On dit encore que le filtre $F(B(\mathfrak{X}))$ et la grille $G(F(B(\mathfrak{X})))$ sont *associés* à $\mathfrak{X}$, et l'on dit que $\mathfrak{X}$ est un *système de générateurs de grille*.

Or tout filtre sur E peut être associé à un système de générateurs de grille, par exemple à $G(\mathfrak{F})$. Donc la fonction $F(B(\mathfrak{X}))$, définie pour tout $\mathfrak{X} \in [\mathfrak{P}[\mathfrak{P}(E)-\emptyset]-\emptyset]$ (⁵) est une représentation paramétrique simple de l'ensemble des filtres définis sur E.

IV. Soit $(e_i)_{i\in E}$ une famille de sous-ensembles d'un espace topologique T.

Soit $\mathfrak{F}$ un filtre sur E. On dit qu'un point x de T est un *point limite* de la famille des e_i suivant le filtre $\mathfrak{F}$ si, pour tout voisinage V de x, il existe un élément a de $\mathfrak{F}$ tel que, pour tout $i \in a$, on ait $V \cap e_i \neq \emptyset$.

L'ensemble L de ces points limites est dit *ensemble limite* de la famille des e_i suivant le filtre $\mathfrak{F}$.

Posons $\varepsilon_a = \bigcup_{i\in a} e_i$, où $a \subset E$.

On peut montrer que : $L = \bigcap_{a\in G(\mathfrak{F})} \varepsilon_a$.

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions finies et séparables des corps valués complets : approximation des corps valués complets par les suites de corps valués complets.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes (¹). k étant un corps valué, une relation d'équivalence Π dans k sera dite *diviseur multiplicatif* si $\alpha \equiv \beta(\Pi)$ et $|\alpha'-\beta'|:\mathrm{Max}(|\alpha'|, |\beta'|) \leqq |\alpha-\beta|:\mathrm{Max}(|\alpha|, |\beta|)$ impliquent $\alpha' \equiv \beta'(\Pi)$. La borne sup. [sur l'axe semi-réel (²)] $|\Pi|$ des $|\alpha-\beta|:\mathrm{Max}(|\alpha|, |\beta|)$ pour les α, β tels que $\alpha \equiv \beta(\Pi)$ s'appelle la *norme* de Π. On a (²) $\langle|\Pi|\rangle \neq +$ et $0 \leqq |\Pi| \leqq 1$. Si $|\Pi| < 1$, et si $\alpha \equiv \beta(\Pi)$, on a $|\alpha-\beta| < \mathrm{Max}(|\alpha|, |\beta|)$, d'où $|\alpha| = |\beta|$, et Π est la subdivision de k en cercles (²) $C_k(\alpha, \rho)$ dont les centres α (ayant tous une même valuation) et le rayon ρ satisfont à la relation $\rho = |\Pi||\alpha|$. Si $\langle u\rangle \neq +$ et si $0 \leqq u < 1$, la subdivision de k en cercles $C_k(\alpha, u|\alpha|)(\alpha \in k)$ est un diviseur multiplicatif, noté $\Pi(u)$, et l'on a $|\Pi(u)| \leqq u$. $\Pi(1^-)$ est la classification multiplicative (³) suivant l'idéal premier $\mathfrak{p}$ de k.

On organisera l'ensemble quotient k/Π par les opérations d'addition et de multiplication en définissant la somme $A+B$ et le produit AB de deux éléments de k/Π comme l'ensemble des classes suivant Π contenus dans la somme ou le produit des A, B en tant que sous-ensembles (⁴) de k.

(⁵) $\mathfrak{P}(A)$ désigne l'ensemble des parties de l'ensemble A.

(¹) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 626-628, 984-986 et 1370-1372.

(²) Voir Krasner, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435.

(³) Voir Krasner, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 345-347.

(⁴) Étant donné un ensemble E avec une loi de composition, le composé AB des A, B $\subseteq$ E *en tant que sous-ensembles de* E est l'ensemble des ab, $a \in A$, $b \in B$.

k et k' étant deux corps valués, et Π, Π' étant les diviseurs multiplicatifs des k, k' d'une même norme u, tout isomorphisme (par rapport aux opérations rationnelles et à la valuation) ζ de k/Π sur k'/Π' sera dit un *isomorphisme résiduel* de k sur k', et u sera appelé la *norme* de ζ et noté $|\zeta|$.

k étant un corps valué complet, $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ étant une suite de tels corps, une suite $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_m, \ldots)$, où $\zeta_m (m = 1, 2, \ldots)$ est un isomorphisme résiduel de k_m sur k, sera dite un *isomorphisme approximant* de la suite $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ sur k si (²) $|\zeta_m| \to 0^+$ quand $m \to +\infty^-$. $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ sera dite une *suite approximante* de k, et k sera dit la *limite* de cette suite par rapport à ζ. On notera Π_m le diviseur multiplicatif de k_m de norme $|\zeta_m|$. On dira d'une relation qu'elle a lieu *asymptotiquement* (abréviation : as.) si elle a toujours lieu à partir d'un certain rang.

