

## DOMAINE D'UTILISATION DE LA MÉTHODE PAR TRANSFORMÉE DE FOURIER

Par J. CONNES,  
C. N. R. S., Bellevue.

**Résumé.** — Étude de la mise en œuvre de la méthode de spectrométrie par transformation de Fourier. On montre que lorsque l'interféromètre à deux ondes utilisé est un interféromètre de Michelson associé à un diaphragme d'ouverture finie (ce qui est le cas réel) la fonction d'appareil est le produit de composition d'une fonction rectangulaire par une fonction en  $\sin x/x$ ; le pouvoir de résolution théorique est proportionnel à la différence de marche maximum. On examine ensuite les domaines de longueurs d'onde et les valeurs du pouvoir de résolution qui paraissent accessibles à cette méthode. On donne également les résultats d'une application de la méthode à un cas particulièrement simple : la mesure de l'écart de deux raies isolées; il a été possible d'obtenir la distance des deux raies  $D$  du sodium à  $1/200\ 000$  près, et à  $1/1\ 000$  près celle de deux composantes Zeeman dans un champ de 800 gauss.

**Abstract.** — A study of different problems arising in the application of the Fourier transform method has been made. It is shown that if the two beam interferometer is a Michelson interferometer with a beam of finite solid angle (which is the practical case), the instrumental line shape is the convolution of a rectangular by a  $\sin x/x$  function, and the resolving power is proportional to the maximum path difference. It is then examined in which wavelength regions this method appears to be useful, and the order of magnitude of the resolving power that can be reached. The results of measurements on a particularly simple spectrum, consisting of only two lines are given : the distance between the  $D$  lines of sodium has been measured with an estimated error of  $1/200\ 000$  and the separation of a Zeeman doublet in a 800 gauss field with an error of  $1/1\ 000$ .

La nouvelle méthode de spectroscopie utilisant la transformée de Fourier peut être présentée de plusieurs façons différentes. P. Fellgett [1] l'introduit comme une méthode particulière de spectroscopie multiplex. P. Jacquinot [2] a montré qu'elle ne diffère de celles utilisant un réseau ou un étalon Fabry-Perot que par le nombre  $N$  de vibrations qui interfèrent pour former le signal. Mais dans le cas de l'interféromètre Fabry-Perot ( $N$  de l'ordre de quelques dizaines), pour obtenir des résultats semblables à ceux fournis par un spectromètre à réseau ( $N$  de l'ordre de quelques milliers) une opération supplémentaire est nécessaire : le débrouillage des enchevêtrements d'ordres. Il en est de même si on emploie un interféromètre à deux ondes (que l'on peut considérer comme un Fabry-Perot de finesse 2). En fait, dans ce dernier cas, le signal fourni par l'interféromètre est la transformée de Fourier du spectre de la source utilisée et la dernière phase du travail consiste à faire l'analyse de Fourier de ce signal.

Les interféromètres à deux ondes déjà employés dans ce but sont de plusieurs types : G. Strong, G. Vanasse et H. A. Gebbie ont utilisé dans l'infrarouge lointain un interféromètre constitué par un réseau lamellaire à différence de marche variable ; L. Mertz un interféromètre à polarisation dans le visible ; P. Fellgett un interféromètre de Michelson à trièdres dans l'infrarouge proche, et nous-même un interféromètre de Michelson à miroirs dans le visible.

Le but de la première partie de l'étude qui va

suivre est de déterminer une « fonction d'appareil » comparable à celle qui intervient dans les méthodes de spectroscopie classique et de calculer le pouvoir de résolution théorique. Dans la deuxième on donnera une application particulière de la méthode non pas à la détermination d'un spectre, mais à la recherche d'informations sur un objet partiellement connu, à savoir la mesure de la distance de deux raies constituant un doublet.

### I. Fonction d'appareil d'un interféromètre à deux ondes employé en spectromètre.

Quand on enregistre un profil de raie avec un spectromètre à prisme, à réseau ou avec un étalon F.-P., la courbe obtenue est le produit de composition de la fonction source par la fonction d'appareil, cette dernière fonction étant ce que le spectromètre donnerait dans les conditions de l'expérience s'il était éclairé par une raie de largeur négligeable.

Rappelons brièvement les formes prises par cette fonction quand l'organe dispersif est un prisme ou un réseau, pour différentes conditions d'emploi [3] :

- 1) les fentes sont infiniment fines : c'est une fonction de diffraction dont la largeur est inversement proportionnelle à l'épaisseur du prisme ou à la largeur du réseau ;
- 2) les fentes sont très larges : c'est une fonction triangulaire pour un spectromètre dont les fentes d'entrée et de sortie sont égales ;
- 3) dans le cas général : c'est le produit de compo-

sition de la fonction de diffraction par la fonction triangulaire.

Avec un spectromètre Fabry-Perot enregistreur muni d'un diaphragme dans le plan focal de l'objectif de sortie, la fonction d'appareil est le produit de composition de la fonction d'Airy (de largeur inversement proportionnelle à la distance des lames) par une fonction rectangulaire dont la largeur est proportionnelle à l'angle solide limité par le diaphragme. Avec l'interféromètre à deux ondes, nous allons montrer que le résultat est tout à fait comparable ; le profil obtenu est le produit de composition de la fonction source par la fonction d'appareil : celle-ci est le produit de composition d'une fonction en  $\sin x/x$  dont la largeur est inversement proportionnelle à la différence de marche maximum entre les deux faisceaux par une fonction rectangulaire de largeur proportionnelle à celle du diaphragme explorateur. C'est la différence de marche maximum qui joue le même rôle que la dimension de l'organe dispersif. Ce résultat, fondamental quand on veut étudier des profils de raie, permet de déterminer rigoureusement les meilleures conditions d'emploi de l'interféromètre au point de vue luminosité et résolution.

#### 1. Différentes étapes de l'analyse spectrale.

La partie essentielle de l'interféromètre à deux ondes est la lame à faces parallèles fictive d'épaisseur  $e$  constituée par les deux grilles dans l'appareil de G. Strong ou par le miroir mobile  $M_1$  et l'image  $M_2$  du miroir fixe  $M_2$  donnée par la lame séparatrice dans le cas de l'interféromètre de Michelson <sup>(1)</sup> (fig. 1).

Supposons qu'on étudie une distribution spectrale étroite au voisinage du nombre d'onde  $\sigma_0$ . Un faisceau parallèle tombant sur l'interféromètre sous l'incidence  $i$  se divise en deux faisceaux qui se réfléchissent sur  $M_1$  et  $M_2$  et interfèrent avec une différence de marche  $\delta$ . La luminance émergente dans cette direction est la valeur de la fonction  $\mathcal{C}$ , transformée de Fourier de la fonction source, pour la valeur  $\delta$  de la variable.

Faire une analyse spectrale avec un interféromètre à deux ondes comporte deux opérations différentes qui peuvent d'ailleurs être simultanées :

1) Il faut pour obtenir la fonction  $\mathcal{C}$ , faire varier linéairement la différence de marche, donc l'épaisseur  $e$  envisagée plus haut et enregistrer pour chaque valeur de la différence de marche, la luminance dans une direction fixe.

2) Il faut faire l'analyse harmonique de la fonction  $\mathcal{C}$ . Elle peut se faire soit *a posteriori* sur l'interférogramme, par exemple par des méthodes numé-

(1) Toutes les considérations et les calculs qui vont suivre sont valables dans le cas où des trièdres remplacent les miroirs dans l'interféromètre de Michelson ; il suffit de remplacer la normale aux miroirs par la droite joignant les sommets des trièdres.

riques (H. A. Gebbie, P. Fellgett), soit pendant l'exploration elle-même (J. Strong et G. A. Vanasse).

Mais pour plusieurs raisons le profil spectral obtenu après l'analyse harmonique ne redonne qu'approximativement la fonction source.

1) Une luminance n'est pas directement accessible. Ce qu'on mesure c'est un flux transporté dans un angle solide fini ayant pour direction moyenne la direction fixe envisagée. De sorte qu'on enregistrera une fonction  $A$  qui sera plus ou moins différente de  $\mathcal{C}$  suivant que l'angle solide transportant le flux mesuré sera plus ou moins grand.

2) On ne peut faire varier la différence de marche qu'entre les limites  $\delta_1$  et  $\delta_2$  de sorte que l'analyse de Fourier ne portera que sur une partie de la fonction  $A$  comprise entre deux valeurs  $\delta_1$  et  $\delta_2$  de la variable  $\delta$ .

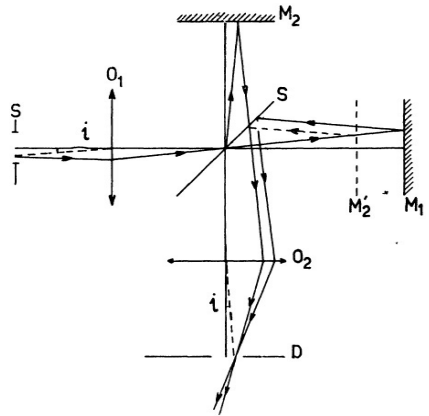


FIG. 1. — Schéma de principe

S : source,  $O_1$  : objectif d'entrée,  $O_2$  : objectif de sortie,  $i$  : angle d'incidence,  $M_2$  : miroir fixe,  $M_1$  : miroir mobile, S : lame séparatrice,  $M_2'$  : image de  $M_2$  donnée par S ; D : diaphragme.

Déterminer la fonction d'appareil de l'interféromètre à deux ondes revient à étudier les déformations que fait subir à la fonction source, l'opération d'enregistrement de la fonction transformée de Fourier du spectre, en supposant que l'analyse de Fourier se fait sans perte d'informations.

Au cours de cette étude, nous allons rencontrer plusieurs fonctions dont deux sont des fonctions instrumentales : la fonction diaphragme  $D$  qui tiendra compte du fait qu'on mesure un flux transporté dans un angle solide fini, la fonction limitatrice  $E$  liée au fait que la différence de marche varie dans un domaine limité et non de  $-\infty$  à  $+\infty$  ; les autres fonctions seront les résultats de transformations successives que les diverses opéra-

tions feront subir à la fonction source. L'interféromètre fournit la fonction  $\mathfrak{C}$  qui n'est accessible que sous la forme A après intervention de la fonction diaphragme. Finalement on n'enregistre qu'une portion I de la fonction A. Et c'est l'analyse de Fourier de la fonction I qui donne la fonction B' cherchée reproduisant approximativement la fonction source.

**2. Définitions des différentes fonctions utilisées.**

— 2-1. FONCTION SOURCE. — C'est la variation avec le nombre d'onde  $\sigma$  de la densité de luminance  $B(\sigma - \sigma_0)$  d'une distribution spectrale symétrique autour de  $\sigma_0$ .

Si la source n'émet qu'une raie de largeur négligeable, la fonction source est une fonction  $\delta$  de Dirac et on appellera  $\mathcal{B}$  la luminance totale de la source.

2-2. FONCTION  $\mathfrak{C}$ . — On calcule la luminance transmise par l'interféromètre dans une direction quelconque  $\delta_1$  (2). Le coefficient de transmission de l'interféromètre pour la radiation  $\sigma_0$  est :

$$\tau = \cos^2 \pi \delta_1 \sigma_0$$

(nous supposons dans toute la suite que l'absorption est nulle).

Si la raie a une largeur négligeable la partie variable de la luminance dans la direction  $\delta_1$  est donc :

$$\mathfrak{C}(\delta_1) = \frac{\mathcal{B}}{2} \cos 2\pi \delta_1 \sigma_0 \tag{1}$$

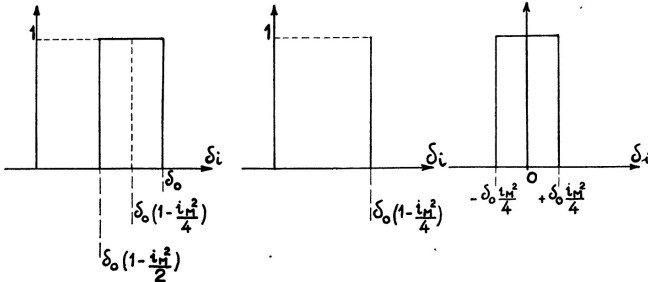


Fig. 2. — Fonction diaphragme  $D = b * c$ .

tion  $D$ , sans dimensions, est une fonction de  $\delta$  (fig. 2). Elle est telle que :

$$D[\delta_1 - \delta_0(1 - i^2/4)] = 1 \text{ pour } \delta_0 > \delta_1 > \delta_0(1 - i^2/2)$$

$$D[\delta_1 - \delta_0(1 - i^2/4)] = 0 \text{ pour } \delta_1 < \delta_0(1 - i^2/2) \text{ et } \delta_1 > \delta_0.$$

(2) Nous conviendrons de repérer une direction, non par l'angle  $i$  qu'elle fait avec la normale à l'interféromètre, mais par le retard optique  $\delta_1$  que représentent entre eux des rayons appartenant aux deux faisceaux ayant traversé l'interféromètre sous l'incidence  $i$ ;  $i$  et  $\delta_1$  sont liés par la relation  $\delta_1 = 2e \cos i$  et dans le cas des incidences faibles  $\delta_1 = 2e(1 - i^2/2) = \delta_0(1 - i^2/2)$ .

Dans le cas le plus général, puisque toutes les radiations sont transportées sous toutes les incidences  $\mathfrak{C}_{(\delta_1)}$  prend la forme :

$$\mathfrak{C}(\delta_1) = \frac{1}{2} \int_0^\infty B(\sigma - \sigma_0) \cos 2\pi \delta_1 \sigma. d\sigma \tag{2}$$

C'est la transformée de Fourier en cosinus de la fonction source ; elle peut encore s'écrire :

$$\mathfrak{C}(\delta_1) = \frac{1}{2} G(\delta_1) \cos 2\pi \delta_1 \sigma_0 \text{ en posant } G(\delta_1) = T[B(\sigma)]. \tag{3}$$

Elle est représentée par une courbe dont les points ont pour abscisse une différence de marche et pour ordonnée une luminance.

2-3. FONCTION DIAPHRAGME. — Le diaphragme joue le même rôle que dans le spectromètre Fabry-Perot enregistreur. S'il était infiniment petit il isolerait, à chaque instant, des rayons ayant traversé l'interféromètre sous une seule incidence.

Le détecteur (dans notre cas une cellule photo-électrique) recevrait alors un flux proportionnel à la luminance cherchée, mais ce flux serait infiniment petit. Le diaphragme doit donc avoir une dimension telle qu'il laisse passer des rayons présentant toutes les différences de marche comprises dans un certain intervalle  $\Delta \delta_1$ . Avec l'interféromètre de Michelson on doit utiliser un diaphragme circulaire de rayon angulaire  $i_m$  placé dans le plan focal de l'objectif de sortie, centré sur la direction  $\delta_0$  (celle des rayons normaux) et isolant une fraction de l'anneau central. Alors  $\Delta \delta_1 = \delta_0 i_m^2/2$ . La fonc-

2-4. FONCTION ACCESSIBLE. — Le diaphragme explorateur détermine un certain angle solide de révolution transportant un flux qui sera reçu par le récepteur. Si l'on enregistre ce flux pendant que  $\delta_0$  varie linéairement en fonction du temps on obtient une courbe ayant pour abscisse  $\delta_0$  et pour ordonnée le flux transporté par l'angle solide au voisinage de la direction moyenne  $\delta_0$ .

Le flux transporté par un angle solide élémentaire, annulaire, de révolution  $d\Omega$  au voisinage de la direction  $\delta_1$  est :

$$dA = S \mathfrak{C}_{(\delta_1)} D d\Omega,$$

$S$  étant la surface utilisée de l'objectif de sortie (fig. 3).

Remarquons qu'il existe une relation simple entre un angle solide élémentaire et l'écart entre

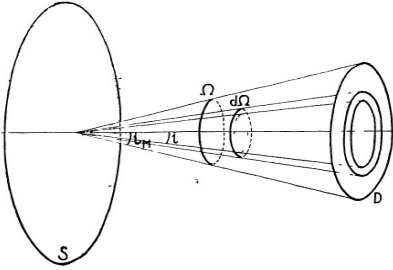


FIG. 3. — Étendue du faisceau de sortie.

les différences de marche qu'ont subi les rayons transportés sous les incidences  $i$  et  $i + di$  qui limitent  $d\Omega$ . En effet, en comparant les relations

$$d\Omega = 2\pi i di \quad \text{et} \quad d\delta_1 = 2ei di \quad \text{il vient :}$$

$$d\Omega = \frac{\pi}{e} d\delta_1 = \frac{2\pi}{\delta_0} d\delta_1.$$

Le flux élémentaire prend la forme :

$$dA = S \frac{2\pi}{\delta_0} \mathfrak{C}(\delta_1) D d\delta_1$$

et le flux total traversant le diaphragme est :

$$A(\delta_0) = S \frac{2\pi}{\delta_0} \int_{-\infty}^{+\infty} D[\delta_1 - \delta_0(1 - i_{\mathbf{M}}^2/4)] \mathfrak{C}(\delta_1) d\delta_1.$$

2-4-1. *Cas où la raie a une largeur négligeable.* — Dans ce cas  $\mathfrak{C}(\delta_1)$  à la forme simple (1) et  $A(\delta_0)$  s'écrit :

$$\alpha(\delta_0) = S \frac{2\pi \beta}{\delta_0} \int_{-\infty}^{+\infty} D[\delta_1 - \delta_0(1 - i_{\mathbf{M}}^2/4)] \cos 2\pi\delta_1 \sigma_0 d\delta_1. \quad (5)$$

En remarquant que l'intégrale contenue dans (5) est la transformée de Fourier de la fonction  $D$  et en posant  $S\pi i_{\mathbf{M}}^2 = S\Omega = U$  étendue du faisceau qui traverse l'interféromètre, l'expression finale de  $\mathcal{C}(\delta_0)$  est :

$$\alpha(\delta_0) = \frac{\beta}{2} U \frac{\sin \pi \sigma_0 \delta_0 i_{\mathbf{M}}^2/2}{\pi \sigma_0 \delta_0 i_{\mathbf{M}}^2/4} \cos 2\pi \sigma_0 \delta_0 (1 - i_{\mathbf{M}}^2/4). \quad (6)$$

C'est une expression bien connue [5, 6].

La fonction  $\mathcal{C}(\delta_0)$  est une fonction sinusoidale dont l'amplitude est modulée par une fonction en  $\sin x/x$ ; le terme périodique a un nombre d'onde  $\sigma_0(1 - i_{\mathbf{M}}^2/4)$  plus faible que le nombre d'onde  $\sigma_0$  de la raie étudiée. Cela tient au fait que le diaphragme a admis des rayons ayant subi des diffé-

rences de marche systématiquement inférieures à  $\delta_0$ .

La modulation s'annule chaque fois que

$$\delta_0 = k \frac{2}{\sigma_0 i_{\mathbf{M}}^2} = k \frac{2\pi}{\Omega} \lambda_0,$$

c'est-à-dire chaque fois que le rayon du diaphragme est égal au rayon du  $k^{\text{ème}}$  anneau dans son plan.

L'expression  $\mathcal{C}(\delta_0)$  peut se mettre sous la forme :

$$\alpha(\delta_0) = \beta \cdot \Phi(\delta_0) \quad \text{en posant :}$$

$$\Phi(\delta_0) = \frac{U \sin \pi \sigma_0 \delta_0 i_{\mathbf{M}}^2/2}{\pi \sigma_0 \delta_0 i_{\mathbf{M}}^2/4} \cos 2\pi \sigma_0 \delta_0 (1 - i_{\mathbf{M}}^2/4).$$

La fonction  $\Phi(\delta_0)$  a les dimensions d'une étendue. Sa valeur est celle du flux que transporterait l'interféromètre utilisé avec le même diaphragme si la fonction source était une fonction de Dirac de luminance intégrée égale à l'unité. C'est une caractéristique instrumentale que nous utiliserons dans la suite.

2-4-2. *Cas d'une distribution spectrale étroite.* —

L'avantage fondamental de la méthode par transformation de Fourier est qu'elle permet d'obtenir simultanément des informations sur toutes les régions d'un spectre aussi étendu que l'on veut. L'étude qui va suivre porte seulement sur une distribution spectrale étroite, car c'est uniquement dans ce cas que l'on peut définir une fonction d'appareil. Cette restriction est la même, d'ailleurs, pour toutes les méthodes de spectroscopie. Quand on étudie un spectre étendu, on définit une suite de fonctions d'appareil dont la forme reste la même, mais de largeur variable, chacune d'elles étant valable dans un domaine étroit de longueur d'onde.

Si on remplace dans (4)  $\mathfrak{C}(\delta_1)$  par sa valeur donnée par (3) l'expression du flux devient :

$$A(\delta_0) = \frac{1}{2} S \frac{2\pi}{\delta_0} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\delta_1) D[\delta_1 - \delta_0(1 - i_{\mathbf{M}}^2/4)] \cos 2\pi\delta_1 \sigma_0 d\delta_1. \quad (9)$$

On montre facilement que lorsqu'on étudie une fonction source étroite, c'est-à-dire telle que la densité de luminance puisse être considérée comme négligeable à une uistance  $\Delta\sigma$  de  $\sigma_0$  petite par rapport à  $\sigma_0$ ,  $G(\delta_1)$  peut être confondue avec  $G(\delta_0)$  en négligeant un terme infiniment petit de l'ordre de  $\Delta\sigma/\sigma_0$ .

Le flux sortant s'écrit alors :

$$A(\delta_0) = G(\delta_0) \cdot \Phi(\delta_0) \quad (10)$$

ou en remplaçant  $\Phi(\delta_0)$  par sa valeur donnée par (8) :

$$A(\delta_0) = \frac{U}{2} G(\delta_0) \frac{\sin \pi \sigma_0 \delta_0 i_{\mathbf{M}}^2/2}{\pi \sigma_0 \delta_0 i_{\mathbf{M}}^2/4} \cos 2\pi \sigma_0 \delta_0 (1 - i_{\mathbf{M}}^2/4). \quad (11)$$

L'équation (10) traduit le résultat très simple suivant : Si la fonction source est une distribution étroite, le flux modulé tombant sur le récepteur est égal au produit de la fonction  $\Phi(\delta_0)$  par la transformée de Fourier du profil spectral à étudier <sup>(3)</sup>.

2-5. FONCTION LIMITATRICE  $E$ . — Pour reconstituer correctement la fonction source sans perdre d'informations, il faudrait faire l'analyse de Fourier de la fonction  $A$  complète, c'est-à-dire pour des valeurs de  $\delta_0$  variant de  $-\infty$  à  $+\infty$  ; mais la différence de marche entre les deux faisceaux inter-

férents ne varie que dans un domaine limité, par exemple entre deux valeurs symétriques  $-L$  et  $+L$  <sup>(4)</sup>. La fonction limitatrice, dans le cas le plus simple est  $E_1(\delta_0)$  telle que (fig. 4) :

$$E_1(\delta_0) = 1 \text{ pour } -L < \delta_0 < +L \tag{14}$$

$$E_1(\delta_0) = 0 \text{ pour } -\infty < \delta_0 < -L \text{ et } L < \delta_0 < +\infty \tag{15}$$

On montrera dans la discussion de la fonction analysée qu'en modifiant  $E(\delta_0)$  on peut modifier la fonction d'appareil, en particulier l'apodiser.

2-6. INTERFÉROGRAMME  $I(\delta_0)$ . — On donne ce

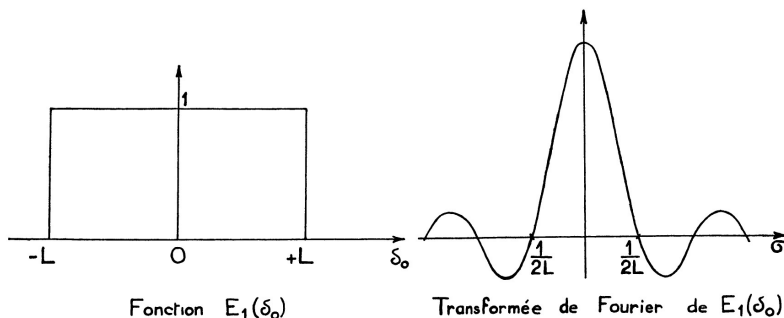


FIG. 4. — Fonction limitatrice.

