

masse d'uranium 238. Pli n° 11.694, *Argumentation*; 1^{re} Partie : *Réaction en chaîne dans un mélange d'uranium et de deuterium*; 2^e Partie : *Entretien d'une réaction en chaîne dans un mélange d'uranium et de beryllium*. Pli n° 11.712, *Étude d'un centre d'énergie à base d'uranium, Calcul du rayon critique, Possibilité d'une désintégration du deuton par les ions rapides de fission, Remarque sur le rayon critique d'une masse uranifère, Possibilité d'obtenir une émission de neutrons en bombardant des noyaux lourds par des ions rapides de fission*.

(Renvoi à la Section de Physique générale.)

CORRESPONDANCE.

Le Conseil d'Administration de l'ACADÉMIE POLONAISE DES SCIENCES ET DES LETTRES invite l'Académie à se faire représenter aux Cérémonies qui auront lieu à Cracovie, à la fin de septembre 1948, à l'occasion du soixante-quinzième anniversaire de cette Académie.

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : forme définitive de la loi d'existence*. Note (*) de M. MARC KRASNER, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes ⁽¹⁾. $f_{K'/k}$ est une puissance fractionnaire d'un idéal de K' , et la contribution d'un idéal premier $\mathfrak{P}'$ de K' dans $f_{K'/k}$ est égale au conducteur de l'extension locale et n'est pas (1) si, et seulement si $\mathfrak{P}'$ est ramifié dans K'/k (loi de ramification). $f_{K'/k}$ est le p. g. c. d. des idéaux $\mathfrak{O}$ de $K^{(f)}$ tels que, pour tout $\alpha \in K'$, il existe un $\beta \in K^{(f)}$ tel que $\alpha \equiv \beta \pmod{\mathfrak{O}}$ et que $K'(\beta)/k(\beta)$ soit ramifiée. Si $f_{K'/k} \parallel \mathfrak{O}$, il existe des $\alpha \in K'$ tels que $\alpha \equiv \beta \pmod{\mathfrak{O}; f}$ entraîne $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$.

Si $\alpha \in K^{(f)}$, les ensembles $\vec{C}(\alpha, \mathfrak{O})$ et $C(\alpha, \mathfrak{O})$ des $\beta \in K^{(f)}$ tels que $\alpha \equiv \beta$ ou $\equiv \beta \pmod{\mathfrak{O}; f}$ seront dits la *semi-classe* et la *classe* de $\alpha \pmod{\mathfrak{O}; f}$. Si α est f -discriminantiel $\pmod{\mathfrak{O}}$, $C(\alpha, \mathfrak{O})$ est dite *discriminantielle* et si, en plus, $\mathfrak{O} \parallel f_{K'/k}$, où $K' = k(\alpha)$ et α est premier à $\mathfrak{O}$, elle est dite *normale*, auquel cas elle est l'ensemble des $\beta \in \vec{C}(\alpha, \mathfrak{O})$ tels que $[k(\beta) : k] = (K' : k)$, et, pour les $\beta \in C = C(\alpha, \mathfrak{O})$, $k(\beta) = K'$ ne dépend que de C et sera noté K_C . Deux classes normales C et $C' \pmod{\mathfrak{O}; f}$ sont dites *équivalentes* si $K_C = K_{C'}$, ce qui, vu la conséquence 5 de la loi de monodromie, équivaut à $k(\alpha_p) = k(\alpha'_p)$ pour tous les $\mathfrak{P} \mid f_{K^{(f)}/k} \Delta_{K^{(f)}/k}$, où $\alpha \in C$ et où $\alpha' \in C'$, et se vérifie finiment. Si la classe normale $C \pmod{\mathfrak{O}; f}$ est discriminantielle, l'idéal $\mathfrak{q}$ tel que $(\mathfrak{q})_k^\alpha = \mathfrak{O}$.

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 785, 973, 1113; 226, 1948, p. 535, 1231.