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \ldots (\alpha_m \in k_m)$ est dite *convergente* (ou *quasi-convergente*) (suivant ζ) s'il existe un $\alpha \in k$, dit sa *limite* (ou *quasi-limite*), une suite $\alpha', \alpha'', \ldots, \alpha^{(m)}$ d'éléments de k, et (pour la convergence) une suite $\Pi', \Pi'', \ldots, \Pi^{(m)}$ de diviseurs multiplicatifs de k telle que $|\Pi^{(m)}| \to 0^+$, de manière que, pour tout $m = 1, 2, \ldots, \alpha^{(m)} \equiv \alpha(\Pi^{(m)})$ (ou $\alpha^{(m)} \to \alpha$ au sens de la topologie de k) et que, A_m étant la classe de α_m suivant Π_m, on ait $\alpha^{(m)} \in \zeta_m A_m$. A partir de là, on définit de la manière habituelle la convergence et la quasi-convergence des suites des polynomes ou de fonctions rationnelles des k_m vers un polynome ou une fonction rationnelle de k. Si les fonctions rationnelles $f_m(x, y, z, \ldots)$, $\varphi_m(t, u, v, \ldots)$, $\psi_m(t, u, v, \ldots)$, $\theta_m(t, u, v, \ldots)$, ... de k_m quasi-convergent vers celles $f(x, y, z, \ldots)$, $\varphi(t, u, v, \ldots)$, $\psi(t, u, v, \ldots)$, $\theta(t, u, v, \ldots)$ de k, $f_m(\varphi_m, \psi_m, \theta_m, \ldots)$ quasi-converge vers $f(\varphi, \psi, \theta, \ldots)$ si cette fonction a un sens. On dira qu'une suite $E_1, E_2, \ldots, E_m, \ldots$ d'ensembles d'éléments, de polynomes ou de fonctions rationnelles de $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ converge vers un ensemble E de ceux de k si : 1° tout $\alpha \in E$ est limite d'une suite $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \ldots$, où $\alpha_m \in E_m$; 2° la limite de toute suite convergente $\alpha_1, \alpha_2 \ldots, \alpha_m, \ldots$, où $\alpha_m \in E_m$, est $\in E$.

K/k étant une extension finie et séparable, soient $K = k(\alpha)$ et $f(x) = f_{\alpha/k}(x)$. Soit $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_m(x)$ une suite de polynomes de $k_1, k_2, \ldots, k_m, \ldots$ telle que $f_m \to f$. On démontre (par application du principe I) que $f_m(x)$ est as. irréductible dans k_m; le discriminant $d(f_m)$ de f_m converge vers celui $d(f)$ de f. Ainsi, un zéro α_m de $f_m(x)$ définit as. une extension séparable K_m/k_m de degré $n = (K:k)$, et l'on peut montrer que K est la limite de $K_1, K_2, \ldots, K_m$, par rapport à un isomorphisme approximant $Z = (Z_1, Z_2, \ldots, Z_m, \ldots)$ tel que as. on ait $|Z_m| = |\zeta_m|$ et Z_m prolonge ζ_m. On a le

Théorème. — 1° *Le domaine d'intégrité, les idéaux, le discriminant* (⁵) *de* K/k *sont limites de ceux des* K_m/k_m; 2° $\mathcal{E}_{K/k}$ *et les ensembles qui s'en déduisent* (⁴) *sont limites de ceux des* K_m/k_m; $\mathfrak{f}_{K/k} = \lim \mathfrak{f}_{K_m/k_m}$; 3° *L'hypergroupe de Galois* $\mathfrak{g}_{K/k}$ *et son groupe de Galois* $\mathcal{G}_{K/k}$ *sont as. isomorphes à ceux de* K_m/k_m (*en particulier*, K/k *est galoisienne ou abélienne si, et seulement si* K_m/k_m *l'est as.*),

(⁵) *Voir* Krasner, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 28-30 et 761-763.