<sup>(3)</sup> CAS PARTICULIERS. — L'expression générale du flux étant établie, il est facile d'obtenir ses valeurs pour des distributions quelconques. Nous allons donner les résultats dans deux cas particuliers, ceux où la fonction source a une forme soit Döppler, soit de résonance, le cas général étant une combinaison des deux cas précédents.

a) *Fonction source de forme Döppler* : Elle s'écrit :

$$B(\sigma - \sigma_0) = B_M \exp\left(-\frac{4 \ln 2 (\sigma - \sigma_0)^2}{s^2}\right)$$

$s$  étant la largeur à mi-hauteur et  $B_M$  la densité de luminance pour le nombre d'onde  $\sigma_0$ . L'expression du flux devient, d'après (11)

$$A(\delta_0) = \frac{U}{2} s B_M \left(\frac{\pi}{\ln 2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{s^2 \pi^2 \delta_0^2}{4 \ln 2}\right) \frac{\sin \pi \sigma_0 \delta_0 \frac{iM}{2}}{\pi \sigma_0 \delta_0 \frac{iM}{2}} \cos 2\pi \sigma_0 \delta_0 \left(1 - \frac{iM}{4}\right) \tag{12}$$

expression analogue à celle indiquée dans (6).

b) *Fonction de résonance* : La fonction source et le flux prennent les formes suivantes :

$$B(\sigma - \sigma_0) = B_M \frac{1}{1 + 4 \frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{s^2}} \text{ et}$$

$$A(\delta_0) = \frac{U}{2} s B_M \exp\left(-\frac{s \delta_0}{2}\right) \frac{\sin \pi \sigma_0 \delta_0 \frac{iM}{2}}{\pi \sigma_0 \delta_0 \frac{iM}{2}} \cos 2\pi \sigma_0 \delta_0 \left(1 - \frac{iM}{4}\right). \tag{13}$$

nom à la portion de la fonction  $A$  comprise entre les valeurs  $-L$  et  $+L$  de la variable  $\delta_0$ . C'est le produit de la fonction  $A(\delta_0)$  par la fonction  $E(\delta_0)$ .

$$I(\delta_0) = A(\delta_0) \cdot E(\delta_0). \tag{16}$$

2-7. FONCTION ANALYSÉE. — Ce sera une reconstitution approximative de la fonction source, obtenue par l'analyse de Fourier de l'interférogramme  $I(\delta_0)$ . C'est une distribution spectrale  $B'(\sigma - \sigma')$  autour du nombre d'onde  $\sigma'$  différent de  $\sigma_0$ .

$$B'(\sigma - \sigma') = T[I(\delta_0)] = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\delta_0) \cos 2\pi \sigma \delta_0 \cdot d\delta_0.$$

On sait en effet que la transformée de Fourier d'un produit est égale au produit de composition de chacun des termes du produit.

Dans le cas particulier d'une distribution spectrale de largeur négligeable, puis dans le cas général, les fonctions analysées sont :

$$\mathcal{B}'(\sigma - \sigma') = \mathcal{B} \cdot T[\Phi(\delta_0)] * T[E_1(\delta_0)] \tag{17}$$

$$B'(\sigma - \sigma') = T[G(\delta_0)] * T[\Phi(\delta_0)] * T[E_1(\delta_0)]. \tag{18}$$

<sup>(4)</sup> Quand la différence de marche varie seulement entre 0 et  $+L$ , on peut compléter l'interférogramme par symétrie et la fonction limitatrice sera toujours définie pour  $\delta_0$  variant entre  $-L$  et  $+L$ .

En remarquant que si l'on fait  $\alpha\beta = 1$  dans l'équation (17) elle prend la forme :

$$H(\sigma - \sigma') = T[\Phi(\delta_0)] * T[E_2(\delta_0)]$$

et que  $T[G(\delta_0)]$  n'est autre que  $\alpha\beta(\sigma)$ , l'équation (18) traduit le résultat fondamental suivant :

La fonction analysée est le produit de composition du profil spectral à étudier par la fonction  $H$  obtenue dans le cas où la distribution spectrale est infiniment étroite et a une luminance intégrée égale à l'unité.

Par analogie avec des résultats comparables obtenus avec toutes les autres méthodes de spectroscopie, la fonction  $H(\sigma - \sigma')$  est appelée fonction d'appareil.

2-8. FONCTION D'APPAREIL. — D'après sa définition même :  $H = d * e$  (fig. 5) qu'on peut encore écrire :

$$H = \frac{2\pi SL}{\delta_0} h \quad (\text{fig. 6}) \quad \text{avec} \quad h = f * g$$

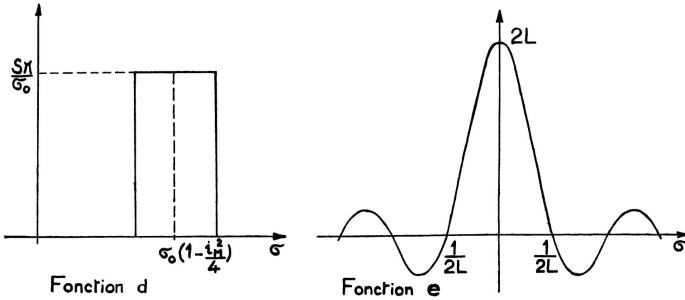


FIG. 5.

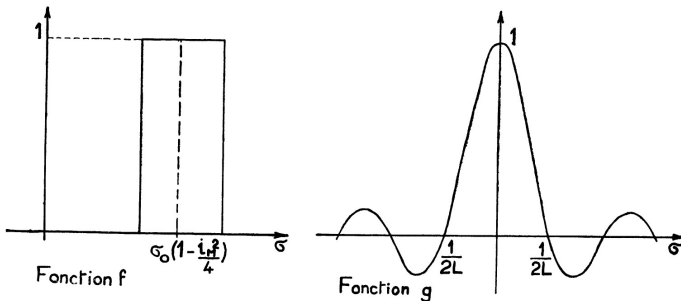


FIG. 6.

que croît le rapport  $r/s$  de la largeur de la fonction rectange à la largeur à mi-hauteur de la fonction en  $\sin x/x$ .

$f$  est une fonction rectangulaire telle que :

$$f[\sigma - \sigma_0(1 - i_{\Delta}^2/4)] = 1 \quad \text{pour} \quad \sigma_0 > \sigma > \sigma_0(1 - i_{\Delta}^2/4)$$

$$f[\sigma - \sigma_0(1 - i_{\Delta}^2/4)] = 0 \quad \text{pour} \quad \sigma > \sigma_0$$

$$\text{et} \quad \sigma < \sigma_0(1 - i_{\Delta}^2/4)$$

$$\text{et} \quad g = \frac{\sin 2\pi\sigma L}{2\pi\sigma L}.$$

Si l'interférogramme est enregistré et la transformée de Fourier faite par des calculateurs numériques (méthode employée par P. Fellgett et H. A. Gebbie), ou si le signal subit une détection synchrone avant d'être analysé par des méthodes analogiques (méthode employée par J. Strong et G. A. Vanasse), la fonction d'appareil est le produit de composition d'une fonction rectangulaire par une fonction en  $\sin x/x$ .

Elle est représentée par une courbe dont la forme s'éloigne de plus en plus de celle de la fonction en  $\sin x/x$  pour se rapprocher du rectangle à mesure

La figure 7 donne la forme de la fonction d'appareil pour  $r/s = 1$ . Dans la figure 8 les courbes  $g$  et  $h$  ont été ramenées à la même hauteur pour

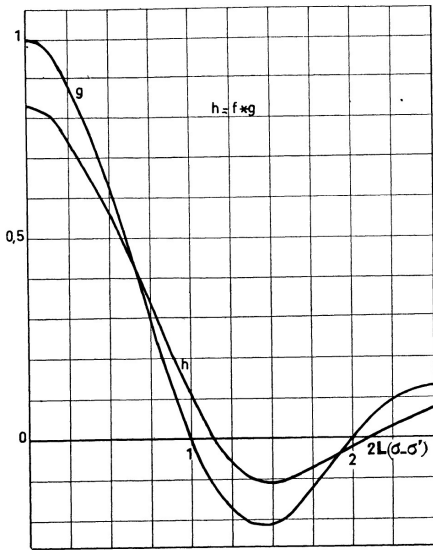


FIG. 7. — Fonction d'appareil ( $r/s = 1$ ).

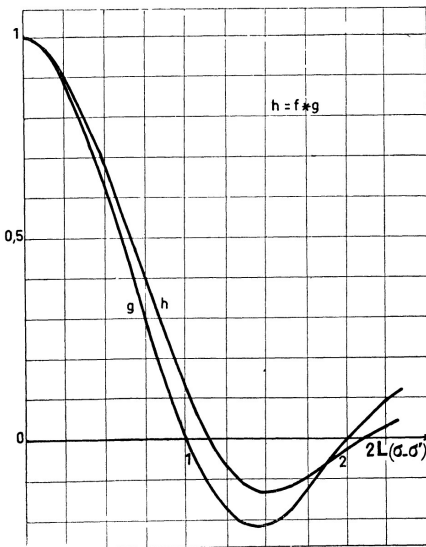


FIG. 8. — Fonctions d'appareil ramenées à la même hauteur.

mettre en évidence l'élargissement de la fonction  $h$ , le rapport des largeurs à mi-hauteur des fonctions  $h$  et  $g$  est  $\alpha/s = 1,1$  pour  $r/s = 1$ .

**3. Discussion des résultats.** — 3-1. LIMITE DE RÉSOLUTION THÉORIQUE. — Dans le cas des spectromètres à prisme ou à réseau, on définit une limite de résolution théorique qui est celle de l'instrument utilisé avec des fentes infiniment fines. Dans le cas de l'interféromètre à deux ondes, on appellera limite de résolution théorique celle qui serait obtenue avec un diaphragme explorateur infiniment fin et une exploration limitée. D'après le critère de Lord Rayleigh, deux raies sont séparées quand le maximum central de la figure de diffraction donnée par l'une des raies coïncide avec le premier minimum de la figure de diffraction donnée par l'autre. Il est bien connu que dans ce cas la hauteur au centre de la courbe résultante est les  $4/5$  de la hauteur maximum.

Nous garderons cette dernière convention et la figure (9) montre que la hauteur au centre de la

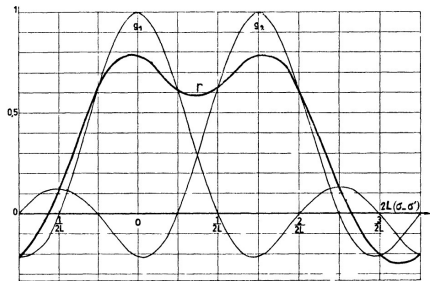


FIG. 9. — Limite de résolution.

courbe résultante  $r$  est sensiblement les  $4/5$  de la hauteur maximum quand le maximum de la fonction  $g_2$  coïncide avec le premier minimum de la fonction  $g_1$ . Dans ce cas la distance séparant les centres des deux raies est  $3/4 L$  ce qui conduit à une limite de résolution théorique  $\delta\sigma = 3/4 L$ , et à un pouvoir de résolution théorique  $\mathcal{R} = \sigma/\delta\sigma = 4L\sigma/3$

**3-2. DÉTERMINATION DES MEILLEURES CONDITIONS D'EMPLOI.** — On choisit une méthode comparable à celle employée avec le spectromètre à réseau ou le Fabry-Perot [3, 4]. Quand on augmente le diamètre du diaphragme explorateur, la luminosité  $\mathcal{L}$  de l'instrument croît, mais la résolution  $\mathcal{R}$  pour la même différence de marche maximum décroît (on la calcule à partir de l'élargissement de la fonction d'appareil). Le maximum du produit  $\mathcal{L}\mathcal{R}$  a lieu pour une valeur  $i$  du rayon angulaire du diaphragme qui réalise les meilleures condi-

tions d'emploi de l'interféromètre de Michelson  $i = 0,7\sqrt{2/R}$  (\*).

3-3. APODISATION. — La fonction d'appareil de l'interféromètre employé comme l'indique la figure 7 a des pieds importants, ce qui est gênant dans un grand nombre de cas. Or on voit qu'il suffit pour apodiser de modifier la fonction  $E(\delta_0)$ . Nous n'entrerons pas ici dans le détail des calculs.

Toutefois, signalons qu'on peut envisager plusieurs techniques différentes d'apodisation.

La méthode la plus simple consiste à changer la forme de  $E(\delta_0)$  en conservant le diaphragme de diamètre fixe et en modifiant le flux tombant sur le récepteur à l'aide de filtres absorbants dont la densité varierait en fonction de la différence de marche. On peut, par exemple, réaliser ainsi la fonction  $E_2(\delta_0)$  représentée par la figure 10. La

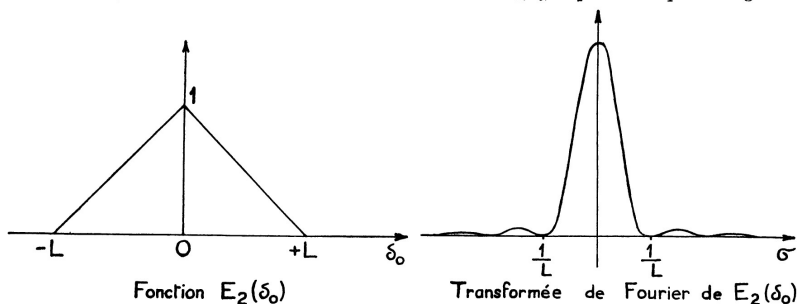


FIG. 10. — Fonction limitatrice.

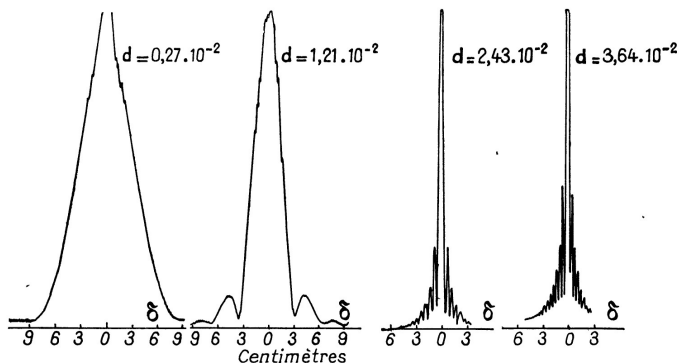


FIG. 11. — Variation de la modulation en fonction de la différence de marche  
 $\lambda = 6438$  du Cadmium  
 $d$ , diamètre du trou de sortie en radian  
 $f = 33$  cm.

fonction d'appareil sera alors le produit de composition d'une fonction rectangulaire par une fonc-

(\*) *Emploi des systèmes afocaux* : Remarquons que tous les calculs de la fonction d'appareil, du pouvoir de résolution, des meilleures conditions d'emploi ne sont plus valables si l'interféromètre est muni de systèmes afocaux destinés à augmenter l'angle solide utilisable, en donnant un état d'interférence constant dans tout le champ [7]. Les relations entre  $i$  et  $\delta_1$ , donc la forme de la fonction  $A$  dépendent alors des aberrations des systèmes afocaux utilisés.

tion en  $(\sin x/x)^2$ , mais on a diminué la luminosité et la résolution comme il arrive généralement quand on apodise (\*).

4. **Vérification expérimentale.** — Nous avons cherché à obtenir expérimentalement, non pas la fonction d'appareil elle-même, mais sa transfor-

(\*) H. A. Gebbie a proposé lors du Colloque d'apodiser la fonction d'appareil en multipliant toutes les ordonnées de l'interférogramme par des coefficients convenables.



mée de Fourier en enregistrant l'interférogramme

$$I'(\delta_0) = \frac{U}{2} G(\delta_0) \left| \frac{\sin \pi \sigma_0 \delta_0 \frac{\lambda}{2}}{\pi \sigma_0 \delta_0 \frac{\lambda}{2}} \right| \cdot E(\delta_0).$$

4-1. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL. — L'interféromètre utilisé est un interféromètre de Michelson à miroirs, un des miroirs est porté par un chariot poussé par une vis de pas 1 mm, celle-ci est entraînée par un moteur synchrone tournant à 750 tours/minute par l'intermédiaire d'une vis tangente qui donne une démultiplication de 100. Ce chariot avance donc de 1 mm en 8 secondes ;  $\delta_0$  varie dans nos expériences de  $-9$  cm à  $+9$  cm. La source utilisée est la raie 6 438 Å du cadmium isolé par un filtre dans le spectre d'une lampe Osram.

Le signal électrique fourni par un photomultiplicateur est amplifié dans un amplificateur alternatif, puis détecté linéairement et enregistré.

4-2. RÉSULTATS. — Nous avons fait plusieurs enregistrements avec des valeurs de  $d_m$  croissant de 0,006 à 0,018. Les minima ont bien lieu pour les valeurs calculées de la différence de marche. Ils ne sont pas complètement nuls à cause de l'influence des défauts de surface des miroirs sur la fonction d'appareil (question qui n'est pas étudiée dans cet exposé) ; dans le dernier cas, la largeur de la fonction source est négligeable devant celle de la fonction diaphragme et la courbe enregistrée est bien en  $|\sin x/x|$ .

## II. Pouvoirs de résolution accessibles à la méthode par transformée de Fourier.

La méthode de spectroscopie par transformée de Fourier est applicable en principe dans tous les domaines de longueur d'onde. Si l'on veut employer un interféromètre de Michelson, il suffit de savoir trouver une substance transparente pour la lame séparatrice. Mais P. Jacquinot montrera dans sa communication que le gain de rapidité dû à la méthode ne sera effectif que dans l'infra-rouge où le bruit de récepteur est prépondérant ; dans le visible il est forment réduit par le bruit de lumière.

Pour obtenir des limites de résolution très réduites, il faut réaliser de grandes différences de marche. Les difficultés qu'on rencontre sont de deux ordres :

1) Dans le cas où l'appareil utilisé est un interféromètre de Michelson, le parallélisme des miroirs doit être assuré à une fraction de longueur d'onde près ; c'est d'autant plus facile à réaliser que la longueur d'onde est plus grande. C'est la première raison pour laquelle la méthode sera d'un emploi plus facile dans l'infra-rouge. Mais cette difficulté n'est pas la plus grande à résoudre. Nous avons réalisé un interféromètre dans lequel le parallélisme du miroir mobile est conservé à  $1/10$  de frange avec

la raie rouge du cadmium pour un déplacement de 12 cm d'un miroir de 5 cm de diamètre.

2) Il faut que la fréquence du signal à analyser soit constante, ce qui revient à dire que la vitesse d'exploration  $v$  doit être constante. Si le dispositif d'entraînement du miroir mobile présente des défauts provoquant à chaque instant des écarts entre la position du miroir mobile et sa position théorique, la déformation de la fonction d'appareil est la même que si le dispositif d'entraînement était utilisé pour tracer un réseau de diffraction et ce réseau employé en montage Littrow sous incidence rasante, à condition d'imaginer que l'on dispose d'un récepteur qui soit sensible à l'amplitude de la vibration lumineuse, et non à l'intensité.

On en déduit facilement qu'une erreur périodique, d'amplitude  $\varepsilon \ll \lambda$  provenant de la vis ou des engrenages, provoque l'apparition d'une paire de ghosts symétriques dont la position est la même que dans l'emploi du réseau ; mais leur hauteur relative vaut  $\pi \varepsilon / \lambda$ , tandis que dans l'emploi du réseau, la hauteur relative est seulement  $(\pi \varepsilon / \lambda)^2$ , donc beaucoup plus faible. Si l'erreur est du type progressif non linéaire elle se traduit par un élargissement de la fonction d'appareil et donc par une baisse du pouvoir de résolution. Le problème de la régularité de l'entraînement est pratiquement résolu avec les machines à graver les réseaux modernes puisque ceux-ci approchent effectivement du pouvoir de résolution théorique ; mais la difficulté est ici singulièrement augmentée du fait que l'enregistrement de l'interférogramme doit être beaucoup plus rapide que la gravure du réseau.

Il semble possible d'atteindre, mais difficile de dépasser, un pouvoir de résolution de l'ordre de 100 à 1 000 par des moyens purement mécaniques. Si l'on désire aller plus loin, une solution pourrait être l'enregistrement d'une raie de référence en même temps que celui du spectre ; la fréquence correspondante pourrait ultérieurement servir à piloter l'analyse de Fourier qui se ferait par détection synchrone.

## III. Mesure de l'écart des deux raies d'un doublet.

Il y a un cas où l'on peut espérer obtenir simplement de hautes résolutions : celui de la mesure de l'écart de deux raies constituant un doublet, c'est-à-dire la mesure d'une différence de fréquences.

Nous avons ainsi étudié l'écart des raies  $D$  du sodium et des deux composantes  $\pi$  Zeeman données par la raie 4 678 du cadmium dans un champ de 800 Gauss.

1. Principe. — Théoriquement le problème est très simple ; quand la différence de marche varie d'une quantité  $\delta$ , on observe le défilement de  $p_1$  franges données par la raie de nombre d'onde  $\sigma_1$ ,

de  $p_2$  franges données par la raie de nombre d'ondes  $\sigma_2$  et de  $P$  battements ; ces diverses quantités sont liées par la relation :

$$\delta = P_1/\sigma_1 = P_2/\sigma_2 = P/\Sigma \text{ en posant } \Sigma = \sigma_1 - \sigma_2$$

Le problème consiste donc à mesurer la variation de la différence de marche  $\delta$  séparant  $P$  battements, qui pour des raisons évidentes seront situées symétriquement par rapport à la différence de marche  $\sigma$ . Exprimons la forme de la fonction  $A$  quand la source émet deux composantes ayant une forme Döppler, le nombre d'onde de l'une d'elles étant  $\sigma_0$  et quand le diaphragme a un diamètre angulaire suffisamment petit pour que son effet soit négligeable ; d'après (12)

$$A(\delta) = \frac{U}{2} s B_M \left(\frac{\pi}{\ln 2}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{s^2 \pi^2 \delta^2}{4 \ln 2}\right) \times [\cos 2\pi\delta\sigma_0 + \cos 2\pi\delta(\sigma_0 + \Sigma)]$$

ou

$$A(\delta) = \frac{U}{2} s B_M \left(\frac{\pi}{\ln 2}\right)^{1/2} \exp\left[-\left(\frac{s\delta}{2}\right)^2 \cdot \frac{\pi^2}{\ln 2}\right] \times \cos \pi\delta\Sigma \cos 2\pi\delta(\sigma_0 + \Sigma/2). \tag{13}$$

La fonction  $A(\delta)$  est une fonction sinusoïdale dont l'amplitude est modulée par une fonction  $M$  qui est elle-même le produit de la fonction  $C = \cos \pi\delta\Sigma$  (traduisant la présence de deux raies) par la fonction  $G = \exp\left[-\frac{\pi^2}{\ln 2} \left(\frac{s\delta}{2}\right)^2\right]$ , transformée de Fourier du profil spectral de l'une des raies, c'est-à-dire que la courbe représentant la fonction  $G$  est l'enveloppe de la courbe représentant la fonction  $M$ .

**2. Dispositif expérimental.** — La meilleure méthode consisterait à mesurer la distance séparant les positions 1 et 2 du miroir mobile correspondant au 1<sup>er</sup> et au  $(P + 1)$ <sup>ème</sup> battement en comptant le nombre de franges qui défilent quand le miroir se déplace d'un mouvement continu de la position 1 à la position 2.

Nous ne disposons pas d'un système de comptage de franges et une de nos techniques a consisté à mesurer la longueur  $\delta$  en tours et fractions de tours de vis. L'erreur ainsi introduite est nettement inférieure à celle provenant du repérage du zéro de modulation. Pour trouver la position du chariot correspondant à un minimum de la fonction  $M$ , on tourne à la main très lentement la vis tangente. En même temps on fait varier sinusoïdalement la différence de marche avec un mouvement dont l'amplitude est d'au moins une longueur d'onde et la fréquence 200 Hz (par exemple en faisant vibrer d'un mouvement de translation le miroir fixe à l'aide d'un électro-aimant agissant sur son support). L'amplitude du signal obtenu, qu'on peut examiner à l'oscilloscope, est nulle quand la position du miroir mobile coïncide exactement avec celle correspondant à un zéro de modulation.

