4° René Fabre. *Leçons d'hygiène appliquée au travail.* I. *L'air des locaux de travail.* II. *Les radiations et leur importance en hygiène du travail. L'eau dans l'industrie.* III. *Les conditions hygiéniques du travail dans diverses industries. Les installations hygiéniques dans les locaux industriels*, in *Actualités scientifiques et industrielles*, 968, 982 et 985 (présentés par M. P. Lebeau).

5° René Fabre, Mlle M.-T. Régnier et M. P. Chéramy. *Leçons de toxicologie.* I. *Introduction à l'étude de la toxicologie. Généralités sur les poisons.* II. *Toxicologie des gaz* (première partie). III. *id.* (deuxième partie). IV. *Alcools-anesthésiques solvants.* V. *Acide cyanhydrique. Dérivés aromatiques.* VI. *Poisons organiques divers.* VII. *Alcaloïdes* (première partie). VIII. *id.* (deuxième partie). IX. *Toxiques minéraux* (première partie), X. *id.* (deuxième partie). XI. *id.* (troisième partie). XII. *id.* (quatrième partie) (présentés par M. P. Lebeau).

ALGÈBRE. — *Théorie non-abélienne des corps de classes pour les extensions finies et séparables des corps valués complets : relations avec la théorie de la ramification; loi de limitation pour les extensions galoisiennes.* Note (1) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes (2). $K^{\bullet}$ étant une extension algébrique finie de $K = k(\alpha)$, le squelette (3) $\mathcal{H}_{\alpha}(K^{\bullet})$ de $T_{\alpha}K^{\bullet}$ sera dit le *halo de* $K^{\bullet}$ *en* α. s, S, $S^{\bullet}$ étant les squelettes des k, K, $K^{\bullet}$, tout $\gamma \in S^{\bullet}$ est zéro d'un et d'un seul polynome normé et irréductible $f_{\gamma/s}(x)$ à coefficients dans s. Si $Q = \{\gamma \to f_{\gamma/s}(x)\}$, $\mathcal{H}_{f}(\mathcal{E}_{K^{\bullet}/k}) = Q\,\mathcal{H}_{\alpha}(K^{\bullet})$, où $f = f_{\alpha/k}(x)$, sera dit le *halo de* $\mathcal{E}_{K^{\bullet}/k}$ *en* f; c'est l'ensemble des facteurs normés irréductibles des restes squelettiques (3) des $R(x - f(y), g(y))$, où $g(x)$ parcourt $\mathcal{E}_{K^{\bullet}/k}$.

$\mathcal{H}_{\alpha}(K^{\bullet})$ est (4) un ensemble rétractif (3) de $S^{\bullet}$, dont voici la liste des retracts maximaux, disjoints deux à deux : *a. pour tout* $q = 0, 1, \ldots, m_{\alpha} - 1$, *le retract* $\mathcal{L}^{\bullet}_{q,\alpha} = (S^{\bullet}_{q,\alpha};\, \mu_{q,\alpha}(\zeta))$, où $S^{\bullet}_{q,\alpha}$ est la couronne $r_q^{(\alpha)} < |\zeta| < r_{q-1}^{(\alpha)}$ (on pose $r_{-1}^{(\alpha)} = +\infty$) de $S^{\bullet}$, où $\mu_{q,\alpha}(\zeta) = \gamma_q^{(\alpha)}\zeta^{n_q^{(\alpha)}}$ avec un $\gamma_q^{(\alpha)} \in S$. L'ensemble $\mathfrak{M}^{\bullet}_q$ des valeurs de $-\log|\gamma|$, quand γ parcourt $\mathcal{L}^{\bullet}_{q,\alpha}$, est l'image par $\varphi(\Pi_a;\, v)$ de l'intersection du module de valuation $\mathfrak{M}^{\bullet}$ de $K^{\bullet}$ avec l'intervalle $(v_{q-1}^{(\alpha)}, v_q^{(\alpha)})$, donc (5) l'intersection d'une classe dans $\mathfrak{M}^{\bullet}$ suivant le module $n_q^{(\alpha)}\mathfrak{M}^{\bullet}$ avec l'intervalle $(\varphi_{q-1}^{(\alpha)}, \varphi_q^{(\alpha)})$, où $\varphi_q^{(\alpha)} = \varphi(\Pi_{\alpha};\, v_q^{(\alpha)})$, et, $C^{\bullet}(v)$ désignant la circonférence $|\zeta| = \exp(-v)$, de $S^{\bullet}$, pour $\varphi \in \mathfrak{M}^{\bullet}_q$, $\mathcal{H}^{(\varphi)} = C^{\bullet}(\varphi) \cap \mathcal{L}^{\bullet}_{q,\alpha}$ est $(C^{\bullet}(v);\, \mu_{q,\alpha})$, où (5) $v = v^{\star}(\Pi_{\alpha};\, \varphi)$. Or, sauf pour les *valeurs critiques* $\varphi_q^{(\alpha)}$ et un nombre fini ($< n$) d'autres, dites *anti-critiques*, $C^{\bullet}(\varphi) \cap \mathcal{H}_{\alpha}(K^{\bullet}) = \mathcal{H}^{(\varphi)}$, et les $\varphi_q^{(\alpha)}$ apparaissent, en gros, comme les valeurs séparatrices des intervalles, où les valeurs