ne dépend pas du choix de $z \in C$, et sera noté $[\mathfrak{O}]_{K'}^z$, et C est une classe $(\text{mod } \mathfrak{q} \{ \Delta_{K',f} \})$ dans $K' = K_c$. Les produits CC' de telles classes dans K' le sont aussi et forment le groupe multiplicatif $A_c(\mathfrak{O}, f)$ des classes $(\text{mod } \mathfrak{q} \{ \Delta_{K',f} \})$ des nombres de $K' = K_c$ premiers à $\mathfrak{O}$. $E_c(\mathfrak{O}, f)$ étant le groupe des $C' \in A_c(\mathfrak{O}, f)$ contenant quelque unité de K' , et $U_c(\mathfrak{O}, f)$ étant celui des $C' \in A_c(\mathfrak{O}, f)$ contenues dans la classe de 1 $(\text{mod } \mathfrak{q})$, le quotient $A_c^*(\mathfrak{O}, f)$ de $A_c(\mathfrak{O}, f)$ par $E_c(\mathfrak{O}, f)U_c(\mathfrak{O}, f)$ est le groupe des classes $(\text{mod } \mathfrak{q})$ des idéaux principaux premiers à $\mathfrak{O}$ de K_c . $\mathcal{J}$ étant une classe des idéaux de $K' (\text{mod } \mathfrak{q})$, un triple $(\mathfrak{u}, \alpha, \beta)$, où $\mathfrak{u}$ est un idéal de K' , et où α, β sont des éléments de $K' f$ -discriminantiels $(\text{mod } \mathfrak{O})$ sera dit un *représentant de $\mathcal{J}$* si $\mathfrak{u}(\alpha\beta) \in \mathcal{J}$. $(\mathfrak{u}, \alpha, \beta)$ et $(\mathfrak{u}', \alpha', \beta')$ sont dits *équivalents* quand ils sont représentants d'une même classe $(\text{mod } \mathfrak{q})$, ce qui a lieu si et seulement s'il existe un $\mu \in K'$ et une unité ε de K' tels que $\mathfrak{u}' = (\mu)\mathfrak{u}$ et que $\alpha\beta \equiv \varepsilon\mu\alpha'\beta' (\text{mod } \mathfrak{q})$ et peut se décider finiment. Si $\gamma, \gamma' \in K'$ sont f -discriminantiels $(\text{mod } \mathfrak{O})$ et tels que $\alpha\beta\alpha'\beta' = \gamma\gamma'$, on pose $(\mathfrak{u}, \alpha, \beta)(\mathfrak{u}', \alpha', \beta') \sim (\mathfrak{u}\mathfrak{u}', \gamma, \gamma')$. Le groupe multiplicatif $\mathcal{J}_c(\mathfrak{O}, f)$ des classes $(\text{mod } \mathfrak{q})$ des idéaux de K_c premiers à $\mathfrak{O}$ s'identifie avec celui des classes d'équivalence de triples ainsi multipliés, et l'on peut former finiment un système complet de leurs représentants et leur tableau de multiplication.

K'' étant une extension abélienne de $K' = K_c$ soient $\mathfrak{O}$ un idéal de K' tel que $\mathfrak{f}_{K'/k} \parallel \mathfrak{O}$ et que $\mathfrak{q} = [\mathfrak{O}]_{K'}^k \mathfrak{f}_{K''/K'}$ et $H_{K''/K'}$ le groupe de Takagi de K''/K' défini $(\text{mod } \mathfrak{q})$. Alors, en vertu de la théorie abélienne des corps de classes, les éléments irréductibles de l'anneau de Takagi $\mathfrak{S}^{K''/K'}$ de K''/K' sont en correspondance biunivoque avec les caractères χ de $\mathcal{J}_c(\mathfrak{O}; f)/H_{K''/K'}$ à savoir, à χ correspond $r_\chi \in \mathfrak{S}_{K''/K'}$ tel que, pour tout idéal $\mathfrak{u}$ de K' premier à $\mathfrak{O}$, on ait $r_\chi(\mathfrak{u}) = [\chi(\mathcal{J})]$, où $\mathfrak{u} \in \mathcal{J} \in \mathcal{J}_c(\mathfrak{O}; f)$ [on identifie χ à un caractère de $\mathcal{J}_c(\mathfrak{O}; f)$]. K_χ étant le corps de classes pour le groupe des idéaux $\mathfrak{u}$ de K' tels que $\chi(\mathfrak{u}) = 1$, K_χ et le conducteur $\mathfrak{f}_{K_\chi/k}^{(\chi)}$ de K_χ/k sont dits le *corps* et le *conducteur par rapport à k de χ* . α étant un élément de K' , on sait qu'on peut construire finiment un associé $\alpha' = [a'(x), f(x)]$ de α dans K' tel que tous les coefficients de $f_{\alpha'/k}(x)$ soient bornés en fonction de $N(\alpha)$ et du régulateur de K' , donc tel que, pour $f(x)$ fixe, les coefficients de $a'(x)$ soient bornés en fonction de $N(\alpha)$. $\mathfrak{p}$ étant un idéal premier de k et χ étant un caractère de $\mathcal{J}_c(\mathfrak{O}; f)$, la valeur de $r_\chi(\mathfrak{p}')$ pour les facteurs premiers $\mathfrak{p}'$ de $\mathfrak{p}$ dans K' se calcule finiment, car il existe un idéal $\mathfrak{u}'$ de K' tel que $N(\mathfrak{u}') \leq \sqrt{D_{K'}}$ et que $\mathfrak{u}'\mathfrak{p}'$ soit principal; si $\mathfrak{u}'\mathfrak{p}' = (\alpha)$, on a $N(\alpha) \leq N(\mathfrak{p})^{n'} \sqrt{D_{K'}}$, α possède un associé $\alpha' = [a'(x), f(x)]$, où les coefficients de $a'(x)$ sont bornés en fonction de $N(\mathfrak{p})$, et l'on a $\mathfrak{p}' = \mathfrak{u}'^{-1}(\alpha')$; donc, la classe de $\mathfrak{p}' (\text{mod } \mathfrak{q})$ se détermine par un nombre fini d'essais. Les induites $r_k^{(\chi)}$ par $\mathfrak{u}' \rightarrow N_{K'/k}(\mathfrak{u}')$ des r_χ sont dites les *représentations monomiales*. Pour tout idéal premier $\mathfrak{p}$ de k , $r_k^{(\chi)}(\mathfrak{p})$, qui est une matrice de degré $(K' : k)$, dit le *degré* de $r = r_k^{(\chi)}$, et noté $n(r)$, se calcule finiment. On montre que quand $r_k^{(\chi)} = r_k^{(\eta)}$, K_χ et K_η sont conjugués dans $K^{(f)}/k$.