et leur isomorphie peut être établie de manière que si $\alpha = \lim \alpha_m (\alpha_m \in K_m)$, *le nombre caractéristique* ([5]), *le nombre d'irrégularité* ([1]) *et l'isomorphisme induit dans le squelette* ([5]) *soient as. les mêmes pour* $\sigma \in g_{K/k}$ *et pour* $\sigma_m \in g_{K_m/k_m}$ *correspondants, et qu'une suite de corps* $K'_1, K'_2, \ldots, K'_m, \ldots$ $(k_m \subseteq K'_m \subseteq K_m)$ *approche un corps* K', $k' \subseteq K' \subseteq K$, *avec l'isomorphisme approximant induit par* Z, *si, et seulement si* $g_{K'_m/k'_m}$ *correspond as. à* $g_{K'/k'}$.

Idée de la démonstration de 3° dans le cas galoisien: d, d_m étant les minimums des distances des conjugués de α, α_m dans les fermetures algébriques valuées $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{K}_m$ des K, K_m, on prouve, vu que as. $|d(f_m)| = |d(f)|$, qu'il existe un nombre réel $d^* > 0$ tel que as. $d_m > d^*$. K/k étant galoisienne, pour tout $\sigma \in G_{K/k}$, il existe un polynome $\varphi_\sigma(x)$ de k tel que $\sigma\alpha = \varphi_\sigma(\alpha)$, d'où si $R[\mu, \nu]$ désigne le résultant en x des polynomes $\mu(x)$, $\nu(x)$, on a $R(y) = R[f(x), y - \varphi_\sigma(x)] = f(y)$, donc $R[R(x), f(x)] = 0$. Si $\varphi_\sigma(x) = \lim \varphi_{\sigma,m}(x)$, $R(y)$ est la quasi-limite de $R_m(y) = R[f_m(x), y - \varphi_{\sigma,m}(x)]$ et o en est une de $R^*_m = R[R_m(x), f_m(x)]$; donc $|R^*_m| \to 0^+$, d'où, Δ_m étant le minimum des distances entre les zéros de R_m et ceux de f_m, $\Delta_m \to 0^+$ et as., $\Delta_m < d^* < d_m$. En vertu du Principe II de la première de mes Notes ([1]), R_m est irréductible, et pour tout zéro α'_m de f_m, il existe un zéro β'_m de R_m tel que $|\beta'_m - \alpha'_m| < d_m$ et que $k(\beta'_m) = k(\alpha'_m)$, et $\alpha'_m \to \beta'_m$ est une application biunivoque des zéros de f_m sur ceux de R_m. $\varphi_{\sigma,m}(\alpha_m)$ est un zéro de R_m, et il existe un $\alpha'_m = \sigma_m \alpha_m (\sigma_m \in g_{K_m/k_m})$ tel que $\varphi_{\sigma,m}(\alpha_m) = \beta'_m$, d'où $k_m(\alpha'_m) \subseteq k_m(\alpha_m)$; donc, σ_m est un automorphisme de K_m/k_m. On prouve que, as., $\sigma \to \sigma_m$ est un isomorphisme de $g_{K/k}$ sur g_{K_m/k_m}, indépendant du choix de α, et $|\sigma\alpha - \alpha| = |\sigma_m \alpha_m - \alpha_m|$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les classes de Baire des fonctions multiformes.* Note ([1]) de M. R. **Brisac** présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous nous proposons d'établir la classification de Baire des applications multiformes fermées R d'un espace topologique X dans un espace métrique compact Y [x désignant un point de X, $R(x)$ est un ensemble *fermé* de Y]; chemin faisant nous indiquerons les difficultés que l'on rencontre si l'on fait des hypothèses moins restrictives. R^- désignera l'application inverse de R, G un ouvert, F un fermé, les indices σ et δ indiquant les réunions et intersections dénombrables.

Les classes sont définies par les relations suivantes :

$I_0 : R^-(G) = G$,	$S_0 : R^-(F) = F$,	C_0 : intersection des classes I_0 et S_0;
$I_1 : R^-(F) = G_\delta$,	$S_1 : R^-(G) = F_\sigma$,	C_1 : intersection des classes I_1 et S_1;
$I_2 : R^-(G) = G_{\delta\sigma}$,	$S_2 : R^-(F) = F_{\sigma\delta}$,	C_2 : intersection des classes I_2 et S_2.

La classification s'étend par récurrence à tous les entiers; on peut l'étendre aux ordinaux transfinis.

([1]) Séance du 13 janvier 1947.