(1) Séance du 27 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 626-628 et 984-986.

(3) Krasner, *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 345-347 et 222, 1946, pp. 363-365.

(4) Krasner, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 581-583.

(5) Krasner, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 37-40.

de $-\log|\gamma|$, $\gamma \in \mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$, sont distribuées avec une densité constante, et où, pour de telles valeurs φ, $C^\bullet(\varphi) \cap \mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$ est un retract monomial à l'aide d'un monome fixe (*phénomènes critiques de* 1^re^ *espèce*); *b. pour tout* $q = 0, 1, \ldots, m_\alpha - 1$ *tel que* $\varphi_q^{(\alpha)} \in \mathfrak{M}^\bullet$, *le retract* $\Lambda^\bullet_{q,\alpha} = (C^\bullet(\varphi_q^{(\alpha)});\ F_{q,\alpha}(\zeta))$, où $F_{q,\alpha}(\zeta) = \gamma_q^{(\alpha)} f_{q,\alpha}(\zeta)^{n_{q+1}^{(\alpha)}}$ $f_{q,\alpha}(\zeta)$ étant $\Pi(\zeta - \beta_i)$, β_i parcourant l'ensemble $B_{q,\alpha}$ des valeurs distinctes que prend sur $Z_q^{(\alpha)}$ la fonction $\beta_q(\sigma)$ égale au reste squelettique (3) de $\sigma\alpha - \alpha$ ou à zéro suivant que $\sigma \notin$ ou $\in Z_{q+1}^{(\alpha)}$ [$B_{q,\alpha}$ est le support de l'hypergroupe extramoduliforme (6) $E_q(K/k;\alpha) \simeq Z_q^{(\alpha)}/Z_{q+1}^{(\alpha)}$]. Les définitions de la théorie de l'irrégularité, exposée dans ma Note précédente (2), sont valables sans que $\alpha \in K$ soit primitif dans K/k, et, ses notations seront employées, pour les nombres, ensembles etc., d'irrégularité de $K^\bullet/k$ en α. Ceci posé, si $\tau_q^{(\alpha)} = n_q^{(\alpha)} : n_{q+1}^{(\alpha)}$, le nombre $\nu_q^{(\alpha)}$ des zéros de $f_{\alpha,q}(\zeta)$ dans $S^\bullet$ est $\tau_q^{(\alpha)}$ ou $\tau_q^{(\alpha)} : h'_i$ suivant que $\varphi_q^{(\alpha)}$ est ou n'est pas un $\eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)}$. $\zeta \to F_{q,\alpha}(\zeta)$ est le composé de $\zeta \to \gamma_q^{(\alpha)} f_{q,\alpha}(\zeta) : \gamma_{q+1}^{(\alpha)}$ par $\zeta \to \mu_{q+1,\alpha}(\zeta)$. $\nu_q^{(\alpha)}$ sera regardé, pour certaines raisons, comme la mesure du *rétrécissement* de $C^\bullet(\varphi_q^{(\alpha)})$ produit par $\zeta \to \gamma_q^{(\alpha)} f_{q,\alpha}(\zeta) : \gamma_{q+1}^{(\alpha)}$ (même si $\varphi_q^{(\alpha)} \notin \mathfrak{M}^\bullet$, car alors $\nu_q^{(\alpha)} = 1$), et le phénomène en $\varphi = \varphi_q^{(\alpha)}$ sera regardé comme superposition d'un rétrécissement de $C^\bullet(\varphi_q^{(\alpha)})$ dans le rapport $\tau_q^{(\alpha)}$ (*phénomène critique de* 2^e^ *espèce*) et d'un élargissement dans le rapport h'_i (*phénomène anti-critique caché*), suivis d'un phénomène critique de 1^re^ espèce; *c.* Y étant l'ensemble des (2) $\mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)\star}$ pour les $\sigma \in \mathcal{G}_{K/k}$ irréguliers apparents (2) en α, *pour tout* $\mathcal{J} = \mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)\star} \in Y$, *l'image* $\mathcal{L}(\mathcal{J})$ *de* $\mathcal{J}$ *par la fonction squelettique* (4) *de* $\sigma K/k$ *en* $\sigma\alpha$; les $\zeta \in \mathcal{L}(\mathcal{J})$ ont la valuation $\psi_{i,K^\bullet}^{(\alpha)} = \varphi(\Pi_\alpha;\ \eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)})$ [$i^{ième}$ *valeur anti-critique*], où $\eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)} = \eta_{K^\bullet}^{(\alpha)}(\sigma)$, et, si $\zeta(\mathcal{J}) \in \mathcal{J}$, $\mathcal{L}(\mathcal{J})$ a la forme $(C_{\mathcal{J}};\ F_{\mathcal{J}}(\zeta))$; où $C_{\mathcal{J}} = \{0\}$ ou $= C^\bullet(\eta) \cup \{0\}$ suivant que $\eta = \eta_{K^\bullet}^{(\alpha)}(\sigma) \notin \mathfrak{M}^\bullet$ ou $\in \mathfrak{M}^\bullet$, et où $F_{\mathcal{J}}(\zeta) = \mu_{q,\alpha}(\zeta + \zeta(\mathcal{J}))$ ou $= F_{q,\alpha}(\zeta + \zeta(\mathcal{J}))$ suivant que $\varphi_{q-1}^{(\alpha)} < \eta < \varphi_q^{(\alpha)}$ ou $\eta = \varphi_q^{(\alpha)}$. Le nombre des retracts $\mathcal{L}(\mathcal{J})$ avec $\eta = \eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)}$ est $h''_i - 1$. Leur présence, aux $\varphi = \psi_{i,K^\bullet}^{(\alpha)}$ constitue les *phénomènes anti-critiques apparents*, qu'on peut regarder comme un élargissement dans le rapport h''_i du résultat des autres phénomènes; *d.* le *retract* $\{0\} = (\{0\}, 0)$.