Donc, si $r = r_k^{\chi}$, f_k^{χ} ne dépend, à 0-équivalence près, que de r ; il sera noté f_r et dit le *conducteur* de r .

Soit $U(f)$ un ensemble fini d'idéaux premiers de k telle que, pour toute classe X d'éléments conjugués de $g_{K/f,k}$, il existe un $p \in U(f)$ tel que $\langle K/k; p \rangle = X$, où $K = K^{(f)}$. Un $r = r_f \in \mathfrak{F}_{K/k}$ est déterminé par sa restriction r_f à $U(f)$, car sa donnée détermine les caractères de Γ . $(r \pm r')_f$ et $(r \times r')_f$ sont égaux aux $r_f \pm r'_f$ et $r_f \times r'_f$ et r est positive si, et seulement si r_f l'est. En vertu du théorème de Brauer, $\mathfrak{F}_{K/k}$, en tant que module, est engendré par ses éléments monomiaux. On a $r = r_k^{\chi} \in \mathfrak{F}_{K/k}$ si, et seulement si $K_{\chi} \subseteq K$, autrement dit si $\chi = 1$ sur $H_{K/K}$, et on a $f_r | f_{K/k}$. Comme les $H_{K/K}$, où $K' \supseteq k$, peuvent se construire finiment, on peut construire finiment toutes les restrictions à $U(f)$ des $r \in \mathfrak{F}_{K/k}$ monomiaux et décider finiment, pour chaque fonction bimatricielle définie sur $U(f)$, si elle est un r_f , $r \in \mathfrak{F}_{K/k}$.

On montre que, f étant un idéal entier de k et n étant un entier positif, il n'existe qu'un ensemble fini des $r = r_k^{\chi} \in R_k$ tels que $f_r | f$ et que $n(r) \leq n$. On peut former finiment un polynôme $f = f(f, n) \in S_k$ définissant le composé $K(f, n)$ des K_{χ} correspondants. Tous les $r \in R_k$ monomiaux tels que $f_r | f$ et $n(r) \leq n$ étant $\in \mathfrak{F}_{K(f, n)/k}$, la réunion de tous les $\mathfrak{F}_{K(f, n)/k}$ est R_k . Si $r \in \mathfrak{F}_{K(f, n)/k}$ et si $r_{f, n}$ est $r_{f, n}$, le triple $(f, n, r_{f, n})$ est dit la (f, n) -figuration de r , et l'on note F_k l'ensemble des figurations des $r \in R_k$. On peut décider finiment si un triple $[f, n, r(p)]$ est la (f, n) -figuration de quelque $r \in R_k$ et, dans l'affirmative, calculer finiment $r(p)$ pour tout p premier à f . Les figurations $(f, n, r_{f, n})$, $(f', n', r'_{f', n'})$ des $r, r' \in R_k$ sont dites *équivalentes* si $r \sim r'$, ce qui se décide finiment car, si f^* est un multiple des f, f' et si $n^* \geq \max(n, n')$, on a $r \sim r'$ si, et seulement si leurs valeurs coïncident sur $U(f(f^*, n^*))$. R_k s'identifie avec le quotient de F_k par cette équivalence, organisé par l'addition et la multiplication de figurations et la relation de leur positivité indiqués plus haut, ce qui le caractérise à partir de k et complète la loi d'existence.

ALGÈBRE. — *Réticulés distributifs de dimension linéaire* N.

Note (*) de M. ANTONIO MONTEIRO, présentée par M. Élie Cartan.

1. *Dimension linéaire*. — Soit R un réticulé distributif. D'après un théorème de G. Birkhoff, R est isomorphe à un anneau d'ensembles (1). Si R est une algèbre de Boole, on obtient comme cas particulier le théorème de représentation de M. H. Stone (2). Le théorème de G. Birkhoff nous donne une représentation de R comme un sous-réticulé d'un produit de chaînes chacune desquelles contient deux éléments 0 et 1 (chaînes minimales ou irréduc-

(*) Séance du 19 mai 1948.

(1) G. BIRKHOFF, *Lattice Theory*, 1940, p. 80.

(2) *Trans. Amer. Math. Soc.*, 40, 1936, p. 37-111.