Une deuxième technique utilisée ne diffère de la première que par la façon de pointer le zéro de modulation. On enregistre la fonction  $A(\delta)$  elle-même (et pas seulement son amplitude) au voisinage des valeurs de  $\delta$  correspondant au 1<sup>er</sup> et au  $(P + 1)$ <sup>ème</sup> battement et on repère le minimum de la fonction  $M$  sur l'enregistrement en mesurant l'amplitude des franges enregistrées. Ce défilement lent des franges est obtenu en faisant tourner la compensatrice d'un mouvement continu ; le signal fourni par le photomultiplicateur est amplifié en courant continu et enregistré.

Dans les deux méthodes, la précision est limitée par le fait que la fonction présente des minima non nuls. (Les deux raies ne sont pas rigoureusement identiques.)

**3. Résultats.** — Nous avons fait plusieurs mesures de l'écart des deux raies  $D$  du sodium en comptant des nombres de battements différents et en mesurant chaque fois la distance séparant les deux battements extrêmes. Le nombre  $P$  est connu sans ambiguïté, l'erreur relative sur  $\Sigma$  est donc égale à l'erreur relative sur  $\delta$  ; les résultats sont résumés dans le tableau suivant.

$P$	$\delta_{cm}$	$\Sigma - cm_1$	$\frac{\Delta\delta_{cm}}{\delta_{cm}}$	$\frac{\Delta}{\Sigma}$
380	22,0820	17,2086	$1.10^{-4}$	$\frac{1}{50\ 000}$
276	16,0384	17,2087	$0.5.10^{-4}$	$\frac{1}{50\ 000}$
104	6,04348	17,2086	$0.1.10^{-4}$	$\frac{1}{200\ 000}$

La cohérence des résultats est bien de l'ordre de grandeur de la précision calculée.

Nous avons d'autre part enregistré la fonction

$$A'(\delta) = k \exp\left[-\frac{\pi^2}{\ln 2} \left(\frac{s\delta}{2}\right)^2\right] |\cos \pi\delta\Sigma|$$

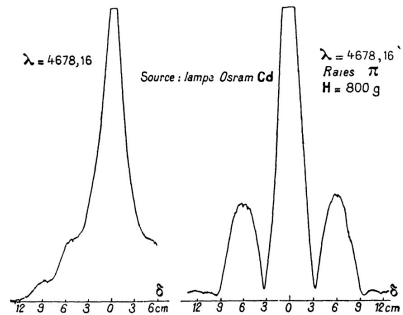


FIG. 12. — Variation de la modulation en fonction de la différence de marche.

Source : lampe Osram Cd

en utilisant comme source les deux composantes  $\pi$  Zeeman de la raie 4 678 du Cd isolées au moyen de polaroïdes. Le signal fourni par la cellule pendant le déplacement du miroir mobile était amplifié dans un amplificateur alternatif, puis détecté linéairement et enregistré. La première courbe de la figure 12 représente la fonction  $A$  quand la source utilisée est la composante centrale ; la deuxième courbe montre les battements obtenus avec les deux composantes  $\pi$ .

Deux battements consécutifs sont séparés par une longueur de l'ordre de 134 000 longueurs d'onde. Chaque zéro de la modulation est repéré à 60 longueurs d'onde près (c'est-à-dire que 60 franges sur l'enregistrement ont des hauteurs qui oscillent autour d'une même valeur moyenne). À 67 franges du minimum de la fonction  $M$ , la valeur de la fonction  $M$  est 1/1 000 de celle de la fonction  $G$  pour la même valeur de la variable  $\delta$ . L'écart des composantes (161 mk) est mesuré avec une précision de l'ordre de 1/1 000.

**Conclusion.** — La fonction d'appareil d'un interféromètre de Michelson employé en spectromètre enregistreur est le produit de composition d'une fonction rectangulaire par une fonction en  $\sin x/x$ . Les difficultés mécaniques rencontrées dans la réalisation montrent que, si on n'emploie pas la détection synchrone avec un signal fourni par l'interféromètre lui-même on ne peut pas dépasser des pouvoirs de résolution de l'ordre de quelques centaines. On peut cependant obtenir simplement de hautes résolutions quand on cherche un complément d'information sur un objet partiellement connu.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] FELLGETT (P.), *J. Physique Rad.* (N° du Colloque), 1958.
- [2] JACQUINOT (P.), Conférence du G. A. M. S., 1953.
- [3] JACQUINOT (P.) et DUFOUR (Ch.), *Journal de Recherches du C. N. R. S.*, 1948, n° 6.
- [4] CHABBAL (R.), *Journal de Recherches du C. N. R. S.*, 1953, n° 24.
- [5] PECK (E. R.), *J. Opt. Soc. Amer.*, 1955, vol. 45, n° 11, 931.
- [6] STROKE (G. W.), *Bull. Res. Israel*, 1957, vol. 5 C, n° 4, 339.
- [7] CONNES (P.), *Revue d'Optique*, 1956, 35, 37.

#### DISCUSSION

*G. Stroke.* — Avec la machine à graver les réseaux du M. I. T. nous contrôlons facilement la vitesse de déplacement du chariot à 0,1 % près ce qui permettait d'atteindre un pouvoir de résolution  $\mathcal{R} = 1\,000$ .

*P. Connes.* — Le problème d'asservissement du mouvement du chariot élégamment résolu au

M. I. T. est relativement plus simple que celui qui nous intéresse. En effet dans la machine à graver les réseaux, les franges d'interférence défilent à une vitesse très faible, de l'ordre de une frange par seconde, tandis que si l'on veut profiter du gain de rapidité procuré par la méthode de la transformation de Fourier il pourra être nécessaire de faire défiler des centaines de franges par seconde.

*G. Stroke.* — La fréquence normale est de 2,5 franges/s mais nous avons obtenu un fonctionnement correct jusqu'à 40 franges/s.

*J. Terrien.* — La détermination des profils spectraux nous préoccupe au B. I. P. M., car nous cherchons, pour constituer un étalon de longueur, à produire un profil symétrique, aussi voisin que possible du profil Doppler, et de faible largeur.

Un bon étalon Fabry-Perot, de bande passante 2 à 2,5 mk, nous a permis de trouver des radiations à profil symétrique, et de mesurer leur largeur, 12 à 13 mk pour  $^{86}\text{Kr}$ , et 20 mk pour  $^{198}\text{Hg}$ , compte tenu des corrections indiquées par Chabbal. Mais le F.-P. renseigne mal sur les pieds du profil, où l'on distinguerait les effets tels que largeur naturelle, effet de pression, résonance quantique, qui se superposent à l'effet Doppler.

L'étude de la visibilité  $V = \frac{M - m}{M + m}$  à l'interféromètre de Michelson est un test plus efficace. La symétrie constatée au F.-P. autorise que l'on remonte au profil  $f(x)$  par transformation de Fourier de  $V(D)$  sans considération de phase ( $D$  est la différence de marche). Pour déceler les déformations du profil par rapport à une courbe Doppler, la courbe de visibilité est d'une interprétation plus facile, comme le montre l'exemple suivant.

Soit une raie élargie simultanément par effet de pression ou par un autre effet produisant un profil

$$f_2(x) = \frac{1}{1 + x^2/\delta_2^2} \quad (\text{visibilité correspondante } v_2 = e^{-\epsilon_2 D^2 \delta_2^2})$$

et par effet Doppler

$$(\text{profil } f_1(x) = e^{-\frac{x^2}{\delta_1^2}} \quad V_1 = e^{-\epsilon_1 D^2 \delta_1^2}).$$

Le profil résultant est  $\int f_1(u) f_2(x - u) du$ , intégrale peu maniable. La visibilité résultante est  $V = V_1 V_2$ , et  $\log V/D$  est une fonction linéaire de  $D$ , dont l'ordonnée à l'origine fournit  $\delta_2$  et la pente  $\delta_1$ .

*Exemple numérique.* Le profil de la raie verte de  $^{198}\text{Hg}$ , produite dans un tube sans électrode à 0 °C, déterminé au F.-P., est indiscernable du profil Doppler calculé pour une température d'agitation thermique de 200 °C. La visibilité, mesurée avec précision pour quelques valeurs de la différence de marche, est bien conforme à la loi prévue

avec composantes Doppler correspondant à 30 ou 40 °C, valeur bien plus vraisemblable.

*G. Stroke.* — A propos de ce problème de la visibilité (photoélectrique) des franges d'interférence, et de la différence entre largeur effective de la raie et largeur Doppler, je mentionnerai que j'ai également fait, au moyen de la machine à réseaux du M. I. T., un grand nombre de mesures de visibilité avec une source de  $^{198}\text{Hg}$  (expériences dont je reparlerai dans ma communication). Comme vous, je trouve un rapport largeur effective sur largeur Doppler de l'ordre de 2 (exactement 1,9 à 293 °K). De plus, à 313 °K seulement, la source (tube Megers), observée au Fabry-Perot était notablement renversée. Quant aux causes physiques de cet élargissement, elles sont, à ma connaissance, seulement en train d'être établies (bien que de nombreux travaux aient été publiés sur la question dans le passé). F. Bitter en a publié une explication

partielle (*J. O. S. A.*, octobre 1956) où il montre que ce n'est pas la température Doppler  $T$  qui régit la largeur de la raie mais plutôt ce qu'il appelle une température de radiation (du plasma),  $T_r$ , plus élevée, mais moins élevée que la température du gaz électronique, Burger et Van Cittert (*Z. Physik*, 1928) ont fait des calculs semblables, conduisant à des valeurs comparables. Ceci corrobore peut-être la formule que vous avez donnée.

*P. Jacquinot.* — Je crois qu'il faut mettre l'accent sur le fait qu'on est ici dans des cas très particuliers d'application de la méthode par transformation de Fourier ; selon la terminologie introduite par Gabor il s'agit de rassembler des informations sur des objets partiellement connus (« collecting information about partially known objects »).

*H. G. Kuhn.* — Il est très malheureux que nous ne puissions pas avoir ici M. Michelson lui-même !

## SPECTROSCOPIE ASTRONOMIQUE PAR TRANSFORMATION DE FOURIER

J. CONNES

Observatoire de Meudon, 92-Meudon, France

P. CONNES et J. P. MAILLARD

Laboratoire Aimé Cotton, CNRS, 92-Bellevue, France

**Résumé.** — De nouveaux progrès ont été réalisés dans la production de spectres planétaires par spectroscopie de Fourier, principalement par l'application d'une méthode de modulation réduisant l'effet de la turbulence. Un autre facteur important est la transmission immédiate de l'interférogramme à un ordinateur qui permet d'avoir un premier résultat au cours de la même nuit d'observation. Une limite de résolution de  $0,3 \text{ cm}^{-1}$  a été atteinte sur Jupiter, et de  $0,07 \text{ cm}^{-1}$  sur Vénus dans les fenêtres du proche infrarouge (8 000, 6 000 et  $4\,300 \text{ cm}^{-1}$ ).

**Abstract.** — Improved planetary spectra have been produced by Fourier Spectroscopy. The two most important factors have been the use of a new modulation method which reduces considerably the effects of atmospheric turbulence, and a fast transmission system which enables the experimenter to get preliminary results during the observation night. The spectral resolution is  $0.3 \text{ cm}^{-1}$  for Jupiter and  $0.07 \text{ cm}^{-1}$  for Venus, in the near infrared windows (8 000, 6 000 and  $4\,300 \text{ cm}^{-1}$ ).

1. **Introduction.** — Le principe de la méthode d'enregistrement pas à pas ainsi que les premiers résultats donnés par notre interféromètre dans le proche infrarouge ont été décrits ailleurs [1]. Nous ne ferons que les rappeler brièvement ici :

Dans un enregistrement pas à pas, le chariot mobile de l'interféromètre stationne sur chacune des valeurs de la différence de marche pour lesquelles un échantillon de l'interférogramme est désiré ; le flux sortant de l'interféromètre est mesuré par intégration. Le chariot est alors déplacé aussi rapidement que possible jusqu'au point suivant. Les déplacements sont mesurés par comptage de franges d'une raie monochromatique, et les positions d'arrêt définies par asservissement au moyen du même signal de franges. Ce système — déjà décrit — a été utilisé sans modifications dans le présent travail.

Les avantages par rapport à la méthode usuelle d'enregistrement continu sont les suivants :

1) La très grande précision avec laquelle la différence de marche peut être contrôlée entraîne une précision remarquable de la fonction d'appareil, qui peut avoir des maximum secondaires plus réduits et un contraste supérieur à ceux donnés par les meilleurs réseaux ou étalons Fabry-Perot.

2) Le nombre minimum de points permis par le théorème de l'échantillonnage peut être mesuré, ce

qui est une nécessité dans le cas de spectres étendus, ou plus exactement contenant un grand nombre  $M$ , d'éléments spectraux ( $M = \Delta\sigma/\delta\sigma$ , avec  $\Delta\sigma$  domaine spectral, et  $\delta\sigma$  limite de résolution, ou largeur instrumentale).

3) Le temps d'intégration sur chaque point peut être variable, ce qui permet une compensation facile de l'effet des fluctuations d'intensité de la source.

4) L'enregistrement peut être interrompu et repris à volonté.

Les performances de l'interféromètre ont été vérifiées sur des sources de laboratoire. Une largeur instrumentale de  $0,07 \text{ cm}^{-1}$ , conforme à ce que l'on peut attendre de la différence de marche maximum de l'appareil, qui est égale à 11 cm, a été obtenue en émission et en absorption. Un rapport signal sur bruit supérieur à  $10^4$  a été mesuré sur des raies d'émission. Le défaut de reproductibilité des intensités pour un spectre d'absorption a été trouvé inférieur à 1/400, et le défaut de reproductibilité de position des raies inférieur à 1/500 de la largeur instrumentale (<sup>1</sup>).

(<sup>1</sup>) Un nouvel interféromètre de même conception générale, mais permettant d'atteindre une différence de marche maximum voisine de 2 m et une limite de résolution de  $5 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  est décrit par J. Pinard dans une autre communication à ce même Colloque [11].

Cet interféromètre, construit en collaboration avec le Jet Propulsion Laboratory (Pasadena, Californie) <sup>(2)</sup> est destiné à des études astronomiques, principalement planétaires. Au cours d'observations faites à Steward Observatory (Arizona) et à l'Observatoire de Saint Michel en Haute Provence, il a permis d'enregistrer des spectres de Vénus et Mars [1] avec une limite de résolution de l'ordre de  $1 \text{ cm}^{-1}$  dans les fenêtres atmosphériques du proche infrarouge (1,25  $\mu$ , 1,6  $\mu$  et 2,2  $\mu$ ). Le gain en pouvoir de résolution par rapport aux mêmes spectres enregistrés par des méthodes classiques (spectromètre à réseau balayant le domaine spectral) était de l'ordre de 10 ; dans le cas de Mars, avait de plus été obtenue une importante amélioration du rapport signal sur bruit. L'analyse de ces spectres est en cours au Jet Propulsion Laboratory.

En raison de difficultés particulières aux observations astronomiques, et dues entièrement à la turbulence atmosphérique, le pouvoir de résolution maximum de l'appareil n'avait pas, jusqu'ici, été atteint sur les planètes. Le présent article décrit les dernières améliorations du système qui ont démontré leur efficacité au cours d'observations de Jupiter (janvier 1966) et de Vénus (mai-juin-juillet 1966) <sup>(3)</sup> à l'Observatoire de Haute Provence du Centre National de la Recherche Scientifique. Les modifications de l'interféromètre ont été exécutées au Laboratoire Aimé Cotton. Tous les calculs ont été effectués par le Centre de Calcul Numérique de l'Observatoire de Meudon.

**2. Turbulence atmosphérique et spectroscopie de Fourier.** — Les perturbations apportées par l'atmosphère terrestre peuvent (en simplifiant quelque peu) être groupées en trois catégories :

1) Les fluctuations de transparence achromatiques — au moins en première approximation et dans un domaine spectral pas trop étendu — dues essentiellement aux nuages légers à travers lesquels les observations doivent — trop souvent — être faites.

Ces variations peuvent être très importantes. Mais elles sont faciles à mesurer au moyen d'un récepteur supplémentaire, et leur compensation — par variation du temps d'intégration ou l'emploi d'autres dispositifs permettant d'enregistrer un rapport — est facile et ne mérite pas d'être étudiée en détail.

<sup>(2)</sup> Et transporté en France grâce au contrat AF-61 (052) 842, European Office of Aerospace Research, United States Air Force.

<sup>(3)</sup> Nous avons inclut dans la rédaction du présent article certains résultats obtenus sur Vénus peu après le Colloque ; l'équipement était le même que celui utilisé sur Jupiter en janvier.

2) Les fluctuations de transparence fonction de la longueur d'onde à l'intérieur du domaine spectral étudié, pour lesquelles aucune compensation n'est possible.

Dans l'infrarouge, la cause la plus importante de fluctuations chromatiques de transparence est la variation de la teneur en vapeur d'eau de l'atmosphère, qui entraîne une fluctuation de profondeur de toutes les raies d'absorption correspondantes. Cet effet peut être réduit en limitant au moyen d'un filtre le domaine spectral à une « fenêtre » de transparence atmosphérique, pour laquelle les raies de la vapeur d'eau sont relativement peu intenses ; c'est ce que nous avons fait jusqu'ici. Cependant, les filtres utilisés ne coïncidaient pas exactement avec les fenêtres et dans plusieurs cas sur le côté de la bande passante étaient incluses de nombreuses raies de la vapeur d'eau dont les profondeurs d'absorption allaient jusqu'à 100 % <sup>(4)</sup>. Même dans ces conditions, l'effet est négligeable par rapport à ceux qui seront étudiés plus loin.

Comme l'observation à partir du sol des régions spectrales où l'absorption de la vapeur d'eau est presque totale, est dépourvue d'intérêt en astronomie stellaire ou planétaire, les conséquences pratiques de l'effet discuté ici sont peu importantes et ne limitent pas jusqu'à présent, le gain considérable donné par le principe multiplex.

3) Les fluctuations d'indice — ou turbulence proprement dite — causent d'une part une fluctuation dans le flux total collecté par le télescope, ou scintillation, qui peut être considérée comme sensiblement indépendante de la longueur d'onde dans un domaine spectral d'étendue modérée <sup>(5)</sup>, tel que celui limité par une « fenêtre » infrarouge. Sa compensation est donc facile. Mais d'autre part, la *structure* du faisceau reçu est profondément modifiée. Aucune de ses sections droites n'est stable ni homogène. Seules les images du miroir primaire ont un *contour* fixe ; mais elles ne sont pas uniformément éclairées (phénomène des ombres volantes).

<sup>(4)</sup> Voir en particulier le spectre de Mars [1, p. 908].

<sup>(5)</sup> Ce ne serait plus vrai si l'on considérait, par exemple, l'ensemble du domaine compris entre 1 et 12  $\mu$ . Mais les récepteurs photoconducteurs ont, pour des raisons fondamentales, des domaines de sensibilité optimum limités. Si l'on cherchait à couvrir, en un seul enregistrement, l'ensemble de cette région spectrale — tout en obtenant le meilleur rapport signal sur bruit possible — il faudrait nécessairement disposer à la sortie de l'interféromètre un système disperser et plusieurs récepteurs en parallèle, chacun d'eux étant choisi pour une fenêtre particulière.

Or, le faisceau possédant cette structure doit traverser un système optique quelque peu complexe, comportant un grand nombre de miroirs dont le pouvoir réflecteur n'est pas rigoureusement uniforme, ainsi qu'une lame séparatrice, pour aboutir sur un ou plusieurs récepteurs tels que des cellules au sulfure de plomb dont la sensibilité est *très peu* uniforme. Les défauts d'homogénéité du faisceau donnent alors naissance à des fluctuations supplémentaires du signal dont la compensation est beaucoup plus difficile que celle de la scintillation pure car elles *ne sont pas corrélées* pour deux récepteurs différents. Ce phénomène se produit même si — comme il est correct — c'est l'image du miroir et non celle de la planète qui est projetée sur les récepteurs.

Bien que ces fluctuations soient assez faibles (de l'ordre de quelques pour cent du signal moyen avec une bande passante de 1 Hz) elles ont constitué jusqu'ici la principale difficulté pour l'application astronomique de la spectroscopie de Fourier, alors qu'elles peuvent passer relativement inaperçues dans d'autres types de mesures<sup>(6)</sup>.

Cette difficulté vient du principe même de la méthode. Le signal enregistré qui donne l'interférogramme, résulte en effet de la contribution de *tous* les éléments spectraux simultanément observés ; c'est précisément ce qui entraîne le multiplexage du détecteur et permet le gain fondamental égal à un facteur  $M$  sur le temps de mesure par rapport aux méthodes classiques d'exploration du spectre par balayage. Chaque élément spectral produit dans l'interférogramme une sinusoïde élémentaire dont l'amplitude est — en supposant le spectre rectangulaire pour simplifier —

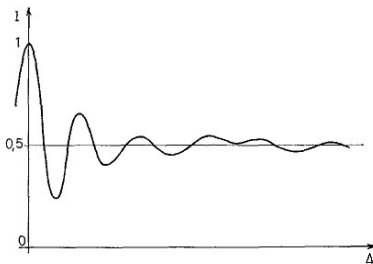


FIG. 1. — Aspect typique d'un interférogramme.

<sup>(6)</sup> En particulier, le temps d'intégration utilisé normalement en photométrie astronomique est de quelques dizaines de secondes ; nous verrons plus loin que le temps d'intégration par point pour un enregistrement d'interférogramme à haute résolution peut être d'une fraction de seconde.

égale à la fraction  $1/M$  de celle du pic central correspondant à la différence de marche zéro.

En conséquence, l'aspect habituel d'un interférogramme est celui donné par la figure 1 : lorsque la différence de marche augmente, les variations d'intensité de l'interférogramme deviennent très petites vis-à-vis de sa valeur moyenne ; or ces variations d'intensité constituent les détails utiles qui doivent être correctement enregistrés. Toute fluctuation accidentelle, même très faible, de la *valeur moyenne*, peut causer une déformation considérable du spectre calculé. Donnons un exemple très schématique (Fig. 2). Soit

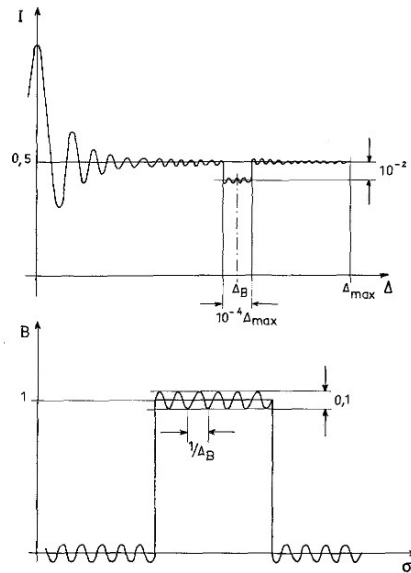


FIG. 2. — Interférogramme d'un spectre rectangulaire, perturbé par une brusque variation de niveau moyen et spectre correspondant. Figures non à l'échelle.

un spectre rectangulaire contenant  $M = 10^4$  éléments spectraux, étudié avec un pouvoir de résolution  $R = 10^5$  (valeurs correspondant effectivement à celles que nous avons atteintes sur Vénus vers  $8\,000\text{ cm}^{-1}$ ). Supposons une baisse accidentelle de 1 % de l'intensité moyenne de l'interférogramme pendant le défilement de 10 franges, c'est-à-dire  $10^{-4}$  fois la durée totale d'enregistrement. Au spectre réel, se trouve alors superposée une ondulation parasite dont la hauteur

pic à pic est égale à 0,1, et qui pourrait facilement être prise pour une bande d'absorption.

Si cette baisse du signal était due à une fluctuation d'intensité de la source, elle serait facilement compensée par le dispositif d'intégration à temps variable. Mais si elle provient d'un petit déplacement du faisceau dans le système optique et en particulier sur les récepteurs, elle n'est pas connue et il n'est pas possible d'en tenir compte.