Tous ces phénomènes peuvent se formuler en termes du halo de $\mathcal{E}_{K^\bullet/k}$ en $f_{\alpha/k}$. Si k est tel que $\mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$ soit analysable (3) et si l'on sait résoudre les équations algébriques à une inconnue dans r, la donnée de $\mathcal{H}_f(\mathcal{E}_{K^\bullet/k})$ suffit à déterminer tous les phénomènes critiques et anti-critiques en α mis en évidence par $K^\bullet$ et à calculer l'*indice de rétrécissement* $I_\alpha(K^\bullet/k) = \Pi\nu_q^{(\alpha)} : \Pi h''_i = n : h$ *de* $K^\bullet/k$ en α. Pour assurer cette analysabilité, il suffit de remplacer k par $k^\star$ ou $k^{(\alpha)}$ de ma 2^e^ Note citée (2). Pour que tous les phénomènes critiques de 1^re^ espèce se manifestent, ce qui détermine les $\varphi_q^{(\alpha)}$, les $n_q^{(\alpha)}$ et, par passage à la limite, les φ_q et les n_q, il suffit que $\mathfrak{M}^\bullet$ soit dense ou que $n\mathfrak{M}^\bullet \supset \mathfrak{M}$. Pour mettre en évidence tous les phénomènes critiques de 2^e^ espèce, ce qui détermine (à l'isomorphie près) les $Z_q^{(\alpha)}/Z_{q+1}^{(\alpha)}$, il suffit de prendre $K^\bullet$ tel que tous les $\varphi_q^{(\alpha)} \in \mathfrak{M}^\bullet$, par exemple

