763.

(8) KRASNER, *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 345-347.

(9) KRASNER, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 363-365.

masquée. Une théorie intrinsèque d'irrégularité peut se construire sur le modèle de la théorie intrinsèque de la ramification, et les ensembles d'irrégularité intrinsèques de K/k sont des sous-hypergroupes de $G_{K/k}$. Si k est discrètement valué, aucun σ n'est irrégulier masqué et il existe un $\alpha \in K$, tel que $h^{(\alpha)} = (K_\sigma : k)$.

Soit $Z_q^{(\alpha)} / Z_{q+1}^{(\alpha)} = \{C_{q1}, C_{q2}, C_{q3}, \dots, C_{qn_q}\}$, où $n_q = n_q^{(\alpha)}$, et soit $\sigma_{qj} \in C_{qj}$. Soient les t_{qj} ($q=0, 1, \dots, m(\alpha)-1$; $j=1, 2, 3, 4, \dots, n_q$) $n_0 + n_1 + \dots + n_{m(\alpha)-1}$ transcendantales, algébriquement indépendantes par rapport à k , et soit $\mathfrak{K}^{(\alpha)}$ le complété de l'extension transcendante élémentaire $(\sigma_{qj} t_{qj} - \sigma_{qj} \alpha; u_{qj})$, obtenue par l'adjonction de tous les t_{qj} , où la valuation u_{qj} de $t_{qj} - \sigma_{qj} \alpha$ est $v_q^{(\alpha)} = \text{Exp}(-v_q^{(\alpha)})$. $\mathfrak{K}^{(\alpha)}$ ne dépend pas du choix des $\sigma_{qj} \in C_{qj}$. Soit $k^{(\alpha)}$ le complété du sous-corps de $\mathfrak{K}^{(\alpha)}$ obtenu en adjoignant à k les coefficients de tous les polynômes $\theta_q(x) = \prod (x - t_{qj})$ ($j=1, 2, \dots, n_q$); aucun polynôme de S_k ne s'y décompose. Soit $K^{(\alpha)}$ le composé de $k^{(\alpha)}$ et de K . En vertu du Principe III, pour tout $\sigma \in C_{qj}$, on a $k^{(\alpha)}(t_{qj}) \supseteq (\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma \alpha)}$, d'où, puisque $((\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma \alpha)} : k^{(\alpha)}) = n_q$ égal à $(k^{(\alpha)}(t_{qj}) : k^{(\alpha)})$, $k^{(\alpha)}(t_{qj})$ est égal à $(\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma \alpha)}$. Or, si $\mathfrak{I}_K \sigma \subseteq \sigma Z_q^{(\alpha)}$, on a $K^{(\alpha)} \supseteq (\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma \alpha)}$, d'où $v_{K^{(\alpha)}}^{(\sigma)}(\sigma)$ est $\geq \omega(\sigma \alpha - t_{qj}) = v_q^{(\alpha)}$; donc $v_{K^{(\alpha)}}^{(\sigma)}(\sigma) = v_q^{(\alpha)}$, où $q(\sigma)$ est l'indice maximal tel que $\mathfrak{I}_K \sigma \subseteq \sigma Z_q^{(\alpha)}$; ainsi, les $v_{K^{(\alpha)}}^{(\sigma)}$ sont parmi les $v_q^{(\alpha)}$, donc sont tous réels ou égaux à $+\infty$, et $K^{(\alpha)}|k^{(\alpha)}$ est à l'irrégularité masquée en α (son indice d'irrégularité en α est 1) si et seulement si $K|k$ est galoisienne.

TOPOLOGIE. — *Espaces uniformes généralisés*. Note⁽¹⁾ de M. ANTOINE APPERT, présentée par M. Émile Borel.

Nous introduisons des généralisations des espaces uniformes de A. Weil⁽²⁾. Nous en publierons ultérieurement des applications.

Soit P un *espace*, c'est-à-dire un ens. d'éléments appelés *points*. Soit (a, b) le couple ordonné dont le premier élément est un objet a et le deuxième un objet b distinct ou non de a . Soit $P \times P$ l'ens. des couples (a, b) de points de P . On nomme *diagonale* Δ_P de $P \times P$ l'ens. des couples $(a, a) \in P \times P$. Pour tous les sous-ens. E et F de $P \times P$, on pose : $\bar{E} =$ ens. des couples (b, a) tels que $(a, b) \in E$; $F \circ E =$ ens. des couples (a, c) tels qu'il existe b vérifiant $(a, b) \in E$ et $(b, c) \in F$. Et pour tout $a \in P$, on pose : $E(a) =$ ens. des b tels que $(a, b) \in E$. — Étant donné une famille quelconque $\mathcal{F}$ d'ens., nous disons que $\mathcal{F}$ est *inclusive dans* un ens. H si tout ens. de $\mathcal{F}$ est un sous-ens. de H , et si $[E \in \mathcal{F} \ \& \ E \subset F \subset H] \rightarrow [F \in \mathcal{F}]$. On dit que $\mathcal{F}$ est *semi-multiplicative* si l'intersection de deux ens. de $\mathcal{F}$ contient toujours un ens. de $\mathcal{F}$. On dit que $\mathcal{F}$ est un *filtre*⁽³⁾ dans un ens. H si $\mathcal{F}$ est non vide, ne comprenant pas l'ens. vide, semi-multiplicative et inclusive dans H . Nous disons que deux familles $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ d'ens. sont *inclusivement équivalentes* si tout ens. de $\mathcal{F}_1$ contient un ens. de $\mathcal{F}_2$ et réciproquement.

Nous appelons *espace topologique généralisé*, ou *espace* $(P, \mathcal{E})$, le système constitué

(1) Séance du 1^{er} avril 1946.

(2) *Sur les espaces à structure uniforme*, Paris, 1937, p. 8.

(3) H. CARTAN, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 595.