Un premier remède, indiqué par Fellgett [3] et que nous avons systématiquement employé lors de nos premiers essais [1] consiste à enregistrer un interférogramme équilibré (Fig. 3a) en prenant la différence

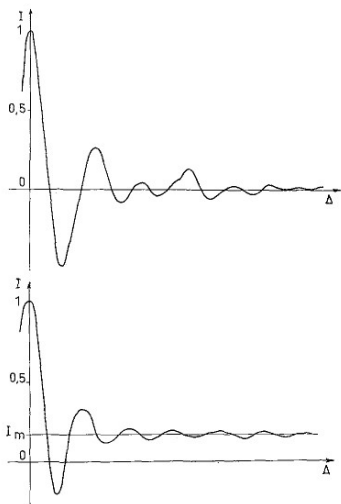


FIG. 3. — Interférogramme équilibré, de valeur moyenne nulle (en haut) et interférogramme imparfaitement équilibré (en bas).

entre les signaux donnés par deux récepteurs utilisant les deux faisceaux sortant de l'interféromètre et modulés en opposition. Cependant, ces deux faisceaux ne sont d'intensité égale que si le pouvoir réflécheur de la lame séparatrice est exactement 50 % (et l'absorption nulle), ce qui n'est pas réalisable dans un domaine spectral étendu. En conséquence, le résultat obtenu est normalement celui de la figure 3b ; il est pratiquement difficile d'obtenir pour  $I_m$ , intensité moyenne, une valeur inférieure à 0,1.

D'autre part, cet équilibrage résulte d'une différence entre deux faisceaux ayant parcouru des trajets optiques

en partie différents et tombant sur des récepteurs différents. Lorsque le faisceau est instable, l'équilibrage est lui-même instable et les fluctuations observées de la valeur moyenne restent grandes même si  $I_m$  est faible. Nos tentatives pour réduire artificiellement  $I_m$  en atténuant par absorption l'un des faisceaux n'ont conduit à aucun résultat utile, les fluctuations restant les mêmes en valeur absolue.

Deux autres méthodes d'enregistrement destinées à réduire l'effet nuisible de la turbulence ont été indiquées, toutes les deux par Mertz. La première est la méthode de balayage rapide (« fast scan »), utilisée avec succès pour obtenir de nombreux spectres planétaires ou stellaires à basse résolution et décrite dans une communication à ce même Colloque [4].

Elle consiste à faire varier la différence de marche assez vite pour que les fréquences correspondant aux franges d'interférence qui défilent soient aussi élevées que le permet le récepteur utilisé (soit quelques centaines de Hz au plus pour une cellule au sulfure de plomb refroidie). Comme la turbulence atmosphérique possède un spectre de fréquences approximativement en  $1/f$ , les composantes des fluctuations qui coïncident avec les fréquences Fourier sont fortement réduites. Le signal modulé par l'interféromètre est enregistré directement (sans modulation extérieure).

L'extension de cette méthode aux problèmes à haute résolution présente deux difficultés. D'une part, elle est incompatible avec l'enregistrement pas à pas qui présente de nombreux avantages et a seul, jusqu'ici, permis d'atteindre des pouvoirs de résolution élevés en laboratoire. D'autre part, la durée d'enregistrement est nécessairement très courte (par exemple, 50 s pour un pouvoir de résolution égal à  $10^4$  si la fréquence moyenne des franges est de 200 Hz). Or pour obtenir un rapport signal sur bruit suffisant sur des sources astronomiques faibles, il est indispensable d'utiliser pleinement le temps disponible qui est de l'ordre de quelques heures. Il est donc nécessaire de sommer un très grand nombre d'interférogrammes ; ceci est facilement réalisable au moyen d'une mémoire digitale lorsque le nombre  $N$  des échantillons n'est pas trop élevé (de l'ordre de 1 000) mais devient difficile pour les grands nombres d'échantillons nécessaires pour nos enregistrements ( $N = 58\,000$  jusqu'ici et vraisemblablement plus dans l'avenir lorsqu'un certain nombre de problèmes liés au temps de calcul auront été résolus).

La seconde méthode, décrite par Mertz lors du premier Colloque de Bellevue [5] mais non utilisée depuis, peut être appelée méthode de modulation interne et a été employée ici ; nous allons la discuter plus en détails.



3. **Méthode de modulation interne.** — La méthode classique consiste à enregistrer l'interférogramme en cosinus

$$I(\Delta) = \int_0^\infty B(\sigma) \cos 2 \pi \sigma \Delta \, d\sigma = TF_{\cos}[B(\sigma)]$$

par mesure de l'intensité  $I(\Delta_A)$  en des points tels que  $A$ , d'abscisse  $A = \Delta_A$ . Cette mesure est normalement effectuée en modulant le flux lumineux *total* par un modulateur extérieur à l'interféromètre.

Éliminons toute modulation externe et faisons osciller à une fréquence  $N = \omega/2 \pi$  une pièce de l'interféromètre (Fig. 4) de telle façon que la différence de mar-

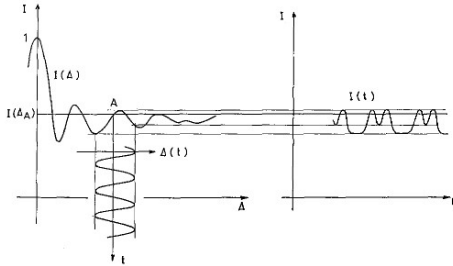


Fig. 4. — Modulation interne. La différence de marche varie suivant la loi  $\Delta(t)$  au voisinage du point  $A$ , d'abscisse  $\Delta_A$ ; il y a exploration rapide d'une partie de la courbe  $I(\Delta)$  et production d'un signal périodique  $I(t)$ .

che varie, par exemple, sinusoidalement avec une amplitude.  $\lambda_0/4$  :

$$\Delta = \Delta_A + \frac{\lambda_0}{4} \cos \omega t.$$

L'intensité du signal sortant de l'interféromètre comprend un terme constant, qui ne sera pas utilisé, et des termes de fréquence  $N, 2N, 3N, \dots$  d'amplitudes  $I_1, I_2, I_3, \dots$

Posons  $\sigma_0 = 1/\lambda_0$ . On montre que, au point  $A$  :

$$I_1(\Delta_A) = \int_0^\infty 2 J_1 \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \sin 2 \pi \sigma \Delta_A \, d\sigma$$

$$I_2(\Delta_A) = \int_0^\infty 2 J_2 \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \cos 2 \pi \sigma \Delta_A \, d\sigma$$

$$I_3(\Delta_A) = \int_0^\infty 2 J_3 \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \sin 2 \pi \sigma \Delta_A \, d\sigma,$$

c c...

où  $J_1, J_2, J_3, \dots$  sont les fonctions de Bessel d'ordre 1, 2, 3, ... En opérant sur le signal des démodulations synchrones aux fréquences  $N, 2N, 3N, \dots$  il est possible de mesurer les amplitudes des différents harmoniques pour toutes les valeurs utiles de  $\Delta_A$  et par conséquent d'enregistrer les interférogrammes :

$$I_1(\Delta) = TF_{\sin} \left[ 2 J_1 \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \right]$$

$$I_2(\Delta) = TF_{\cos} \left[ 2 J_2 \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \right]$$

$$I_3(\Delta) = TF_{\sin} \left[ 2 J_3 \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \right], \text{ etc.}$$

En calculant alors leurs transformées de Fourier, en cosinus pour les termes pairs ou en sinus pour les termes impairs nous obtiendrons le spectre  $B(\sigma)$  mais multiplié par l'une des fonctions  $J_1, J_2, \dots$  (Fig. 5).

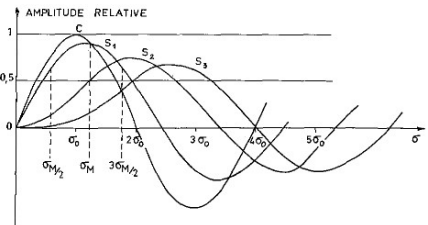


Fig. 5. — Facteur par lequel est multiplié le spectre  $B(\sigma)$  dans le cas d'une modulation rectangulaire (C), ou d'une modulation sinusoidale ( $S_1, S_2, S_3$  correspondant aux trois premiers harmoniques).

Chacun de ces spectres n'est donc utilisable que dans un domaine limité — c'est la principale restriction apportée par la méthode — et le rendement (?) est partout inférieur à l'unité.

Cependant, ce rendement reste acceptable. On montre que, en détectant seulement le premier harmonique le rendement maximum est 0,91 pour  $\sigma_M = 1,18 \sigma_0$  et qu'il reste supérieur à 0,64 entre  $\sigma_M/2$  et  $3 \sigma_M/2$ , c'est-à-dire dans un domaine assez large pour correspondre à celui de la cellule au sulfure de plomb ( $3\,000$  à  $9\,000 \text{ cm}^{-1}$  environ).

(?) Comparé à celui donné par une méthode de modulation externe optimum, c'est-à-dire une modulation rectangulaire avec modulateur réfléchissant, du type de celle que nous avons employée jusqu'ici (1). Dans les deux cas, les deux sorties de l'interféromètre sont supposées utilisées, ce qui nécessite deux récepteurs.

Remarquons enfin qu'une modulation *rectangulaire* de même amplitude conduit à un signal modulé dont les harmoniques ont pour amplitude :

$$I_1(\Delta) = TF_{\sin} \left[ \frac{4}{\pi} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \right]$$

$$I_3(\Delta) = TF_{\sin} \left[ \frac{4}{3\pi} \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\sigma_0} \right) B(\sigma) \right],$$

etc...

Seul le terme  $I_1$  est intéressant, les suivants ne permettant pas de couvrir un domaine spectral différent. Le rendement maximum est maintenant égal à l'unité pour  $\sigma = \sigma_0$  et reste supérieur à 0,71 pour

$$\sigma_0/2 < \sigma < 3\sigma_0/2.$$

Ce type de modulation est donc légèrement préférable à la modulation sinusoïdale (mais de réalisation plus difficile).

L'avantage essentiel de la modulation interne, comparée à l'enregistrement direct des intensités est celui indiqué par Mertz [5] : le niveau moyen de l'interférogramme est *rigoureusement nul*, quelles que soient les fluctuations de la source. Ce résultat reste vrai pour de petits déplacements des faisceaux ; en effet, il n'est pas nécessaire pour l'obtenir d'équilibrer les signaux de deux récepteurs différents. Il nous a donc paru utile de chercher à combiner cette propriété essentielle pour les observations à travers l'atmosphère et celles de l'enregistrement pas à pas.

**4. Réalisation.** — 1) PARTIE OPTIQUE. L'interféromètre a déjà été décrit [1]. Il est traversé par deux faisceaux différents géométriquement séparés : l'un est le faisceau infrarouge à mesurer et l'autre un faisceau de lumière verte du mercure utilisé pour le comptage et l'asservissement. Il a été employé ici sans autre modification que l'adjonction de 4 lames planes et parallèles de fluorine placées sur le faisceau infrarouge *seul*. Le faisceau de contrôle n'est donc pas affecté et le déplacement pas à pas du chariot reste conforme à la description déjà donnée.

La normale aux lames est inclinée d'environ  $10^\circ$  par rapport à la direction du faisceau. Chaque paire produit une translation nulle des rayons ; il n'y a donc pas décentrement des anneaux à l'infini donnés par l'interféromètre.

Une paire de lames est portée par les deux branches d'un diapason autoentreteu (Fig. 6) ; l'amplitude de l'oscillation — de l'ordre de quelques microns — est réglable. L'autre paire de lames, placée sur l'autre bras, sert seulement à conserver l'achromatisme de l'interféromètre ; l'une des lames possède un réglage fin d'incli-

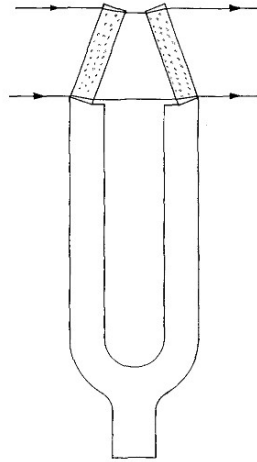


FIG. 6. — Paire de lames vibrantes en fluorine placée sur le trajet du faisceau infrarouge dans l'interféromètre.

naison. Les lames sont planes, parallèles et d'épaisseurs égales à environ  $1/2$  frange (visible) près.

Pour que la loi de variation  $\Delta(f)$  cherchée soit obtenue, les lames vibrantes ne doivent introduire ni dérive de la différence de marche ni réaction oscillatoire sur le bâti de l'interféromètre. En effet, l'asservissement ne pourrait compenser ni une variation de l'inclinaison moyenne de l'une des lames — puisque le faisceau de contrôle ne les traverse pas — ni une légère oscillation du chariot mobile induite par couplage mécanique car la fréquence choisie (200 Hz) est trop élevée pour son temps de réponse (5 ms).

Bien qu'un diapason correctement équilibré n'exerce qu'une réaction minime sur son support, il a été nécessaire de le placer sur un bâti entièrement indépendant de celui de l'interféromètre. Dans ces conditions, de petites rotations relatives du support du diapason et de celui de l'interféromètre sont à craindre, mais la variation correspondante de la différence de marche est du second ordre, car le diapason se comporte alors comme une lame plane et parallèle unique, perpendiculaire au faisceau.

Enfin, l'amplitude de l'oscillation doit être stable. En effet, une variation de cette amplitude produit une affinité de la courbe  $J_1(\sigma)$  par laquelle est multiplié le spectre, et une variation des intensités calculées. L'effet peut être faible si le domaine spectral est étroit et voisin du maximum de  $J_1$ .

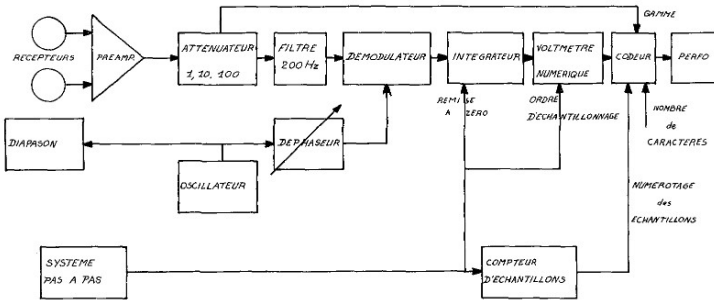


FIG. 7. — Schéma de principe du système d'enregistrement (partie analogique et partie digitale).

Un dispositif de stabilisation électronique de l'amplitude du diapason prévu à l'origine n'a pu être réalisé à temps pour les expériences, et l'amplitude de l'oscillation, bien que suffisamment stable au cours d'un enregistrement, n'était pas reproductible avec assez de précision d'un jour à l'autre. En conséquence, la reproductibilité des intensités dans les spectres calculés a été jusqu'ici un peu moins bonne<sup>(8)</sup> qu'avec la modulation externe utilisée auparavant [1].

2) PARTIE ÉLECTRIQUE (Fig. 7). Les deux récepteurs utilisant les deux sorties de l'interféromètre fournissent deux signaux en opposition ; leur différence est amplifiée par un préamplificateur à large bande. Le signal traverse ensuite un atténuateur à commande manuelle donnant des atténuations égales à 1, 10 ou 100, puis un filtre centré sur la fréquence de modulation (200 Hz) et de largeur de bande 40 Hz environ ; il est ensuite démodulé par un relais vibrant (choisi en raison de sa parfaite linéarité et de son absence de dérive) puis intégré.

Seul le premier harmonique de fréquence  $N$  doit être mesuré ; il est nécessaire que les harmoniques pairs en particulier soient aussi fortement atténués que possible : en effet, ils donneraient des interférogrammes  $I_2, I_4, \dots$  en quadrature avec l'interférogramme désiré  $I_1$ , ce qui se traduirait par une erreur de phase.

<sup>(8)</sup> Ce dispositif de modulation interne de réalisation relativement simple et rapide n'est pas considéré comme la solution définitive. De meilleurs résultats devraient pouvoir être obtenus sans l'adjonction de pièces optiques supplémentaires en faisant osciller l'un des miroirs de l'interféromètre — par exemple le petit miroir de l'un des « œils de chat » — qui serait porté par une céramique piezo électrique. L'asservissement pourrait alors contrôler à la fois la valeur moyenne de la différence de marche et l'amplitude de l'oscillation ; une forme d'oscillation rectangulaire serait réalisable.

Le filtre donne une première atténuation (insuffisante par elle-même) des signaux de fréquence  $2N, 3N, \dots$  ; il facilite en même temps le réglage de phase de la démodulation en donnant au signal transmis une allure sinusoïdale. La démodulation elle-même fournit une atténuation plus grande<sup>(9)</sup>, de l'ordre de  $2NT$  pour l'harmonique 2, où  $T$  est le temps d'intégration (soit environ 100 fois avec  $N = 200$  Hz et  $T = 0,25$  s). Cette atténuation pourrait être rendue infinie en prenant pour temps d'intégration un multiple entier de la période  $1/2N$  de l'harmonique 2 — le plus gênant. Cette précaution n'a pas été jugée nécessaire jusqu'ici mais le deviendrait pour des temps d'intégration sensiblement plus courts.

A la différence de la modulation externe précédemment utilisée, la modulation interne ne permet pas d'obtenir un signal proportionnel à l'intensité totale du flux reçu, en vue de régler le temps d'intégration. Dans le cas de Jupiter (observations de nuit), le temps d'intégration a été réglé à partir du signal donné par les photomultiplicateurs du système de guidage [1] ; ce procédé est évidemment très grossier, les photomultiplicateurs mesurant l'intensité visible. Les résultats ont néanmoins été assez satisfaisants : des spectres reproductibles au bruit près ont été obtenus soit par ciel clair, soit par ciel très absorbant et même avec absorption rapidement fluctuante (cirrus).

Le cas de Vénus (observation de jour) est plus difficile : l'effet le plus gênant de nuages légers est alors non pas l'atténuation du signal utile mais la production d'un signal parasite non négligeable ; dans ces

<sup>(9)</sup> A condition que dans le fonctionnement du relais les deux demi-périodes soient rigoureusement égales ; le réglage est contrôlé en appliquant à l'entrée du démodulateur une tension continue et en vérifiant que la sortie de l'intégrateur reste nulle.

conditions, nous n'avons pas essayé jusqu'ici de faire varier le temps d'intégration.

La solution à ces difficultés (non encore expérimentée) paraît être l'emploi simultané d'une modulation interne à une fréquence  $N$  et d'une modulation externe à fréquence  $N'$  par miroir vibrant, modulant sélectivement le flux de la planète et non celui du fond du ciel, ni l'émission thermique des miroirs. On obtiendrait alors, par détection synchrone à la fréquence  $N'$  un signal proportionnel à l'intensité totale de la planète dans la fenêtre infrarouge étudiée, qui permettrait de régler plus correctement le temps d'intégration. D'autre part, deux détections synchrones en cascade aux fréquences  $N$  et  $N'$  fourniraient un interférogramme débarrassé des composantes parasites (fond du ciel et émission thermique). Ce système d'enregistrement deviendrait sans doute indispensable dans le cas d'étoiles plus faibles, ou pour l'étude de longueurs d'onde plus grandes (fenêtre 8-12  $\mu$  en particulier).

**5. Quantification et enregistrement de l'interférogramme.** — Le nombre élevé des points mesurés sur l'interférogramme (jusqu'à 42 000 sur Vénus et 58 000 sur des essais en laboratoire) impose de chercher à réduire le plus possible le volume des données à enregistrer sur la bande perforée, spécialement en vue de réduire le temps de transmission à l'ordinateur par la ligne téléphonique — dont le débit est limité.

D'autre part, le nombre des éléments spectraux (jusqu'à 20 000 sur Vénus) et par conséquent le rapport élevé entre l'intensité maximum et le bruit dans l'interférogramme obligent à accroître le plus possible la dynamique du système d'enregistrement : le signal maximum doit en effet rester *inférieur* à celui pour lequel un défaut de linéarité non négligeable de la partie analogique (préamplificateur et intégrateur) apparaîtrait ; par ailleurs, la valeur efficace du bruit doit rester nettement *supérieure* au signal minimum mesurable, fixé par la dérive de l'intégrateur d'une part, et le niveau de quantification d'autre part. Ces points ont déjà été brièvement discutés [1] ; il a été montré qu'un facteur  $q = MS_{\text{moy}}/B_{\text{eff}}$  produit du nombre d'éléments spectraux  $M$  par le rapport du signal moyen  $S_{\text{moy}}$  à la valeur efficace du bruit  $B_{\text{eff}}$  dans le spectre définit la qualité du système complet à ce point de vue : toute erreur systématique ou aléatoire dans la mesure de l'intensité de l'interférogramme entraîne une réduction de  $q$  ; ce facteur mesure en quelque sorte la *perfection du multiplexage obtenu*.

Ces deux difficultés (réduction du volume des données et extension de la dynamique) ont été résolues de la façon suivante (Fig. 8) : au début de l'enregistrement, le signal de l'intégrateur est mesuré par un volt-

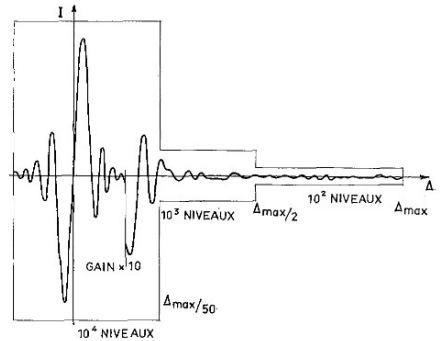


FIG. 8. — Quantification de l'interférogramme. Les valeurs de la différence de marche  $\Delta$  pour lesquelles interviennent l'augmentation du gain et la réduction du nombre de niveaux sont très variables suivant les cas. La figure n'est pas à l'échelle.

mètre numérique donnant 4 chiffres significatifs ; la portion centrale de l'interférogramme est donc quantifiée à  $10^4$  niveaux. Les indications du voltmètre sont codées en code BCD, qui nécessite un caractère par chiffre décimal ; chaque mesure est donc transcrite par 4 caractères sur une bande perforée.

Lorsque le signal modulé a suffisamment décréu, on le multiplie par 10 au moyen de l'atténuateur ; le bruit du récepteur est multiplié par le même facteur et devient supérieur au niveau de quantification (<sup>19</sup>).

L'opération est pratiquement équivalente à une multiplication par 10 de la dynamique de l'intégrateur. L'emploi de 5 chiffres significatifs coûterait un caractère supplémentaire et ne donnerait pas de gain effectif de précision ; celle-ci serait alors limitée par la linéarité et la stabilité de la partie analogique. Le signal continuant à décroître, les décades de poids supérieur du voltmètre deviennent successivement nulles ; on peut réduire le nombre de caractères à 3 puis à 2, c'est-à-dire le nombre de niveaux à  $10^3$  et  $10^2$  sans perte de précision. Suivant la structure de l'interférogramme, cette réduction intervient plus ou moins tôt : la figure 8 donne des ordres de grandeur.

Les mesures sont groupées par blocs de 10 qui sont numérotés grâce à un compteur déclenché par l'avance de l'interféromètre. Au début de chaque bloc, sont perforés 8 caractères supplémentaires indiquant le

(<sup>19</sup>) Un deuxième changement de gain d'un facteur 10 peut être employé ; il est utile pour les spectres d'absorption en laboratoire, pour lesquels le rapport  $s/b$  peut être beaucoup plus élevé que pour les spectres planétaires, ou pour des spectres solaires.

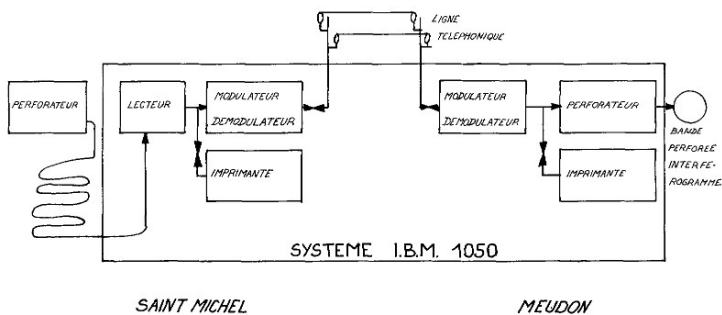


Fig. 9. — Transmission de l'interférogramme de l'Observatoire de Saint-Michel au Centre de Calcul Numérique de Meudon.

numéro du bloc (4 caractères permettant de repérer  $10^4$  blocs, soit  $10^5$  mesures), la gamme de l'atténuateur, le nombre de caractères par mesure et 2 caractères spéciaux nécessités par les contrôles pendant la transmission. Le nombre moyen de caractères par mesure est ainsi égal à 4,8 au début de l'interférogramme puis passe à 3,8 et 2,8.

De cette façon, le nombre total de caractères n'a pas dépassé 136 000 pour un enregistrement de 42 000 mesures (soit en moyenne 3,2 caractères/mesure) alors que sans ces artifices, pour la même précision, il aurait atteint 240 000. Comme il sera montré plus loin, cette réduction était indispensable.