(6) KRASNER, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 473-476; **220**, 1945, pp. 28-30.

le corps de Galois de $K^\star/k^\star$ ou de $K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)}$. Si $K^\bullet/k$ n'a aucune irrégularité masquée en α, $K^\bullet$ contient le corps de Galois de K/k si et seulement si $h=1$, autrement dit $I_\alpha(K^\bullet/k)=n=(K:k)$. Or, $K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)}$ n'en a aucune (²), donc K/k *est galoisienne si, et seulement si* $I_\alpha(K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)})=(K:k)$ (*loi de limitation pour les extensions galoisiennes*). Si k est discrètement valué, $I_\alpha(K^\star/k^\star)$ peut remplacer $I_\alpha(K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)})$ et (²), si α appartient au domaine discriminantiel (⁷) $K(o; k)$ de K/k, $I_\alpha(K^\star/k^\star)$ est égal à $(K_g:k)$. Si r est un champ de Galois et si Π_α est connu, le calcul de $I_\alpha(K/k)$ n'exige pas l'analysabilité de $\mathcal{H}_\alpha(K)$, et $I_\alpha(K/k)$ peut remplacer $I_\alpha(K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)})$. Si k est localement compact, soient $u(R/r)$ le nombre d'éléments primitifs de R/r, N celui d'éléments de $\underset{\cdot}{R}$, c l'élément positif minimal de $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{f}$ un multiple propre de $\mathfrak{f}_{K/k}$, $\theta=[\omega_k(\mathfrak{f}):c]$ ($[a]$ est la partie entière de a), $n(K/k;\, \mathfrak{f})$ le nombre d'éléments de $\overline{E}_{K/k}/\mathfrak{f}$. *Si* $\alpha \in K(o; k)$, $I_\alpha(K/k)$ *est égal à* $u(R/r)(N-1)N^\theta : n(K/k;\, \mathfrak{f})$, d'où $n(K/k;\, \mathfrak{f})=(K_g:k)u(R/r)(N-1)N^\theta : n$. Si $R=r$, en vertu d'un de mes travaux antérieurs (⁸), $\Pi=\Pi_\alpha=\Pi_{K/k}$ ne dépend que des valuations de coefficients de $f_{\alpha/k}(x)$, ce qui permet de calculer le nombre $n(r, \mathfrak{m}, \Pi;\, \mathfrak{f})$ d'éléments de $E_k(\Pi)/\mathfrak{f}$, où $E_k(\Pi)=\bigcup \overline{E}_{K'/k}$, pour les K'/k tels que $\Pi_{K'/k}=\Pi$. Le nombre des surcorps $K \subset \mathfrak{K}$ de k tels que $\Pi_{K/k}=\Pi$ est $n(r, \mathfrak{m}, \Pi;\, \mathfrak{f})n:[u(R/r)(N-1)N^0]$. Dans une Note antérieure (⁹) j'en ai donné, pour le cas $\mathfrak{p}$-adique, l'expression explicite.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Quelques remarques sur la signification du théorème des probabilités composées dans le formalisme de la mécanique quantique.* Note (¹) de M. **Jean Bass**.

I. Soit A une transformation linéaire hermitienne de l'espace vectoriel $\mathcal{R}_n$ à n dimensions, admettant n valeurs propres λ_α simples. D'après les principes de la mécanique quantique, on fait correspondre à A une variable aléatoire a pouvant prendre les n valeurs λ_α. Si ψ est le vecteur *état*, donné indépendamment de A, la probabilité de λ_α est $p_\alpha=|(\psi, \psi_\alpha)|^2$, où φ_α est le vecteur propre relatif à λ_α. Si B est une seconde transformation de R admettant p valeurs propres simples μ_β (²), on ne peut définir la dépendance stochastique (corrélation) entre a et la variable aléatoire b associée à B que si A et B commutent.

(⁷) Krasner, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 761-763.

(⁸) Krasner, *Mathematica* (Cluj), 13, 1937, pp. 72-191; voir le § 9.

(⁹) Krasner, *Comptes rendus*, 205, 1937, pp. 1026-1028.

(¹) Séance du 3 juin 1946.

(²) On peut supposer $p \leqq n$. Si $p < n$, on peut toujours compléter la transformation de façon que les $n-p$ valeurs propres supplémentaires correspondent à des probabilités nulles.