#### 6. Transmission des données et calcul du spectre. —

Afin de faire le plus rapidement possible les vérifications indispensables sur le spectre, la bande perforée est aussitôt transmise à Meudon en une opération continue, sans stockage intermédiaire (Fig. 9), grâce à une ligne téléphonique ordinaire. Le système 1050 IBM qui permet de transmettre 10 caractères/s est utilisé et reproduit à Meudon une bande perforée identique. De plus, deux imprimantes, à chaque bout de la ligne, donnent en clair la liste des valeurs de l'interférogramme.

La durée maximum normale <sup>(1)</sup> d'un enregistrement

<sup>(1)</sup> C'est-à-dire, en l'absence de nuages ; en pratique, dans de nombreux cas, les interruptions par les nuages ont été fréquentes et la durée des enregistrements s'est trouvée augmentée. La durée de 3 heures correspond pratiquement à la cadence maximum possible avec le système actuel : pour mesurer 42 000 points, il faut faire 4 mesures/s, c'est-à-dire que l'on dispose de 250 ms par point de l'interférogramme. Environ 70 ms étant nécessaires pour le déplacement du chariot de l'interféromètre, la remise à zéro de l'intégrateur et la mesure par le voltmètre, le temps utile restant pour l'intégration est seulement 180 ms. Une cadence plus rapide gaspillerait une fraction excessive du temps d'enregistrement. Les valeurs données ici correspondent au cas de Vénus — le plus difficile. Pour Jupiter, on avait  $N_{\max} = 13\ 000$  et la cadence était donc plus lente.

a été prise égale à 3 heures, ce qui permet de faire en une journée, 3 enregistrements planétaires, dont l'un au voisinage du méridien et les deux autres à des élévations plus basses, et un enregistrement de comparaison avec le soleil. La durée totale d'enregistrement effectif est alors de 12 heures, réparties sur 13 ou 14 heures environ, en raison des contrôles divers au début de chaque enregistrement, et des changements nécessaires pour passer de la planète au soleil.

La durée de transmission dans le cas d'un enregistrement de 136 000 caractères est alors de 3 h 45 mn, soit environ 15 h par journée de 4 interférogrammes, et la transmission a tendance à prendre du retard par rapport aux enregistrements. La situation que nous venons de décrire est d'ailleurs quelque peu théorique, les nuages venant à tout instant ralentir les enregistrements, et les incidents sur la ligne téléphonique, les erreurs de transmission et les messages indispensables ralentissant la transmission. La bande perforée joue le rôle nécessaire de volant et permet de donner une indépendance suffisante aux deux opérations.

Après la fin de chaque transmission, la bande perforée transmise est lue à Meudon par un lecteur IBM 1011 et les données décodées et transférées sur bande magnétique par un ordinateur 1401 (périphérique de l'ordinateur central 7040) (Fig. 10). La rapidité relative de cette lecture (500 caractères/s, durée maximum : 5 minutes) rend inutile de l'effectuer pendant la transmission elle-même. Au cours de cette opération, la bande est vérifiée et des corrections peuvent être introduites au moyen de cartes perforées manuellement pour éliminer les erreurs de perforation (à St-Michel ou à Meudon) et de transmission. Comme ces corrections exigent de transmettre des messages (avec les imprimantes) elles font souvent perdre beaucoup de temps.

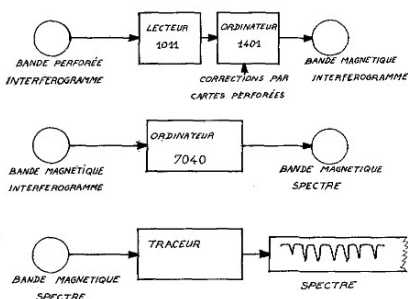


FIG. 10. — Lecture de la bande, calcul et tracé du spectre.

Le calcul de 3 étroites tranches du spectre (contenant environ 100 éléments spectraux chacune) est alors effectué par l'ordinateur central. La position des 3 tranches est choisie à l'avance : l'une est prise au voisinage du maximum de transmission du filtre dans une région où une (ou plusieurs) raie d'absorption fine et isolée est attendue, les deux autres de part et d'autre de la bande passant du filtre. On obtient ainsi les renseignements indispensables : rapport signal/bruit, et résolution effective. Le temps de lecture du programme et les données (toujours pour  $N = 42\,000$ ) est de 15 minutes, et le temps de calcul des 3 échantillons est de 60 minutes <sup>(12)</sup>.

Les résultats sont alors présentés sous forme de courbe par un traceur digital rapide (Benson-France, 300 pas/s) et les résultats communiqués à l'opérateur 80 à 90 minutes après la fin de la transmission. Les spectres reconnus bons sont calculés ultérieurement dans toute leur étendue.

On voit que dans ces conditions, les résultats de l'interférogramme  $n$  sont connus à temps pour corriger (éventuellement) le mode opératoire pour l'interférogramme  $n + 2$  mais non pas pour l'interférogramme  $n + 1$ . Une réduction des temps de transmission et de calcul est donc très souhaitable <sup>(13)</sup>.

<sup>(12)</sup> Durant les expériences, le seul programme disponible était encore celui — déjà décrit [6] — qui effectue la transformée de Fourier point par point, et pour lequel le temps de calcul obéit à la formule  $T = MN \times 3 \times 10^{-4}$  s avec un ordinateur 7040. Après la fin des expériences, un nouveau programme utilisant la méthode de Cooley et Tukey [7] et de Forman [8] est devenu utilisable ; il a permis de ramener le temps de calcul à 5 heures jusqu'à  $M = N = 58\,000$  et a été employé pour le calcul des spectres complets.

<sup>(13)</sup> Cependant, dans quelques cas, nous avons aussi effectué le calcul du spectre — à résolution réduite — à partir de la fraction d'interférogramme déjà transmise pendant que l'enregistrement de celui-ci se poursuivait. Le calcul était alors beaucoup plus rapide et le résultat obtenu avant la fin de l'enregistrement.

La réduction du temps de transmission peut être obtenue de deux façons différentes. D'une part, la capacité du système de transmission a jusqu'ici été mal employée ; il permet en effet de reproduire 64 caractères différents, donc de transmettre 6 bits par caractère. Or, seuls les 10 caractères numériques étaient effectivement utilisés, ce qui donnait  $\text{Log}_2 10 = 3,32$  bits par caractère. L'emploi d'un codeur binaire permettrait de transmettre  $6/3,32 = 1,80$  fois plus d'information avec le même nombre de caractères ; la longueur de la bande perforée et le nombre moyen d'erreurs seraient réduits dans la même proportion.

De plus, des équipements plus rapides, transmettant jusqu'à 150 caractères par seconde sont maintenant disponibles. Il est donc possible de réduire le temps de transmission par un facteur de l'ordre de 30 par rapport à nos expériences ; dans ces conditions, il ne serait plus indispensable de disposer d'une ligne téléphonique louée en permanence. La transmission ne durerait plus que quelques minutes et pourrait se faire sur le réseau commuté.

Il est nécessaire d'autre part, de réduire non seulement le temps de calcul lui-même mais aussi celui pris par les diverses manipulations de bandes à l'arrivée des données. C'est précisément ce que permettent les ordinateurs de la nouvelle génération auxquels plusieurs utilisateurs peuvent avoir simultanément un accès direct (time sharing).

Dans ces conditions, et compte tenu des nouveaux programmes, il est raisonnable de penser que le calcul à la résolution maximum d'une tranche d'un spectre assez large pour vérifier sa qualité quelques minutes après la fin de l'enregistrement sera d'ici quelques temps une opération courante. Il sera également possible, sans que cela pose aucun problème supplémentaire, de généraliser le calcul (à résolution réduite) d'une tranche spectrale à partir de la fraction d'interférogramme déjà enregistrée, ce calcul pouvant même être effectué à plusieurs reprises. Ce résultat sera aussi commode que celui donné par un calcul en temps réel, et ceci sans que l'ordinateur ou la ligne de transmission soient bloqués en permanence.

**7. Résultats.** — 1) RÉDUCTION DES EFFETS DE LA TURBULENCE. La figure 11 illustre l'effet perturbateur de la turbulence tel qu'il se présentait avec le dispositif de modulation extérieure précédemment utilisé [1]. Elle représente un enregistrement du signal infrarouge obtenu après démodulation et filtrage, l'interféromètre étant maintenu stationnaire en une position de différence de marche élevée telle que l'interférogramme coïncide pratiquement avec sa valeur

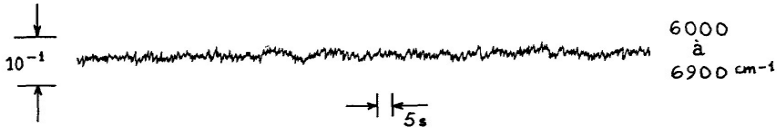


FIG. 11. — Bruit de turbulence, modulation externe, faisceau de Mars, rapporté à l'amplitude de l'interférogramme au centre. Constante de temps  $T = 0,4$  s.



FIG. 12. — Bruit de récepteur seul (cellules dans l'obscurité), et bruit de turbulence avec modulation interne. Faisceau de Vénus. Constante de temps 0,1 s.

moyenne. On notera en particulier la présence dans cet enregistrement du « bruit de turbulence », de composantes basses fréquences très supérieures à celles du bruit de récepteur et dont l'amplitude est de l'ordre de 1 à 2 % de celle de la portion centrale de l'interférogramme. Le signal provenait de Mars, à travers un filtre isolant sensiblement la fenêtre à  $1,6 \mu$  (observation de nuit, hauteur au-dessus de l'horizon :  $h = 52^\circ$ ).

La figure 12 montre le progrès considérable donné par la modulation interne malgré des conditions de turbulence beaucoup plus sévères (Vénus, observation de jour :  $h = 32^\circ$ ). L'accroissement par rapport au pur bruit de récepteur est négligeable dans le cas d'un domaine spectral restreint, et appréciable seulement lorsque la totalité du domaine accessible aux récepteurs est utilisée.

2) JUPITER. La figure 13 donne à titre de comparaison les meilleurs spectres de Jupiter obtenus jusqu'ici dans le proche infrarouge ( $1 \mu$  à  $1,65 \mu$ ) par des procédés classiques par Kuiper [9] et par Moroz [10]. De même, la figure 14 reproduit un spectre obtenu par Delbouille, Roland et Gebbie [11] par transformation de Fourier. Pour permettre d'évaluer la résolution (qui est peu différente dans les 3 cas), nous donnons dans la figure 15 un spectre obtenu par transformation d'un de nos interférogrammes (enregistré sans filtre afin de couvrir un domaine étendu) dont la longueur a été réduite, lors du calcul, jusqu'à ce que son aspect reproduise approximativement celui des spectres précédents. La limite de résolution

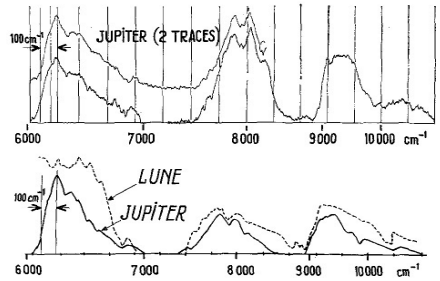


FIG. 13. — Spectres de Jupiter dans le proche infrarouge obtenus avec des spectromètres à réseau :

En haut, Kuiper ([9], Fig. 12 et 13), Observatoire de Mac Donald, télescope de 205 cm, 2 spectres de Jupiter.

En bas, Moroz ([10], Fig. 9), Observatoire de Crimée, télescope de 125 cm. Un spectre de la lune et un spectre de Jupiter (moyenne de 3 spectres indépendants) sont présentés. Temps d'observation total pour Jupiter : 50 minutes. Dans les 2 cas, nous avons inversé les figures de droite à gauche et ajouté une échelle en  $\text{cm}^{-1}$  pour rendre les spectres comparables à ceux des figures 14 et 15.

ainsi trouvée est égale à  $30 \text{ cm}^{-1}$ . L'accord entre les 4 courbes est raisonnable ; mais comme il s'agit d'un domaine spectral large, il faudrait tenir compte de facteurs tels que l'angle de blaze des réseaux, le rendement des lames séparatrices et (dans notre cas) du facteur  $J_1(\pi/2 \sigma/\sigma_0)$  avec  $\sigma_0 \approx 6500 \text{ cm}^{-1}$ .

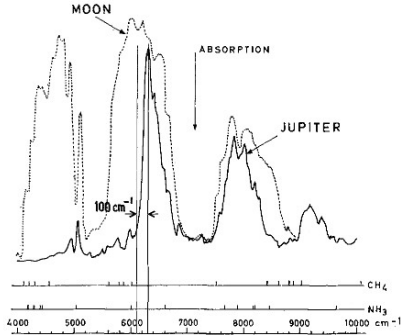


FIG. 14. — Spectre de Jupiter couvrant une région un peu plus étendue obtenu par spectroscopie de Fourier par Delbouille et al. ([11], Fig. 1). Observatoire de Lick, télescope de 3 m. Temps d'observation : 8 minutes.

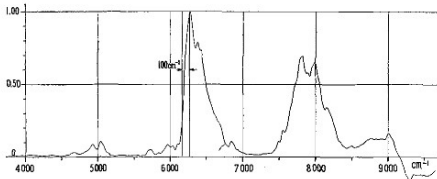


FIG. 15. — Spectre de Jupiter obtenu par réduction de la longueur d'un de nos interférogrammes, enregistré sans filtre avec un pas égal à 1 frange de référence ( $\sigma_r = 18\ 300\text{ cm}^{-1}$ ). Résolution  $\delta\sigma = 30\text{ cm}^{-1}$  sensiblement égale à celle de Kuiper, comme le montre la bande de  $\text{O}_2$  (tellurique) à  $7\ 900\text{ cm}^{-1}$  et légèrement meilleure que celle des deux autres courbes. Au-delà du point  $\sigma = \sigma_r/2 = 9\ 150\text{ cm}^{-1}$ , le spectre se répète identiquement à lui-même; entre  $8\ 500$  et  $9\ 150\text{ cm}^{-1}$ , les intensités sont perturbées (phénomène de recouvrement d'ordre) par celles de la région  $9\ 150$ - $9\ 800\text{ cm}^{-1}$ . Temps d'observation : 5 minutes. Observatoire de Saint-Michel, télescope de 193 cm.

De plus, dispersion et résolution sont variables sur la figure 12 et constantes sur les figures 14 et 15.

La figure 16 montre deux spectres de Jupiter présentant la meilleure résolution que nous ayons atteinte jusqu'ici ( $0,3\text{ cm}^{-1}$ ). La portion représentée a une largeur de  $100\text{ cm}^{-1}$ , soit environ  $1/10$  du spectre entier qui est limité par un filtre interférentiel isolant la bande  $6\ 000$ - $7\ 000\text{ cm}^{-1}$ . D'autres spectres présentant la même résolution ont été pris à travers un autre filtre couvrant la région  $7\ 500$ - $8\ 500\text{ cm}^{-1}$ . Chacune des deux traces reproduites ici est en fait une moyenne pondérée de 3 spectres différents. Les 6 spectres utilisés ont été pris au cours de plusieurs

nuits par des conditions atmosphériques variables, parfois franchement médiocres; ils présentent des rapports  $s/b$  inégaux, mais pas de différences systématiques supérieures au bruit. Les meilleurs ont reçu, dans le calcul des deux moyennes, des coefficients plus élevés. Cette opération nous paraît justifiée *a posteriori*, du fait que les différences aléatoires entre les deux traces résultantes présentées ici sont plus faibles qu'entre deux quelconques des traces composantes. L'amélioration du rapport  $s/b$  est sensiblement celui que des considérations élémentaires laissent attendre. Le temps total d'observation utilisé pour obtenir les deux traces est égal à 21 heures; nous estimons que par des conditions de transparence excellente, des résultats équivalents auraient pu être obtenus en 12 heures environ.

La figure 16 présente également un spectre lunaire de résolution identique, qui donne les raies solaires et telluriques (principalement dues à  $\text{CO}_2$ ) dans cette région. La plupart des raies du spectre de Jupiter sont dues à  $\text{CH}_4$ . La figure 17 compare une portion différente du même spectre lunaire avec la région correspondante du spectre solaire tel qu'il est donné par le Mac Math-Hulbert University of Michigan Atlas, dont la résolution est voisine de  $0,25\text{ cm}^{-1}$  dans cette région.

En résumé, nos spectres de Jupiter présentent une résolution comparable à celle de l'Atlas solaire d'usage courant dans le proche IR <sup>(14)</sup> et 100 fois meilleure que les meilleurs spectres de Jupiter obtenus jusqu'ici.

L'impossibilité pratique d'obtenir de tels résultats par le procédé classique de balayage du spectre est facile à démontrer. Les spectromètres utilisés pour enregistrer les spectres de la figure 13 étaient capables d'utiliser la lumière du disque entier, mais seulement avec le pouvoir de résolution relativement faible qui était demandé. Pour multiplier ce pouvoir de résolution par un facteur  $10^2$ , il aurait fallu consentir une réduction d'un facteur  $10^4$  sur l'énergie transmise au récepteur: la fente d'entrée n'aurait plus accepté que  $1/100$  du disque planétaire, et la fente de sortie une fraction 100 fois plus faible de l'énergie présente dans le spectre continu. Pour conserver le même rapport signal/bruit <sup>(15)</sup> il aurait fallu multiplier le

<sup>(14)</sup> Cette résolution peut naturellement être améliorée — sur le soleil — par nombre de grands spectromètres à réseau existant maintenant.

<sup>(15)</sup> En théorie, il aurait été possible de réduire simultanément la surface du récepteur. En pratique, il existe une dimension minimum réalisable peu inférieure à celle qui était employée pour les spectres de la figure 13, de sorte que le gain effectif aurait été très modeste, et l'ordre de grandeur de notre résultat ne serait pas modifié.



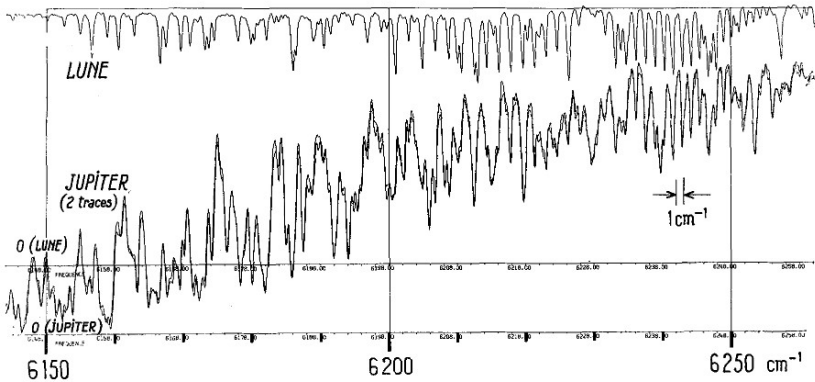


FIG. 16. — Deux spectres de Jupiter. Chaque trace est une moyenne pondérée de 3 enregistrements pris les 1, 3, 4 et 5 janvier 1966. La portion du spectre présentée ici est marquée à gauche des figures 13, 14 et 15. Paramètres :  $\Delta\sigma = 1\,400\text{ cm}^{-1}$ ,  $\delta\sigma = 0,3\text{ cm}^{-1}$  (avec apodisation due en partie à l'ouverture finie du faisceau traversant l'interféromètre),  $M = 4\,700$ ,  $N = 12\,900$ , nombre de franges Hg entre échantillons  $n = 5$ , rapport  $S_{\text{max}}/B_{\text{ext}} = 200$  et  $S_{\text{moy}}/B_{\text{ext}} = 55$ , facteur de qualité  $q = 2,6 \times 10^5$ . Temps d'observation total : 21 h. En haut, spectre lunaire de comparaison, résolution identique.

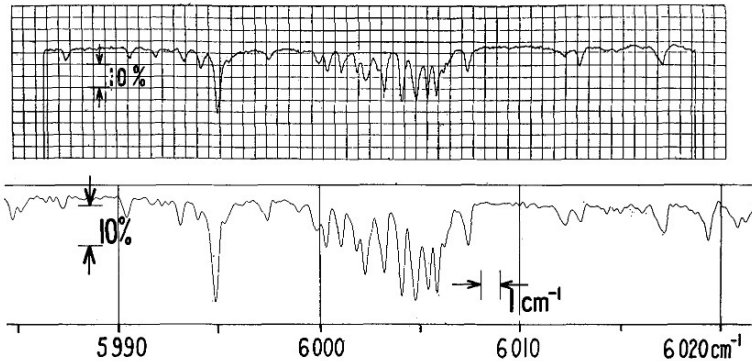


FIG. 17. — Une autre région du spectre lunaire de la figure 16, mais tracée ici avec une dispersion double (en bas), comparée à la portion correspondante (en haut) de l'Atlas solaire de l'Université de Michigan, pris au Mont Wilson (altitude 1 750 m). Les échelles de nombres d'onde sont identiques mais non celles des intensités. Le niveau zéro des enregistrements n'est pas donné, mais une intensité égale à 10 % du fond continu est indiquée. La plupart des raies sont dues au méthane tellurique. Les différences d'absorption s'expliquent par les différences d'altitude (Haute Provence : 650 m). La résolution de l'Atlas solaire est légèrement meilleure ( $0,25\text{ cm}^{-1}$  contre  $0,3\text{ cm}^{-1}$ ).

temps passé sur chaque élément spectral par  $10^8$ , et pour couvrir le même domaine, contenant maintenant 100 fois plus d'éléments spectraux, multiplier le temps total de mesure par  $10^{10}$ .

L'emploi d'un appareil utilisant même à la résolution

de  $0,3\text{ cm}^{-1}$  tout le flux disponible, par exemple un spectromètre à grille [12], un SISAM [13] ou un interféromètre Fabry-Pérot, aurait permis d'éviter la perte due à la fente d'entrée, donc de multiplier l'énergie tombant sur le récepteur par  $10^2$  par rapport

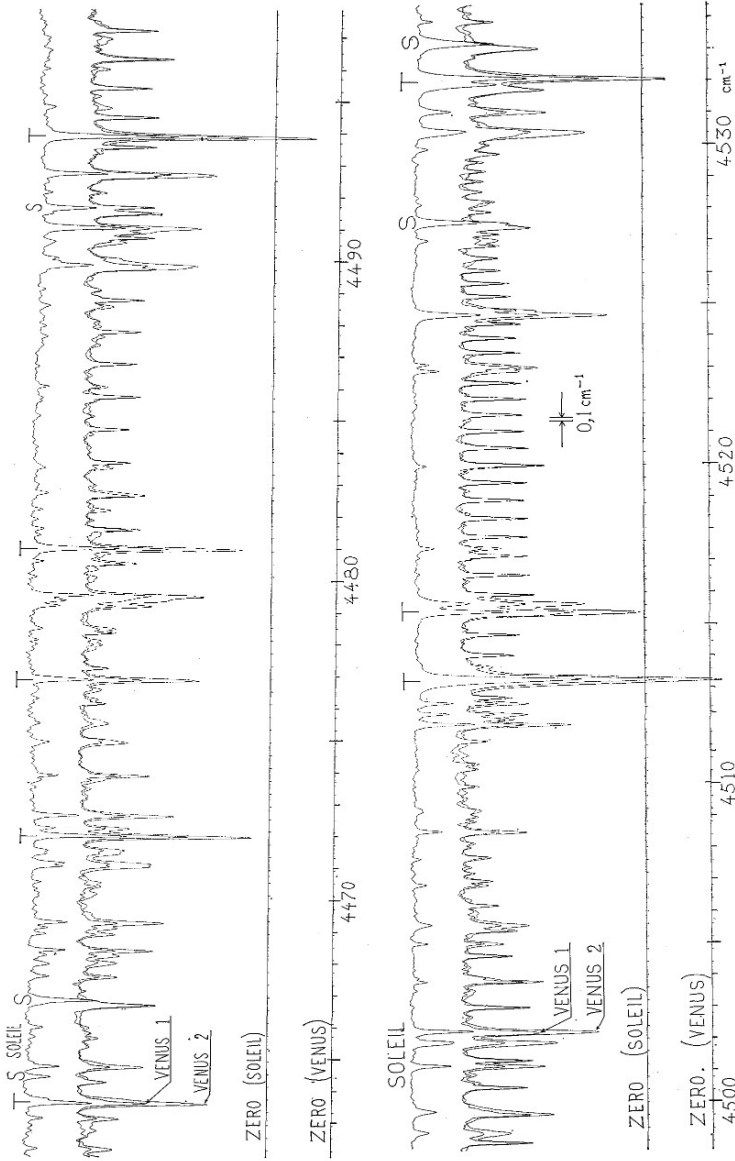


Fig. 18. — Portion des spectres de Vénus et du Soleil en deux sections contenant chacune trois traces. Trace supérieure : Soleil près du méridien ( $\sec_{\text{moy}} z = 1,13$ ). En dessous deux traces superposées (et décalées verticalement par rapport à la trace solaire) : Vénus 1 (près du méridien,  $\sec_{\text{moy}} z = 1,18$ , donc épaisseur d'air peu différente de celle du spectre solaire), et Vénus 2 (loin du méridien,  $\sec_{\text{moy}} z = 1,65$ , épaisseur d'air nettement plus grande). Les raies telluriques (dont quelques-unes des plus intenses sont marquées T) apparaissent plus profondes sur V<sub>2</sub> que sur V<sub>1</sub>. Les raies solaires (marquées S) conservent la même profondeur mais sont décalées par l'effet Doppler (valeur moyenne calculée  $0,16 \text{ cm}^{-1}$ ). L'intensité apparente négative égale à  $-0,03$  présentée par la raie T intense à  $4513 \text{ cm}^{-1}$  sur Vénus 2 est une conséquence normale de l'emploi d'une fonction d'appareil présentant des parties négatives. La plupart des raies de Vénus sont dues à une faible bande de  $\text{CO}_2$ . Vénus 1 est une moyenne de 3 spectres pris aux environs du 3 juillet 1966 ( $\pm 8$  jours). Paramètres :  $\Delta\sigma = 1500 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\delta\sigma = 0,08 \text{ cm}^{-1}$  (avec apodisation comme pour figure 16),  $M = 19000$ ,  $N = 42300$ ,  $n = 5$ ,  $S_{\text{max}}/B_{\text{eff}} = 250$ ,  $S_{\text{moy}}/B_{\text{eff}} = 160$ ,  $q = 3 \times 10^6$ . Temps d'observation total 27 h.

au spectromètre à fente ; l'augmentation du temps de mesure aurait alors été seulement égale à  $10^6$ .

Ces résultats illustrent bien l'avantage considérable obtenu dans un problème où le gain dû au facteur multiplex, et celui qui provient de l'accroissement d'étendue jouent simultanément. Ils appellent cependant deux remarques. D'une part, pour les problèmes stellaires, et avec les télescopes actuels, le gain d'étendue à attendre est plus faible. En effet, un spectromètre équipé d'un grand réseau ( $L = 25$  cm) travaillant sous incidence élevée ( $\varphi = 60^\circ$ ) est capable d'accepter un faisceau dont l'étendue est définie par le diamètre du télescope ( $D = 2$  m) et la turbulence atmosphérique (prenons  $\varepsilon = 2''$  pour donner un ordre de grandeur) jusqu'à un pouvoir de résolution  $R = 20\,000$ . Les étoiles assez brillantes pour permettre de dépasser cette valeur dans l'infrarouge sont très peu nombreuses. Mais la supériorité d'étendue du spectromètre interférentiel pourra néanmoins être exploitée, car la totalité du flux collecté par un télescope de précision optique très médiocre, donnant une tache d'aberration de l'ordre de la minute d'arc serait utilisable. De ce fait, la construction d'un télescope de dimensions nettement supérieures à celles des instruments existants devient concevable.

D'autre part, dans un problème pour lequel l'exploration d'un domaine spectral très étroit est considéré comme suffisant (mesure du profil d'une raie d'absorption), l'avantage à attendre du multiplexage devient faible et il reste permis de songer à utiliser, par exemple, un étalon Fabry-Pérot.

3) VÉNUS. La figure 18 illustre les progrès réalisés par rapport à nos premiers spectres de Vénus [1]. La résolution est ici égale à  $0,08$   $\text{cm}^{-1}$ , soit 12 fois meilleure. Le spectre complet, dans une fenêtre de transmission, se présente sous la forme d'une courbe de 75 m de long à l'échelle de 3 mm par élément spectral (échelle qui est lisible, mais totalement insuffisante pour utiliser pleinement la précision avec laquelle sont donnés les nombres d'ondes). Cette précision est telle que non seulement l'effet Doppler, mais encore la variation de l'effet Doppler au cours de la période d'observation, sont facilement mesurables (Fig. 19) <sup>(16)</sup>.

<sup>(16)</sup> Note ajoutée à la correction. La précision de l'échelle des nombres d'onde a depuis été vérifiée en comparant les positions de 38 raies de Vénus dues à CO, situées vers  $4200$   $\text{cm}^{-1}$ , aux meilleures valeurs mesurées en laboratoire (D. H. Rank et al., *J. Mol. Spectr.*, 1960, 4, 518). La différence moyenne est inférieure à  $10^{-3}$   $\text{cm}^{-1}$  et de l'ordre de l'incertitude sur la correction d'effet Doppler diurne (qui varie de  $4 \times 10^{-3}$   $\text{cm}^{-1}$  pendant la durée d'un enregistrement). La valeur efficace de l'écart quadratique moyen est  $2 \times 10^{-3}$   $\text{cm}^{-1}$ .

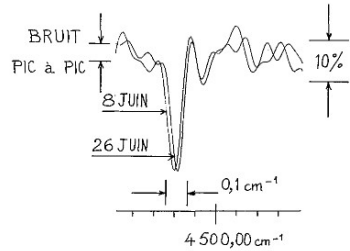


Fig. 19. — Une raie de Vénus extraite de deux spectres pris à 18 jours d'intervalle. Variation de l'effet Doppler calculée  $0,016$   $\text{cm}^{-1}$ . Valeur mesurée sur cette seule raie  $0,014$   $\text{cm}^{-1}$  avec pour erreur probable  $0,005$   $\text{cm}^{-1}$ . La précision est limitée essentiellement par le bruit ; elle s'améliore lorsqu'une moyenne est prise sur plusieurs raies. Le niveau de bruit est ici plus élevé que celui de la figure 18 car les deux spectres ne sont pas des moyennes. La largeur de raie est plus faible ( $0,07$   $\text{cm}^{-1}$ ) pour deux raisons : sur la figure 18 les raies de Vénus sont légèrement élargies par la variation d'effet Doppler, et d'autre part l'amélioration du rapport signal/bruit a nécessité l'emploi d'une apodisation plus forte.

Le cas de Vénus dans le domaine de sensibilité des récepteurs à sulfure de plomb, réunit pratiquement les difficultés maximales pour les applications astronomiques de la spectroscopie de Fourier. En effet, il s'agit de l'astre le plus brillant dans la région où il est possible d'atteindre le pouvoir de résolution le plus élevé, et par conséquent les valeurs les plus grandes de  $M$  et de  $q$ . D'autre part, les observations exigeant des temps d'intégration de plusieurs heures sont nécessairement faites en plein jour, donc dans des conditions de turbulence beaucoup plus sévères que les observations de nuit.

Il est juste de remarquer à ce propos que dans le cas d'étoiles relativement faibles, qui représentent évidemment la majorité des objets observables, l'énergie disponible ne permettra jamais de dépasser des pouvoirs de résolution beaucoup plus modestes. Des spectromètres de Fourier astronomiques plus simples que le nôtre, tels que ceux construits par Sinton [14] Mertz [5], Delbouille et Roland [15] et Moroz [16] devraient alors permettre d'obtenir d'aussi bons résultats.

8. Conclusion. — Les principaux résultats que nous pensons avoir établis sont les suivants :

1) La turbulence atmosphérique ne constitue pas un obstacle aux applications astronomiques de la spectroscopie de Fourier. Si elle doit un jour limiter le gain apporté par le principe multiplex, cette limite n'est pas encore atteinte.

2) Des fluctuations de transparence considérées comme inadmissibles pour la photométrie astronomique par exemple, sont parfaitement tolérables ; une transparence très médiocre augmente seulement le temps d'intégration nécessaire.

3) Des spectres obtenus lors de séances différentes sont reproductibles au bruit près ; il est facile d'en prendre la moyenne, ce qui améliore le rapport signal/bruit, et permet d'exploiter pleinement le temps d'observation disponible.

4) La liaison par ligne téléphonique à un grand ordinateur permet d'obtenir sur le spectre les renseignements indispensables dans un délai raisonnable. Seul, un grand ordinateur est capable de traiter le volume considérable des données produites dans le cas d'étoiles brillantes.

La conclusion générale nous paraît être que c'est à présent le temps d'observation disponible seul qui limite l'extension de la spectroscopie infrarouge astronomique et la construction d'un grand collecteur de lumière spécialisé pour ce travail semble justifiée.

**Remerciements.** — Nous adressons nos remerciements à la Cie IBM France pour avoir, à deux reprises, prêté aimablement le système de transmission 1050.

Messieurs Dornbusch, Mars et Moure se sont dévoués sans compter pour assurer son installation et son entretien et ont largement contribué au succès des observations. Monsieur Collet s'est chargé d'écrire le programme de lecture et décodage des bandes. Madame Gelugne et Monsieur Delouis, à Meudon, ont assuré la réception des bandes. Madame Tualy a surveillé la mise en route des calculs et toute l'équipe des opératrices et opérateurs a assuré l'exploitation en grande partie en dehors des heures normales de service.

A Saint-Michel, Messieurs Bouchareine, Cuisenier,

Michel, Pinard, Roizen et Seguin, ont participé à l'installation et au réglage de l'appareil et aux observations.

Nous remercions aussi pour leur aide indispensable et leur dévouement, Monsieur Lamour et toute l'équipe du télescope de 193 cm.

#### Bibliographie

- [1] CONNES (J.) et (P.), *J. Opt. Soc. Amer.*, 1966, **56**, 896.
- [2] PINARD (J.), *J. Physique*, 1967, **28**, supplément C2-136.
- [3] FELLGETT (P.), *J. Physique*, 1958, **19**, 187.
- [4] MERTZ (L.), *J. Physique*, 1967, **28**, supplément C2-165.
- [5] MERTZ (L.), *J. Physique*, 1958, **19**, 233.
- [6] CONNES (J.), *Rev. Opt.*, 1961, **40**, 45, 116, 171, 231.
- [7] COOLEY (J. W.) et TUKEY (J. W.), *Math. of Computation*, 1965, **19**, 297.
- [8] FORMAN (M.), *J. Physique*, 1967, **28**, supplément C2-58.
- [9] KUIPER (G.), *Mem. Soc. Roy. Sci. Liège*, 1964, **9**, 365.
- [10] MOROZ (W. I.), *Mém. Soc. Roy. Sci. Liège*, 1964, **9**, 406.
- [11] DELBOUILLE (L.), ROLAND (G.), GEBBIE (H. A.), *Mém. Soc. Roy. Sci. Liège*, 1964, **9**, 125.
- [12] GIRARD (A.), *J. Physique*, 1967, **28**, supplément C2-172.
- [13] VERGES (J. L.), *J. Physique*, 1967, **28**, supplément C2-176.
- [14] SINTON (W. M.), *Jour. Quant. Spec. Rad. Transfer*, 1963, **8**, 551.
- [15] ROLAND (G.), *J. Physique*, 1967, **28**, supplément C2-26.
- [16] MOROZ (W. I.), *Ar. Astr. Ac. Sci.*, 4 juin 1964, **302**.

#### DISCUSSION

G. STROKE. — The importance of the advantage of « stop and go » motion in your instrument is also related to grating ruling engines. I recently found (in examining a number of gratings ruled on interferometrically controlled engines, both « stop and go », and « continuously » moving) that « stop and go » engines (such as Babcock's in Pasadena and Jobin et Yvon, Paris) did tend to produce considerably less « satellites » than the continuously moving engines (e. g. such as our M. I. T. engine).

## LE FILTRAGE MATHÉMATIQUE DANS LA SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMATION DE FOURIER

Par J. CONNES (\*) et V. NOZAL,  
Laboratoire Aimé-Cotton, Bellevue.

**Résumé.** — On est conduit pour obtenir le rapport signal/bruit maximum dans le spectre calculé numériquement à partir d'un interférogramme à utiliser un nombre de points très supérieur au nombre d'éléments spectraux, d'où un temps de calcul très élevé. Dans la méthode du filtrage mathématique on calcule d'abord la convolution de l'interférogramme enregistré par la réponse percussive du filtre idéal isolant les fréquences Fourier. Il suffit ensuite de faire la transformée de Fourier du nouvel interférogramme avec un nombre de points minimum d'où une réduction considérable du temps de calcul total.

**Abstract.** — In order to obtain the maximum signal to noise ratio when computing a spectrum from an interferogram, the number of points that have to be measured is much greater than the number of spectral elements; hence the computing time is excessive. With the method of "mathematical filtering" one first compute the convolution of the interferogram by the impulse response of an ideal filter isolating the wanted domain of Fourier frequencies. Then one computes the Fourier transform of the new interferogram with a smaller number of points; the computing time is thus much reduced.

Une étude précédente de la méthode de spectroscopie par transformation de Fourier a montré dans quelles conditions le spectre pouvait être calculé en faisant la transformée de Fourier de l'interférogramme à partir de valeurs discrètes relevées sur cet interférogramme [1]. En l'absence de bruit, il suffit pour reconstituer le spectre de relever un nombre de points égal au nombre d'éléments spectraux à étudier. Mais on montre que pratiquement le spectre du bruit étant plus étendu que celui des fréquences de Fourier, pour obtenir un rapport signal/bruit dans le spectre calculé voisin du rapport signal/bruit maximum qu'on obtiendrait en calculant le spectre par une intégrale de Fourier, le nombre de points à utiliser est beaucoup plus grand. La durée et le prix de revient du calcul d'une transformée de Fourier étant proportionnels au nombre de points d'entrée sont augmentés d'autant. On a donc intérêt à limiter le spectre du bruit au domaine du spectre à étudier. Plusieurs méthodes d'enregistrement de l'interférogramme sont alors possibles pour obtenir ce résultat : emploi d'un filtre passe bande, méthode du changement de fréquence de Mertz [2]. Mais elles présentent toutes une certaine complication instrumentale. Par exemple, un filtre passe bande avec une bande passante centrée sur la valeur moyenne des fréquences à étudier est difficile à réaliser aux fréquences basses généralement utilisées.

La méthode de filtrage mathématique utilise l'interférogramme  $I(\delta)$  enregistré à travers un simple filtre passe bas. A partir de valeurs discrètes de  $I(\delta)$  on calcule un second interférogramme  $I''(\delta)$  en effectuant la convolution de  $I(\delta)$  par la réponse

(\*) Adresse actuelle : Service de Calcul Numérique. Observatoire de Meudon.

percussive d'un filtre dont la bande passante coïncide avec le domaine des fréquences de Fourier à étudier. Il suffit de faire ensuite la transformée de Fourier de  $I''(\delta)$  avec le nombre de points minimum pour obtenir dans le spectre un rapport signal/bruit maximum. Comme le temps de calcul du produit de composition est faible par rapport à celui de la transformée de Fourier, le temps de calcul est voisin du temps de calcul minimum.

**I. Principe de la méthode.** — Considérons un interférogramme  $I(\delta)$  enregistré à travers un simple filtre passe-bas. C'est la superposition de l'interférogramme  $I(\delta)$  qu'on aurait en l'absence de bruit et d'un bruit  $\alpha(\delta)$  (fig. 1). Le spectre corres-

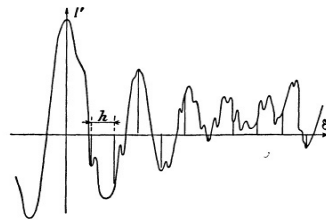


FIG. 1. — Interférogramme enregistré  $I(\delta)$ .

pondant  $B'p(\sigma)$  obtenu par calcul de l'intégrale de Fourier donc avec le rapport  $s/b$  maximum compatible avec le temps d'enregistrement  $T$  de l'interférogramme, est composé du spectre optique à étudier  $Bp(\sigma)$  limité au domaine  $\Delta\sigma_0$  compris entre

$\sigma_1$  et  $\sigma_2$  auquel se superpose un bruit  $X(\sigma)$  (fig. 2). La figure 3 indique la position relative du spectre

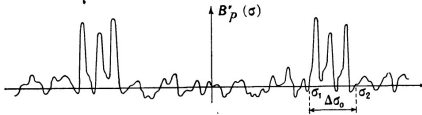


FIG. 2. — Spectre correspondant à  $I'(\delta)$ .

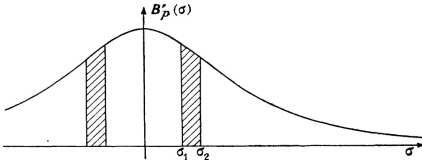


FIG. 3. — Position relative du spectre du bruit et du spectre optique.

optique  $Bp(\sigma)$  et du spectre de puissance du bruit contenu dans  $I'(\delta)$ . Dans une transformée de Fourier numérique la fonction d'appareil est constituée d'une série de pics semblables distants de  $1/h$  si  $h$  est la distance entre 2 points relevés sur l'interférogramme (fig. 1). Si on choisit  $h$  le plus grand possible pour reconstituer le spectre sans ambiguïté :  $h = 1/2\Delta\sigma_0$  (1), un seul pic de la fonction d'appareil explore le spectre à étudier, mais plusieurs pics de la fonction d'appareil explorent le spectre du bruit, d'où une augmentation du bruit

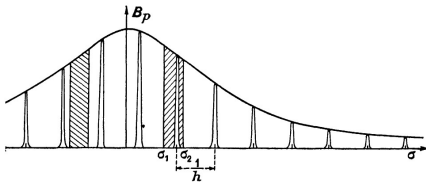


FIG. 4. — Fonction d'appareil explorant le spectre optique et le spectre du bruit.

dans le spectre calculé (fig. 4). Dans ce cas, avec apodisation (2), le nombre de points utilisés pour

(1) Pour choisir le pas  $h$  convenant à chaque cas, il faut tenir compte de la largeur du spectre optique et de sa position par rapport à l'origine. Si  $\sigma_m = k\Delta\sigma_0$ , on a  $h = 1/2\Delta\sigma_0$ ; dans les autres cas  $h$  est légèrement inférieur [1].

(2) La fonction d'appareil est une fonction en  $\sin x/x$  qui présente des pieds qui peuvent être gênants. Pour l'apodiser il faut pondérer l'interférogramme par une fonction  $A(\delta)$ . Si c'est une fonction en triangle, pour obtenir la même résolution que sans apodisation, il faut employer un interférogramme 2 fois plus long et le nombre de points à relever est double.

faire la transformée de Fourier est  $n = 2M$ ,  $M$  étant le nombre d'éléments spectraux à étudier. Ce que nous nous proposons, c'est d'obtenir à partir de  $I'(\delta)$  un interférogramme  $I''(\delta)$  dont le spectre calculé par une intégrale de Fourier serait

$$B''p(\sigma) = B'p(\sigma) \cdot G(\sigma) \quad (\text{fig. 5}) \quad (1)$$

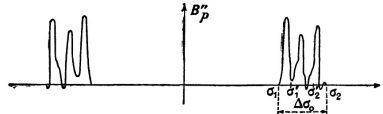


FIG. 5. — Transformée de Fourier de  $I''(\delta)$ .

$G(\sigma)$  étant une fonction créneau qui vaut 1 dans les domaines  $\Delta\sigma_s$  symétriques par rapport à l'origine et est nulle ailleurs (fig. 6). Le bruit qu'il

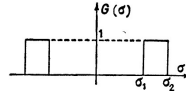


FIG. 6. — Filtre idéal.

contient est donc bien nul pour toutes les fréquences extérieures au domaine  $\sigma_1, \sigma_2$ . Si, momentanément, on ne s'intéresse qu'aux fréquences comprises entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ , le gain du filtre qu'on choisira aura la forme représentée par la figure 7a et le

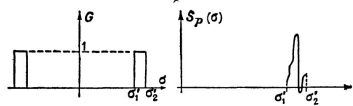


FIG. 7a

FIG. 7b.

spectre  $S_p(\sigma)$  sera nul en dehors des fréquences  $\sigma'_1, \sigma'_2$  (fig. 7b).

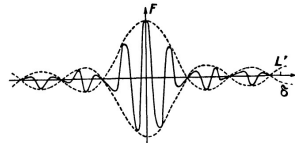


FIG. 8. — Réponse percussive du filtre idéal.

Soit  $F(\delta)$  la réponse percussive du filtre dont la courbe de gain est  $G(\sigma)$ . C'est par définition la transformée de Fourier de  $G(\sigma)$ .

$$F(\delta) = \Delta\sigma \frac{\sin \pi\Delta\sigma\delta}{\pi\Delta\sigma\delta} \cos 2\pi\sigma_m\delta \quad (2)$$

$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  étant la fréquence moyenne du spectre à étudier (fig. 8).

De l'équation (1) on déduit immédiatement la relation intéressante entre  $I''(\delta)$  et  $I'(\delta)$ .

$$I''(\delta) = I'(\delta) A(\delta) * F(\delta) \quad (3)$$

$A(\delta)$  étant la fonction d'apodisation utilisée pour calculer  $B'p(\sigma)$  à partir de  $I'(\delta)$  (éventuellement égale à l'unité si n'y a pas d'apodisation). Il suffit donc de faire la convolution de  $I'(\delta)$  avec la réponse percussionnelle d'un filtre passe-bande centré sur le domaine à étudier pour obtenir un interférogramme dans lequel le spectre du bruit est nul en dehors des fréquences intéressantes.

Pratiquement pour calculer  $I''(\delta)$  on utilise une réponse percussionnelle  $F'(\delta)$  limitée à  $\delta = L'$  soit

$$F'(\delta) = F(\delta) \cdot D(\delta) \quad (4)$$

$D(\delta)$  étant une fonction créneau valant 1 pour  $|\delta| < L'$  et 0 ailleurs.

Les courbes de gain  $G'$  des filtres pratiquement réalisés ont pour expression :

$$G'(\sigma) = G(\sigma) * d(\sigma) \text{ avec } d(\sigma) = T[D(\delta)] \text{ (fig. 8a et 8b).}$$

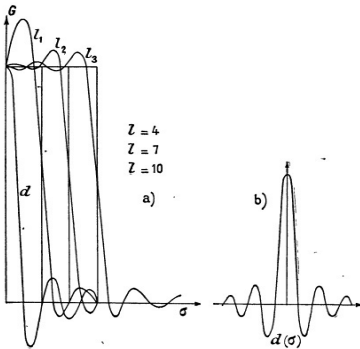


FIG. 8a. — Filtres non apodisés. FIG. 8b. —  $d(\sigma)$ .

Elles présentent donc des oscillations (phénomènes de Gibbs) et s'éloignent d'autant plus des courbes théoriques que le quotient  $l = \Delta\sigma_0 / 1/2L'$  est plus petit. Pour amortir ces oscillations, il faut pondérer la réponse percussionnelle  $F'(\delta)$  par une fonction convenable, par exemple

$$A'(\delta) = [1 - (\delta/L')^2]^2.$$

Alors :

$$G''(\sigma) = G(\sigma) * a(\sigma) \text{ avec } a(\sigma) = T[A'(\delta)] \text{ (fig. 9a et 9b).}$$

Pour les fréquences limites le filtre introduit une altération de l'amplitude. Si on appelle  $\Delta\sigma$  la zone utilisable du filtre pour laquelle l'altération est, par

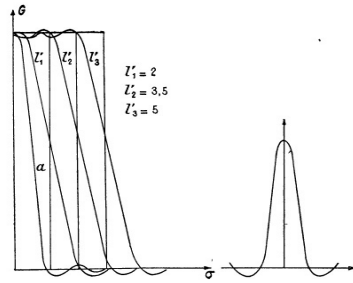


FIG. 9a. — Filtres apodisés. FIG. 9b. —  $a(\sigma)$ .

exemple, inférieure à  $1/100$  (fig. 10a), on peut définir un facteur de qualité du filtre par :

$$\varphi = \Delta\sigma / \Delta\sigma_0.$$

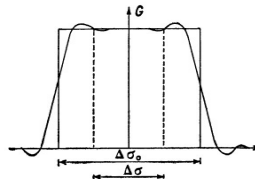


FIG. 10a.

Par exemple avec la fonction de pondération  $A'(\delta)$  envisagée :

$$\varphi = \frac{L'\Delta\sigma_0 - 2,2}{L'\Delta\sigma_0} \text{ (fig. 10b).}$$

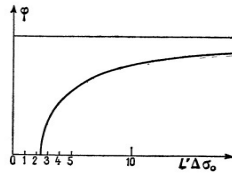


FIG. 10b.

II. Réalisation. — Pour réaliser avec un ordinateur la convolution :

$$I''(\delta) = I'(\delta) \cdot A(\delta) * F(\delta) \cdot A'(\delta) \quad (5)$$

on ne peut utiliser que des valeurs discrètes de l'interférogramme et de la réponse percussionnelle.

Nous allons montrer que lorsqu'on fait avec des valeurs discrètes équidistantes la convolution de 2 fonctions à spectre limité on obtient bien des valeurs discrètes du produit de composition ; mais si les fonctions ont un spectre illimité, on ne peut obtenir par cette méthode que des valeurs approchées du produit de composition, l'approximation étant d'autant meilleure que le pas  $h'$  est choisi plus petit.

1° CONVOLUTION DE 2 FONCTIONS A SPECTRE LIMITÉ. — Soient 2 fonctions  $E(\delta)$  et  $K(\delta)$  ayant des spectres limités  $e(\sigma)$  et  $k(\sigma)$  comme l'indiquent les figures 11a et 11b. Leur convolution s'écrit :

$$P(\delta) = E(\delta) \star K(\delta). \tag{6}$$

Comparons  $P(\delta)$  et la convolution :

$$P'(\delta) = h'[E(\delta) \cdot R_{h'}(\delta) \star K(\delta) \cdot R_{h'}(\delta)] \tag{7}$$

$R_{h'}(\delta)$  étant une distribution de Dirac à support périodique de pas  $h'$ . La transformée de Fourier de ce produit de composition s'écrit :

$$p'(\sigma) = \frac{1}{h'} [e(\sigma) \star R_{1/h'}(\sigma)] \cdot [k(\sigma) \star R_{1/h'}(\sigma)]$$

(fig. 11c, 11d, 11e).

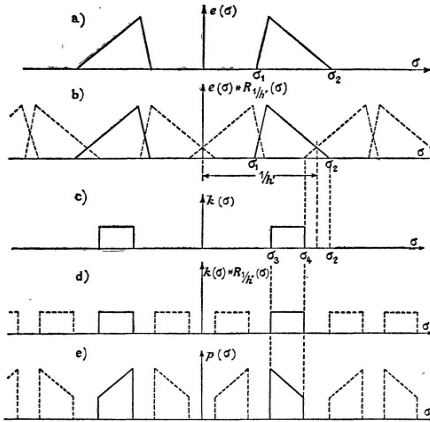


FIG. 11a, 11b, 11c, 11d, 11e.

C'est une fonction périodique de pas  $h'$ . Supposons que  $h'$  ait été choisi de telle sorte que les zones qui se recouvrent de la fonction

$$e(\sigma) \star R_{1/h'}(\sigma)$$

ne pénètrent pas dans le domaine occupé par  $k(\sigma) \star R_{1/h'}(\sigma)$ , ce qui correspond dans notre

cas à  $1/h' = (\sigma_2 - \sigma_1)/2$ . On voit immédiatement que dans ce cas :

$$p'(\sigma) = \frac{1}{h'} [e(\sigma) \star k(\sigma)] \cdot R_{1/h'}(\sigma).$$

On en déduit que sa transformée de Fourier a pour expression :

$$P'(\delta) = P(\delta) \cdot R_{h'}(\delta). \tag{8}$$

Les nombres calculés  $P'(\delta)$  sont donc bien une série de valeurs discrètes équidistantes du produit de composition cherché  $P(\delta)$ .

2° CONVOLUTION DE DEUX FONCTIONS A SPECTRE ILLIMITÉ. — Quand les deux fonctions ont des spectres illimités les relations entre  $P(\delta)$  et  $P'(\delta)$  sont beaucoup plus complexes. Nous examinerons en détail uniquement un cas particulier, celui de la convolution d'un interférogramme  $I'(\delta)$  enregistré à travers un simple filtre RC, de constante de temps  $\tau = RC$ , et de la fonction  $F'(\delta)$  définie précédemment, puisque c'est celui qui nous intéresse. La fonction calculée a alors la forme :

$$P'(\delta) = I'(\delta) \cdot R_{h'}(\delta). \tag{8 bis}$$

Elle ne prend que des valeurs discrètes et a évidemment un spectre périodique. L'interférogramme continu  $I''(\delta)$  qui aurait les valeurs précédemment calculées pour des points d'abscisse  $\delta = ph'$  a lui un spectre non périodique.

Sans nous préoccuper de l'expression exacte de  $I''(\delta)$  ainsi défini nous allons préciser le spectre du bruit contenu dans  $I''(\delta)$  et dans sa transformée de Fourier.

La courbe de gain correspondant à la réponse percussive  $F'(\delta) \cdot R_{h'}(\delta)$  est une fonction périodique de période  $1/h'$  (fig. 12). Le spectre du bruit

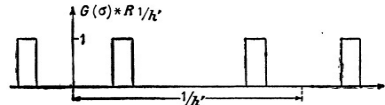


FIG. 12. — Filtre périodique.

contenu dans l'interférogramme continu  $I''(\delta)$  a alors pour expression :

$$\mathfrak{B}_p^2(\sigma) = \mathfrak{B}_p(\sigma) [ |G(\sigma)|^2 R_{1/h'}(\sigma) ] \tag{9}$$

et l'écart moyen quadratique des fluctuations dans  $I''(\delta)$  vaut :

$$\sigma_{\mathfrak{B}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{B}_p^2(\sigma) d\sigma.$$

Il est évidemment inférieur à l'écart moyen quadratique des fluctuations dans  $I(\delta)$  qui vaut

$$\sigma_{\mathfrak{B}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{B}_p(\sigma) d\sigma$$



et sera d'autant plus faible que  $I/h'$  sera plus grand donc que le pas  $h'$  utilisé pour faire la convolution sera plus petit. Étant donnée la méthode de calcul, le pas  $h$  utilisé pour faire la transformée de Fourier de  $I''(\delta)$  qui ne dépend plus que de la largeur  $\Delta\sigma$  du spectre optique à étudier et de sa position par rapport à l'origine est obligatoirement un multiple de  $h'$  :

$$h = \chi h'$$

La distance séparant deux pics de la fonction d'appareil est alors :

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{\chi} \frac{1}{h'}$$

C'est un sous-multiple de  $I/h'$ . Rappelons que la puissance moyenne des fluctuations dans le spectre obtenu par transformation de Fourier de l'interférogramme est égale à l'énergie découpée dans le spectre du bruit par le carré de la fonction d'appareil [1]. L'écart moyen quadratique des fluctuations dans le spectre calculé à partir de  $I''(\delta)$  avec un pas  $h$  est rigoureusement le même que celui qu'on aurait obtenu avec un pas  $h'$  puisque les pics supplémentaires de la fonction d'appareil tombent en des endroits où le spectre du bruit est nul (fig. 13).

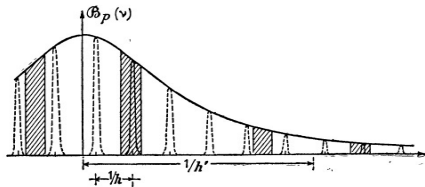


Fig. 13. — Fonction d'appareil de période  $1/h$ , explorant le spectre du bruit contenu dans  $I''(\delta)$ .

Le problème du calcul de l'écart moyen quadratique des fluctuations dans le spectre obtenu par transformée de Fourier numérique d'un interférogramme enregistré à travers un simple filtre RC a déjà été traité [1]. On montre que la variance dans le spectre calculé avec un pas  $h$  :  $\sigma_s^2$  est liée à la variance  $\sigma_s'^2$  qu'on aurait dans le spectre calculé par une intégrale de Fourier par la relation :

$$\sigma_s^2 = \sigma_s'^2 \Phi_v(h/\tau)$$

avec

$$\Phi_v(h/\tau) = \frac{h}{2\tau} \frac{\sin h/\tau}{\cos h/\tau - \cos 2\pi v_0 h}$$

$v_0$  étant la fréquence particulière envisagée.

Donc, dans notre cas, l'écart moyen quadratique des fluctuations dans le spectre final  $\sigma_s'^2$  sera lié à l'écart moyen quadratique minimum qu'on aurait eu en calculant directement par une intégrale la

transformée de Fourier de  $I''(\delta)$  par la relation :

$$\sigma_s'^2 = \sigma_s^2 \Phi_v(h'/\tau)$$

avec

$$\Phi_v(h'/\tau) = \frac{h'}{2\tau} \frac{\sin h'/\tau}{\cos h'/\tau - \cos 2\pi v_0 h'} \quad (\text{fig. 14}) \quad (10)$$

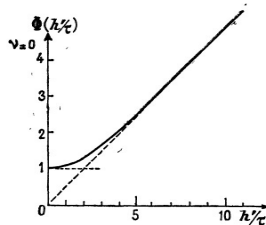


Fig. 14. — Fonction  $\Phi_v(h'/\tau)$ .

$h'$  étant cette fois le pas choisi pour faire la convolution (1).

Donc pour obtenir à partir de  $I''(\delta)$  le même rapport  $s/b$  dans le spectre que lorsqu'on fait directement la transformée de  $I''(\delta)$ , il faut relever autant de valeurs sur  $I''(\delta)$ . Mais le nombre de valeurs de  $I''(\delta)$  qu'on calculera et qu'on utilisera pour faire la transformée de Fourier sera notablement inférieur. Il sera déterminé uniquement par la largeur du spectre optique et sa position par rapport à l'origine.

On peut évaluer la perte  $S$  en rapport  $s/b$  qui résulte du fait que  $h'$  est fini en faisant le quotient du rapport  $s/b$  obtenu avec  $h'$  ayant une valeur déterminée à celui qu'on obtiendrait avec  $h'$  infiniment petit :

$$S = \sqrt{\frac{\Phi(0)}{\Phi_v(h'/\tau)}} \quad (\text{fig. 14 bis}).$$

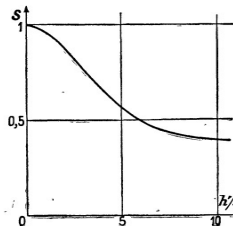


Fig. 14 bis. — Variation du rapport  $s/b$  dans le spectre final en fonction du pas  $h'$  avec lequel est faite la convolution.

On voit d'après la figure 14 bis qu'il y a intérêt,

(1) Les courbes  $\Phi_v(h'/\tau)$  sont pratiquement indépendantes de  $v_0$ .

comme dans le cas d'une transformée de Fourier directe, à choisir  $h'$  de l'ordre de  $\tau$ .

*Méthode de calcul.* — Le calcul comprend 5 parties distinctes :

1° Calcul des  $N'$  valeurs de la réponse percussive  $F'(\delta)$  du filtre avec  $N' = L'/h'$ .

2° Pondération de ces  $N'$  valeurs de  $F'(\delta)$  par  $A'(\delta)$ .

3° Pondération de l'interférogramme  $I'(\delta)$  par  $A(\delta)$ .

4° Calcul du produit de composition

$$I''(\delta) = I'(\delta) \cdot A(\delta) \star F'(\delta) \cdot A'(\delta).$$

5° Calcul de la transformée de Fourier en cosinus de  $I''(\delta)$ .

La durée des 3 premières opérations est négligeable devant celle des deux dernières (1). Le temps du calcul du produit de composition peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{T}_0 = kN'n \text{ secondes}$$

$N'$  étant le nombre de valeurs discrètes de  $F'(\delta)$  utilisées,  $n$  le nombre de points de  $I''(\delta)$  calculées et  $k$  un coefficient numérique qui dépend de la machine utilisée. Nous donnons sa valeur pour l'ordinateur 704 IBM utilisé dans un problème pour lequel le nombre de points d'entrée  $N$  (qui n'intervient pas directement dans le calcul de  $\mathcal{T}_0$ , mais seulement par l'intermédiaire de  $n$ ) est supérieur au nombre de mémoires rapides. Ceci oblige à faire entrer les valeurs  $N$  en plusieurs fois et augmente considérablement le temps de calcul. Dans ces conditions :  $k = 10^{-3}$ . Rappelons que le temps de calcul d'une transformée de Fourier classique à partir des  $N$  valeurs relevées sur l'interférogramme serait :

$$\mathcal{T}_F = 0,8 \cdot 10^{-3} NN_1 \text{ secondes}$$

$N_1$  étant le nombre de points de sortie ; on peut l'évaluer en fonction de  $n$ , nombre minimum de points utilisés pour faire la transformée de Fourier  $n$  est de l'ordre de  $2M$ ,  $M$  étant le nombre d'éléments spectraux. Si on calcule 3 points par élément spectral pour faciliter le tracé du spectre :

$$N_1 = 3M = (3/2)n.$$

Dans ce cas :

$$\mathcal{T}_F = 1,2 \cdot 10^{-3} Nn \text{ secondes}$$

ce qui conduit avec l'ordinateur 704 utilisé dans les conditions que nous avons précisées à :

$$\mathcal{T}_0 / \mathcal{T}_F = 0,8 N' / N.$$

(1) Les sinus et cosinus qui interviennent dans le calcul de  $F'(\delta)$  aussi bien que dans le calcul de la transformée de Fourier de  $I''(\delta)$  sont calculés par récurrence à l'aide des formules de Tchêbicheff :

$$\begin{aligned} \cos(p+1)x &= 2 \cos x \cos px - \cos(p-1)x \\ \sin(p+1)x &= 2 \cos x \sin px - \sin(p-1)x. \end{aligned}$$

Examinons dans un cas particulier le gain de temps qu'on peut réaliser en faisant un filtrage mathématique. Supposons que le spectre à étudier s'étende sur un domaine

$$\Delta\sigma = \sigma_M - \sigma_m = \sigma_M/5 \quad (\text{fig. 15})$$

et que l'interférogramme soit enregistré à travers un simple filtre passe-bas. Ce filtre introduit des déphasages pour les diverses fréquences contenues dans le signal. Ces déphasages se traduisent dans le spectre reconstitué par une dissymétrie de la fonction d'appareil [1]. Si on tolère une dissymétrie de 1/100 entre les hauteurs de deux premiers pics négatifs on peut choisir une constante de temps :

$$\tau = 1/2\pi\sigma_M.$$

Le spectre optique et le spectre du bruit ont alors la position indiquée dans la figure 15. Si on

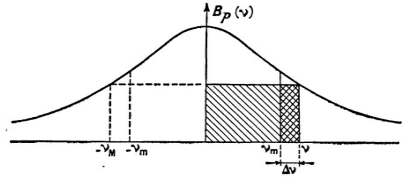


FIG. 15. —  $h' = 1/2v_M$   $h/\tau = \pi$   $S = 0,7$   $h = 5h'$ .

veut obtenir dans le spectre final un rapport  $s/b$  qui soit les 7/10 du rapport  $s/b$  maximum, il faut choisir  $h'$  tel que [1] :

$$h'/\tau = \pi$$

c'est à dire :

$$h' = 1/2\sigma_M.$$

Supposons de plus que nous voulions traiter ce problème à la résolution 6 000 ; des relations :

$$N = 1/h' \quad \text{et} \quad R = L\sigma_M.$$

On déduit que :

$$N = 12 000.$$

L'élément spectral vaut :

$$\delta\sigma = \sigma_M/6 000$$

et le spectre à étudier contient :

$$M = \Delta\sigma/\delta\sigma = 12 000 \text{ éléments spectraux.}$$

Si on calcule 3 points par élément spectral, le calcul de la transformée de Fourier directe durerait :

$$\mathcal{T}_F = 0,8 \cdot 10^{-3} \times 12 000 \times 3 600 = 9 \text{ heures } 36 \text{ minutes.}$$

Pour réaliser un filtrage numérique pratiquement parfait :  $\varphi = 0,98$ , il faut d'après la figure 10b choisir

$$\Delta\sigma L' = 60 \quad \text{soit} \quad L' = 300/\sigma_M \quad \text{et} \quad N' = L'/h' = 600.$$

Le temps de calcul du produit de composition correspondant est

$$\tau_c = 600 \times 2\,400 \times 16^{-3} \text{ s} = 24 \text{ minutes.}$$

La nouvelle transformée de Fourier demande alors :

$$\tau_F = 0,8 \cdot 10^{-3} \times 2\,400 \times 3\,600 \text{ s} = 1 \text{ h } 55 \text{ minutes.}$$

d'où une réduction du temps de calcul total par un facteur 4,15.

III. Vérifications expérimentales. — Elles portent sur deux points précis : calcul de l'écart moyen quadratique des fluctuations dans  $I''(\delta)$  et

comparaison de deux spectres obtenus à partir d'un même interférogramme, l'un par transformée de Fourier directe avec un pas  $h'$ , l'autre après filtrage numérique, le pas utilisé pour faire la convolution étant également  $h'$ .

1° ÉCART MOYEN QUADRATIQUE DES FLUCTUATIONS DANS  $I''(\delta)$ . — Soit un interférogramme  $I(t)$  constitué uniquement par du bruit (fig. 16a) <sup>(1)</sup>.

Constante de temps :  $\tau = 2\text{s}$ .

Spectre de puissance du bruit :

$$\mathfrak{B}_p(\nu) = \frac{\mathfrak{B}_p(0)}{1 + (2\pi\nu\tau)^2} \quad (\text{fig. } 16b).$$

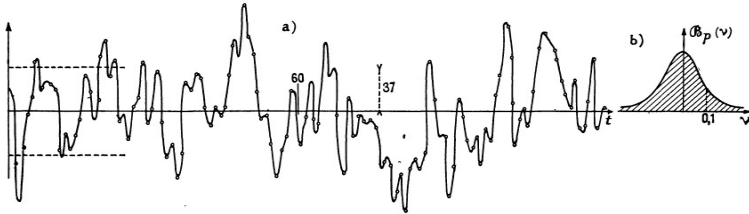


FIG. 16a. —  $I(t)$ ,  $h' = 1,2 \text{ s}$ .

FIG. 16b.

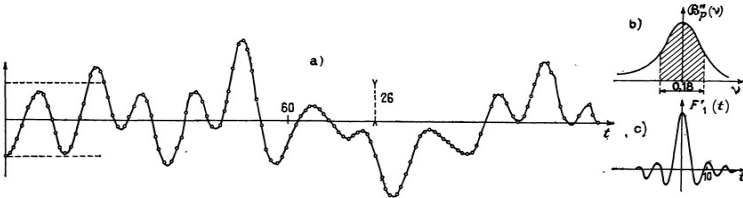


FIG. 17a. —  $I_1(t)$ , FIG. 17b. — Courbe de gain du filtre, FIG. 17c. — Réponse percussive du filtre.

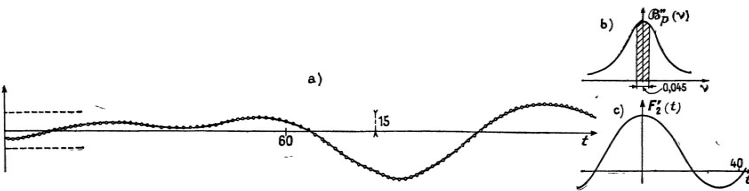


FIG. 18a. —  $I_2(t)$ , FIG. 18b, FIG. 18c.

Écart moyen quadratique des fluctuations :

$$\sigma_z^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{B}_p(\nu) \, d\nu = \mathfrak{B}_0/4.$$

Avec l'échelle arbitraire employée :  $\sigma_z = 37 \text{ u}$ .

<sup>(1)</sup> Les variables sont ici  $t$  et  $\nu$ , proportionnelles à  $\delta$  et  $\sigma$  puisqu'on a  $\delta = Vt$  et  $\nu = \sigma V$ ,  $V$  étant le double de la vitesse du miroir mobile de l'interféromètre à 2 ondes employé.

a) 1<sup>er</sup> filtrage. — Le filtre est centré sur l'origine ; largeur du filtre :  $\Delta\nu_0 = 0,09$  Hz (fig. 17b).

Sa réponse percussive est représentée par la figure 17c.

Si  $h'$  était nul, l'écart moyen quadratique des fluctuations dans  $I_1'(t)$  aurait pour valeur :

$$\sigma_z'^2 = \mathfrak{B}_p(0) \int_{-\frac{\Delta\nu_0}{2}}^{+\frac{\Delta\nu_0}{2}} \frac{d\nu}{1 + (4\pi\nu)^2} = \mathfrak{B}_p(0) |\text{Arc tg } 4\pi\nu|_{-\frac{\Delta\nu_0}{2}}^{+\frac{\Delta\nu_0}{2}}$$

Avec les unités choisies on trouverait :

$$\sigma_z'^2 = \sigma_z^2 1,68/\pi \quad \text{et} \quad \sigma_z' = 27 \text{ u.}$$

Le pas utilisé  $h'$  étant de 1,2 s, le bruit dans  $I_1'(t)$  est légèrement supérieur. D'après la courbe 14 bis pour  $h'/\tau = 0,6$ ,  $S = 0,98$  donc  $\sigma_z'$  devrait être :

$$\sigma_z' = 27 \times 1,02 = 27,54.$$

La valeur expérimentale est : 26 u (fig. 17a).

b) 2<sup>e</sup> filtrage. — Le filtre est centré sur l'origine ; largeur du filtre  $\Delta\nu_0 = 0,0225$  Hz (fig. 18b). Sa réponse percussive est représentée sur la figure 18c.

Écart moyen quadratique des fluctuations prévues avec  $h' = 1,2$  s.

$$\sigma_z' = 14,5 \text{ u.}$$

Valeur expérimentale : 15 u (fig. 18a).

Les 2 interférogrammes  $I_1'(t)$  et  $I_2'(t)$  paraissent lissés par rapport à  $I'(t)$ . Leurs rayons de corrélation sont de l'ordre de l'inverse du double des fréquences de coupure soit 6 s pour le premier et 24 s pour le second.

2° COMPARAISON D'UN SPECTRE OBTENU PAR TRANSFORMÉE DE FOURIER DIRECTE AVEC UN SPECTRE OBTENU APRÈS FILTRAGE MATHÉMATIQUE. — Soit un interférogramme synthétique  $J'(t)$  obtenu en ajoutant au bruit précédent  $I'(t)$  une constante. Le spectre correspondant se compose d'une raie à la fréquence 0 à laquelle se superpose un bruit  $X(\sigma)$ .

Dans le spectre  $B_p'(\nu)$  obtenu par transformée de Fourier directe avec le pas  $h' = 1,2$  s, l'écart moyen quadratique des fluctuations mesuré sur le spectre vaut  $\sigma_z' = 1\,280$  u (fig. 19a).

La transformée de Fourier de l'interférogramme  $I_2'(t)$  obtenu avec le filtre de largeur 0,0225 Hz donne le spectre 19b. Elle a été effectuée avec le pas  $h$  maximum soit  $h = 18 h'$ .

Le spectre  $B_p'(\nu)$  est évidemment périodique de période 0,045 Hz, donc il est différent dans son

ensemble de  $B_p'(\nu)$ , mais les parties comprises entre  $\nu = 0$  et  $\nu = 0,0225$  Hz sont rigoureusement identiques et l'écart moyen quadratique des fluctuations  $\sigma_z'$  vaut aussi 1 280 u.

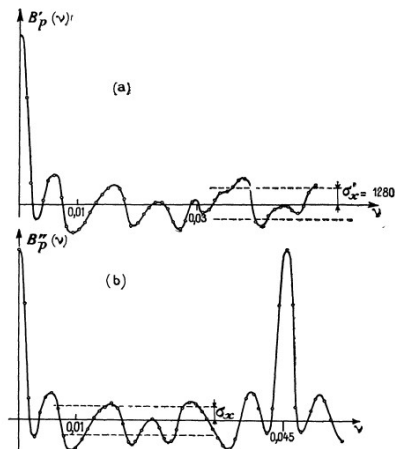


Fig. 19a. — Spectre obtenu par TF directe :  $h' = 1,2$  s.  
Fig. 19b. — Spectre obtenu après filtrage numérique :  
 $h' = 1,2$  s ;  $h = 18 h'$ .

IV. Conclusion. — Pour obtenir, avec un filtrage mathématique, un rapport  $s/b$  donné dans le spectre, le pas  $h'$  qui est à utiliser pour faire la convolution est exactement le même que celui qui serait utilisé pour faire la transformée de Fourier directe. On doit donc choisir  $h'$  de l'ordre de  $\tau$ , constante de temps qui a servi à enregistrer l'interférogramme. Donc on relève autant de points sur l'interférogramme. Mais la transformée de Fourier est faite à partir du nombre de points minimum pour qu'il n'y ait pas recouvrement des spectres optiques, la valeur du pas  $h$  ne dépendant pas que de la largeur du spectre optique et de sa position par rapport à l'origine, d'où une réduction considérable du temps de calcul (1).

Les auteurs remercient le Comité Européen de Calcul Scientifique pour ses attributions d'heures de calcul à l'ordinateur 704 IBM.

Manuscrit reçu le 14 janvier 1961.

(1) La méthode du filtrage numérique a permis d'étudier dans un temps raisonnable, par transformation de Fourier, la lumière de recombinaison intrinsèque dans le germanium.

#### BIBLIOGRAPHIE

[1] CONNES (J.), *Revue d'Optique*, à paraître, février 1961.

[2] MERTZ (L. W.), Symposium de Stockholm, 1959.

## ÉTUDE DU CIEL NOCTURNE DANS LE PROCHE INFRA-ROUGE

Par M<sup>me</sup> J. CONNES et H. P. GUSH (\*),  
Laboratoire Aimé-Cotton, C. N. R. S., Bellevue.

**Résumé.** — Le spectre du ciel nocturne a été étudié par la méthode de Transformée de Fourier, à une résolution de deux mille vers  $1,6 \mu$  et à une résolution de mille vers  $1,0 \mu$ . La structure rotationnelle des bandes de vibration-rotation du radical OH a été résolue, ce qui a permis une détermination de la température ; trois observations ont donné les températures :  $227 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $242 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $245 \text{ }^\circ\text{K}$ . Le rapport des intensités des branches *Q* et *P* d'une même bande est plus faible que celui prévu par la théorie.

**Abstract.** — The spectrum of the night sky has been studied by the Fourier Transform method at a resolution of two thousand in the region  $1.6 \mu$  and at a resolution one thousand near  $1.0 \mu$ . The rotational structure of the rotation-vibration bands of the OH radical has been resolved and the rotational temperature determined. Three different experiments yield the temperatures  $227 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $242 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $245 \text{ }^\circ\text{K}$ . It is observed that the intensity of the *Q* branch is lower with respect to the *P* branch than is predicted by a theoretical calculation.

Le spectre du ciel nocturne au delà de  $1,2 \mu$  est resté inconnu jusqu'à un temps relativement récent. En 1955 les observations de Gush et Vallance Jones [1] ont mis en évidence les bandes moléculaires du radical libre OH vers  $1,6 \mu$ . La résolution qu'ils ont pu atteindre avec leur instrument : spectromètre à réseau associé à un détecteur à sulfure de plomb, était cependant insuffisante pour séparer les raies de vibration-rotation. Il était souhaitable d'améliorer les résultats pour résoudre la structure rotationnelle et en déduire une bonne mesure de la température des couches de l'atmosphère où prennent naissance les radicaux OH. Seule une amélioration considérable de la résolution pouvait permettre de déceler la présence éventuelle de raies simples atomiques ou d'autres bandes moléculaires. En outre on pouvait espérer à partir d'une mesure de l'intensité relative des branches *P*, *Q* et *R* vérifier les probabilités de transition dans le radical OH calculées par Benedict, Plyler et Humphreys [2] ce qu'il est difficile de faire au laboratoire, étant données les difficultés de construction de sources convenables.

L'étude du ciel nocturne a donc été reprise en utilisant la méthode par transformation de Fourier qui est la plus puissante pour l'étude des sources faibles dans l'infrarouge [3], [4]. Des résultats partiels ont déjà été publiés [5].

**I. Méthode utilisée.** — L'interférogramme a été enregistré avec un interféromètre de Michelson à différence de marche variable. Suivant la région spectrale étudiée on a utilisé comme détecteur un photomultiplicateur Lallemand ou une cellule à sulfure de plomb associée à un condenseur de micro-

(\*) Boursier du National Research Council of Canada pendant les années 1957-1959.

scope permettant de choisir pour l'étendue disponible un détecteur de surface minimum. Le spectre de bruit de l'ensemble détecteur-amplificateur à détection synchrone était limité par un simple filtre passe-bas de constante de temps  $\tau$  choisie de telle sorte que le déphasage introduit entre les deux fréquences extrêmes du spectre étudié soit négligeable.

Les spectres ont été calculés à l'aide des ordinateurs I. B. M. 704 et 650. On a déjà montré la nécessité de pondérer l'interférogramme par une fonction  $A(\delta)$  choisie de telle sorte que la fonction d'appareil ait une forme convenable [7]. Nous avons utilisé :

$$A(\delta) = (1 - \delta^2/L^2)^2$$

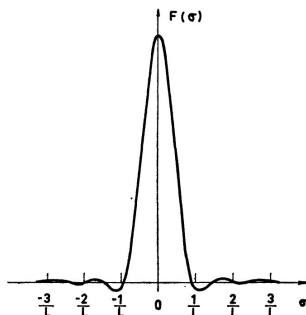


Fig. 1. — Fonction d'appareil.

ce qui conduit à la fonction d'appareil indiquée dans la figure 1.

Quand on fait la transformée de Fourier numérique à partir de valeurs discrètes relevées sur un

interférogramme enregistré à vitesse constante, le rapport  $s$  signal/bruit dans le spectre calculé est toujours inférieur à  $s_M$ , rapport signal/bruit qui serait obtenu si on utilisait tous les points de l'interférogramme [6]. La figure 2 montre la varia-

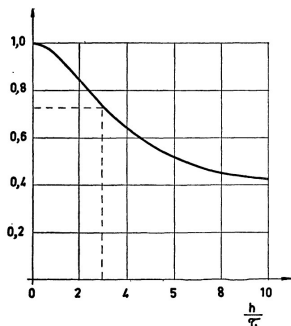


FIG. 2. — Variation de  $S = s/s_M$  en fonction de  $h/\tau$ .

tion du rapport  $S = s/s_M$  en fonction du quotient  $h/\tau$ ,  $h$  étant le pas (en unités de temps) de la fonction réseau qui relève les points sur l'interférogramme. Ici

$$\tau = s/4 \quad h/\tau = 3 \quad \text{et} \quad S = 0,73.$$

On a enregistré simultanément l'interférogramme et un signal de référence comme il a déjà été expliqué précédemment [5]. Ce signal était fourni par la raie rouge du cadmium illuminant l'interféromètre dans les mêmes conditions que la lumière à analyser. Il donne une échelle des différences de marche. Il a déjà été montré comment le fait d'employer une étendue finie pour enregistrer l'interférogramme, déplaçait le spectre calculé du côté des faibles longueurs d'onde [7]. Ces corrections peuvent être faites automatiquement en remplaçant dans le calcul de la transformée de Fourier le pas  $h$  mesuré sur l'interférogramme, par :

$$h_2 = h \left(1 - \frac{\Omega}{4\pi}\right) \left(1 + \frac{\Omega'}{4\pi}\right)$$

$\Omega$  et  $\Omega'$  étant les angles solides sous lesquels sont vus, depuis le centre de la lentille de sortie [6] les diaphragmes de sortie placés sur le faisceau à étudier et le faisceau de référence.

**II. Résultats.** — Deux spectres à la résolution 1 000 et 900 ont déjà été publiés [5]. (Nous les appellerons dans la suite de cette étude spectres II et III.) Nous présentons ici un spectre à la résolution 2 000 dans la région de  $6\,000\text{ cm}^{-1}$  (spectre IV) et un spectre à la résolution 1 000 dans la région de  $10\,000\text{ cm}^{-1}$ .

La figure 3 montre des portions d'un interfé-

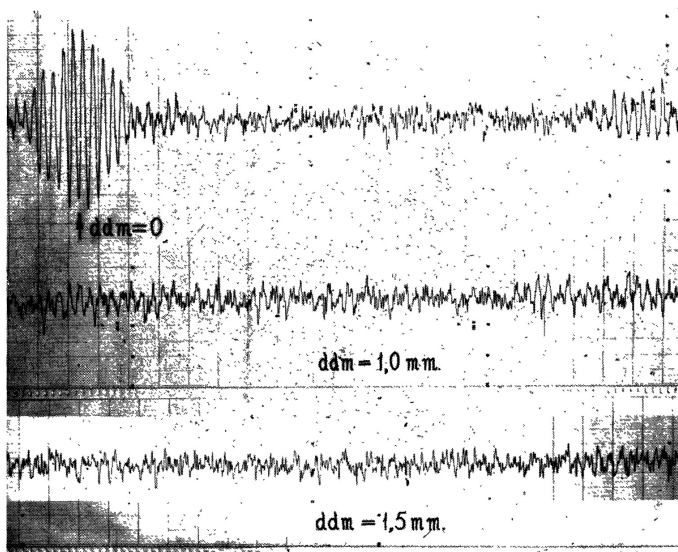


FIG. 3. — Interférogramme du ciel nocturne.



rogramme enregistré le 8 mars 1959 à 3 h 30 à l'Observatoire de Haute-Provence. L'instrument visait au N.-O. à 20° au-dessus de l'horizon. L'enregistrement a duré 2 h 30 mn. La différence de marche maximum atteinte est 3,84 mm, ce qui correspond à une résolution théorique  $R_0 = 2\ 500$ .

Le diaphragme de sortie a été choisi pour que l'instrument travaille dans des conditions où le produit Luminosité  $\times$  Résolution est maximum ; son rayon angulaire satisfait à la relation  $\alpha = \sqrt{2/R_0}$  et la résolution effective qu'on pouvait attendre vaut [6] :

$$R = 0,82 R_0 \# 2\ 000.$$

Le spectre calculé à partir de cet interférogramme (spectre IV) est donné par la figure 4 (4). Toutes les raies observées peuvent être attribuées au radical OH. On voit les bandes de rotation-vibration (3,1), (4,2), (5,3), (6,4). Les bandes (2,0), (7,5), (8,6) disparaissent à peu près complètement à cause des absorptions atmosphériques. La bande (9,7) est elle-même très faible (bien que l'absorption à 2,2  $\mu$  soit négligeable) comme l'avaient déjà constaté Noxon, Harrison et Vallance-Jones [8] et on n'a pu identifier que les raies les plus intenses  $Q_1(1)$  et  $P_1(3)$ . La résolution effective sur le spectre calculé est bien 2 000.

Le tableau I donne les fréquences de toutes les raies observées dans la séquence  $\Delta v = 2$  et leurs intensités relatives (non corrigées par le facteur de transmission de l'appareil). Il n'existe pas à notre connaissance dans la littérature de table des valeurs théoriques ; on les a donc calculées à partir des niveaux d'énergie mesurés par Dieke et Cross-White [9] et Hornbeck et Herman [10]. Les longueurs d'onde dans l'air ont été calculées avec la formule de dispersion d'Edlen [11].

La figure 5 montre deux spectres obtenus dans la région de 10 000  $\text{cm}^{-1}$  à partir d'un même interférogramme enregistré à l'aide d'un photomultiplicateur Lallemand, mis à notre disposition par M. M. Dufay. Pour le premier, la résolution vaut 350,  $L = 0,43$  mm ; et pour le second, la résolution vaut 1 000,  $L = 1,22$  mm. Le spectre est limité du côté des basses fréquences par la sensibilité du détecteur et du côté des hautes fréquences par un filtre interférentiel. En effet, lorsque dans la méthode par transformation de Fourier un photomultiplicateur est employé comme détecteur, il est essentiel de limiter par un filtre optique la région

(4) Le calcul effectué à partir des 42 000 points relevés sur l'interférogramme a duré 120 h sur I. B. M. 650. S'il avait été effectué sur 704, on aurait pu utiliser un procédé de filtrage numérique, qui nécessite un ordinateur ayant un grand nombre de mémoires rapides [6]. On aurait obtenu le même rapport  $s/b$  dans le spectre calculé à partir de 1 400 valeurs seulement, déduites des 12 000 précédentes par la convolution de l'interférogramme avec la réponse percussive d'un filtre idéal isolant la région spectrale intéressante. Ce filtrage aurait divisé le temps de calcul sur 704 par 6 ou 7.

spectrale à étudier pour réduire le bruit de photons au minimum. L'enregistrement a duré 2 heures pour le spectre à la résolution 1 000. Pour obtenir un spectre semblable avec un spectrographe à réseau, il avait fallu un temps de pose de 48 heures [12]. On a calculé la transformée de Fourier à partir de 6 000 points relevés sur l'interférogramme.

Toutes les raies peuvent être attribuées au radical OH, comme l'avait déjà constaté Vallance-Jones [12]. On reconnaît les bandes (3,0), (4,1), (9,5). A partir de spectres observés à une résolution d'environ 400 [13] il semblait que la branche  $R$  de la bande (9,5) avait une intensité anormale. En passant de  $R = 350$  à  $R = 1\ 000$ , ce qui est suffisant pour résoudre partiellement la structure de la blanche, les intensités reprennent un aspect normal. Un calcul des fréquences théoriques révèle un enchevêtrement considérable de la branche  $P$  de la bande (3,0) et de la branche  $R$  de la bande (9,5). Une résolution de l'ordre de 5 000 serait nécessaire pour résoudre complètement la structure.

La branche  $Q$  de la bande (3,0) est très faible comme l'avait déjà constaté Vallance-Jones [12].

**III. Discussion.** — La mesure des intensités relatives des raies d'une bande de vibration-rotation permet la détermination de la température du gaz contenant les radicaux OH, si l'on fait l'hypothèse suivante utilisée par Meinel [14] et tous ceux qui ont étudié les bandes OH depuis leur découverte [15] : si un radical OH se trouve dans un état vibrationnel excité, il subit suffisamment de collisions avant de rayonner pour que la population des niveaux rotationnels ait atteint un équilibre thermique. Si le rapport  $s/b$  dans le spectre calculé était très élevé les intensités des raies seraient connues avec une grande précision et on calculerait la température par une méthode classique. Il suffirait de mesurer les intensités de deux raies appartenant à une même branche et d'en déduire deux valeurs de la fonction

$$\text{Log } I_K/S_K \nu_K^2 = C - (E_K/KT)$$

$I_K$  est l'intensité de la raie,  $\nu_K$  sa fréquence,  $S_K$  le produit de la probabilité de transition par le facteur de dégénérescence,  $C$  une constante et  $E_K$  l'énergie de l'état initial. La pente de la droite représentant cette fonction permettrait le calcul de la température cherchée. Pour avoir le meilleur résultat possible à partir d'un spectre réel présentant des fluctuations, il faut faire l'analyse pour le plus grand nombre possible de raies appartenant à toutes les branches observées dans une même bande.

Ici la détermination de la température a été faite par une autre méthode. On a calculé une série de spectres synthétiques pour des températures différentes variant entre 200° et 280 °K. La température



la plus probable a été déterminée par une méthode de moindres carrés. On a évalué la somme  $V$  des produits du carré des écarts entre les intensités  $I_K$  du spectre observé et celles  $ki_K$  du spectre synthé-

tique, par le poids statistique  $a_K$  affecté à chaque raie, proportionnel à son intensité ( $k$  a été choisi de telle sorte que la somme

$$V = \sum a_K (I_K - ki_K)^2$$

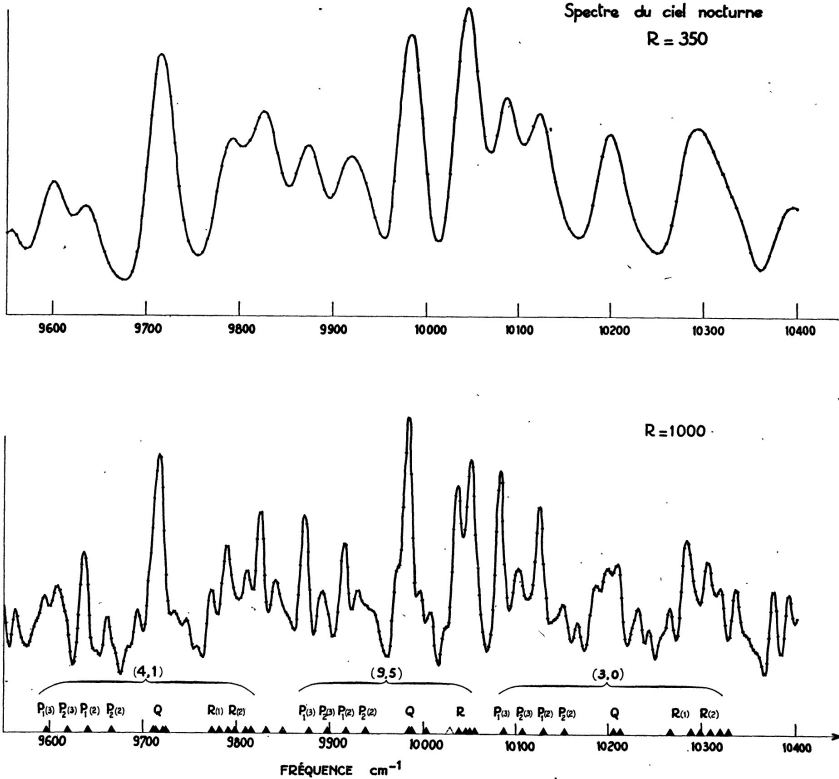


FIG. 5. — Spectre du ciel nocturne dans la région de 1,0  $\mu$ .

soit minimum). La courbe représentant  $V$  en fonction de  $T$  passe par un minimum pour la température cherchée. L'étude a été faite en plusieurs étapes.

1° Un premier essai a porté sur l'ensemble des raies appartenant aux branches  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  d'une même bande. La courbe  $V$  ne présentait pas de minimum net.

2° Le même calcul a été repris à partir des branches  $P$  uniquement. La figure 6 donne les variations de  $V$  en fonction de  $T$  pour les bandes (3,1), (4,2), (5,3) observées dans le spectre IV.

La somme  $V'$  des trois fonctions  $V$  correspondantes présente un minimum net à 227°.

La même étude à partir des bandes (3,1), (4,2), (5,3) observées du spectre II à la résolution 1 000 (suffisante pour que la structure des branches  $P$  soit complètement résolue) conduit à  $T = 242^\circ$  (fig. 7).

De l'étude de la branche  $P$  de la bande (4,2) observée dans le spectre III on déduit  $T = 245^\circ$ . L'analyse classique des 4 raies les plus intenses  $P_1(2)$ ,  $P_1(3)$ ,  $P_1(4)$ ,  $P_1(5)$  de cette même branche avait donné une température de 270°. L'écart entre

TABLEAU I

IDENTIFICATION	FRÉQUENCE OBS.	INTENSITÉ	FRÉQUENCE CALC.	$\lambda_{\text{air}}$
$P_{1d}(4)$ (6,4)			5 519.01	18 114.25
$P_{1c}(4)$ »	5 519.2	2.1	5 519.35	18 113.13
$P_{1d}(3)$ »			5 557.47	17 988.89
$P_{1c}(3)$ »	5 557.5	7.7	5 557.56	17 988.60
$P_{1d}(2)$ »			5 592.50	17 876.21
$P_{1c}(2)$ »	5 592.5	9.1	5 592.64	17 875.76
$P_{2c}(2)$ »			5 614.11	17 807.40
$P_{2d}(2)$ »	5 616.0	2.0	5 614.36	17 806.61
$Q_{1c}(2)$ »			5 658.42	17 667.95
$Q_{1d}(2)$ »	5 658.5	5.7	5 659.07	17 665.92
$Q_{1c}(1)$ »			5 664.31	17 649.58
$Q_{1d}(1)$ »			5 664.62	17 648.62
$Q_{2d}(1)$ »	5 665.0	12.8	5 665.44	17 646.06
$Q_{2c}(1)$ »			5 665.68	17 645.31
$R_{2c}(1)$ »			5 712.11	17 501.89
$R_{2d}(1)$ »	5 712.7	2.9	5 712.17	17 501.70
$R_{1c}(1)$ »			5 730.54	17 445.60
$R_{1d}(1)$ »	5 730.7	3.5	5 730.74	17 444.99
$R_{2c}(2)$ »			5 738.15	17 422.46
$R_{2d}(2)$ »	5 738.5	2.8	5 738.36	17 421.82
$R_{1c}(2)$ »			5 751.28	17 382.69
$P_{1d}(6)$ (5,3)			5 751.34	17 382.51
$R_{1d}(2)$ (6,4)	5 752.3	5.5	5 751.56	17 381.84
$P_{1c}(6)$ (5,3)			5 752.83	17 378.00
$P_{1d}(5)$ (5,3)			5 797.07	17 245.38
$P_{1c}(5)$ »	5 797.5	5.6	5 797.17	17 245.09
$P_{2d}(5)$ »			5 810.11	17 206.68
$P_{2c}(5)$ »	5 810.5	2.9	5 810.34	17 206.00
$P_{1d}(4)$ »			5 839.74	17 119.38
$P_{1c}(4)$ »	5 840.0	8.8	5 839.84	17 119.08
$P_{2d}(4)$ »			5 855.17	17 074.26
$P_{2c}(4)$ »	5 854.7	4.7	5 855.22	17 074.12
$P_{1d}(3)$ »			5 879.26	17 004.30
$P_{1c}(3)$ »	5 879.5	12.7	5 879.33	17 004.10
$P_{2d}(3)$ »			5 897.84	16 950.73
$P_{2c}(3)$ »	5 897.5	4.8	5 898.83	16 947.89

TABLEAU I (suite)

IDENTIFICATION	FRÉQUENCE OBS.	INTENSITÉ	FRÉQUENCE CALC.	$\lambda_{\text{air}}$
$P_{1d}(2)$ »			5 915.67	16 899.64
$P_{1c}(2)$ »	5 916.0	10.1	5 916.58	16 897.04
$P_{2d}(2)$ »			5 937.95	16 836.23
$P_{2c}(2)$ »	5 938.2	2.4	5 940.15	16 830.00
$Q_{1c}(2)$ »			5 984.52	16 705.21
$Q_{1d}(2)$ »	5 985.4	6.7	5 985.89	16 701.39
$Q_{1c}(1)$ »			5 990.12	16 689.60
$Q_{1d}(1)$ »			5 990.76	16 687.81
$Q_{2d}(1)$ »	5 991.1	15.4	5 992.25	16 683.66
$Q_{2c}(1)$ »			5 992.75	16 682.27
$R_{1d}(1)$ »			6 059.43	16 498.70
$R_{1c}(1)$ »	6 060.1	5.6	6 059.61	16 498.21
$R_{2d}(2)$ (5,3)			6 068.04	16 475.29
$P_{1c}(6)$ (4,2)			6 068.94	16 472.84
$P_{1d}(6)$ (4,2)	6 068.8	5.0	6 069.18	16 472.19
$R_{2c}(2)$ (5,3)			6 070.22	16 469.37
$R_{1d}(2)$ »			6 081.88	16 437.79
$R_{1c}(2)$ »	6 081.5	7.4	6 082.52	16 426.06
$R_{1c}(3)$ »			6 101.19	16 385.77
$R_{1d}(3)$ »	6 102.4	2.9	6 101.60	16 384.67
$P_{1d}(5)$ (4,2)			6 115.55	16 347.29
$P_{1c}(5)$ »	6 115.5	5.2	6 115.74	16 346.79
$P_{2d}(5)$ »			6 128.43	16 312.94
$P_{2c}(5)$ »	6 128.5	2.8	6 128.52	16 312.70
$P_{1d}(4)$ »			6 159.15	16 231.57
$P_{1c}(4)$ »	6 159.5	10.2	6 159.40	16 230.91
$P_{2d}(4)$ »			6 174.87	16 190.25
$P_{2c}(4)$ »	6 175.0	3.1	6 174.94	16 190.07
$P_{1d}(3)$ »			6 200.04	16 124.52
$P_{1c}(3)$ »	6 200.3	12.7	6 200.19	16 124.43
$P_{2d}(3)$ »			6 218.88	16 075.67
$P_{2c}(3)$ »	6 219.5	6.5	6 218.95	16 075.49
$P_{1d}(2)$ »			6 237.96	16 026.50
$P_{1c}(2)$ »	6 238.5	13.2	6 238.07	16 026.22
$P_{2d}(2)$ »			6 260.38	15 969.11
$P_{2c}(2)$ »	6 260.5	4.0	6 260.71	15 968.27

TABLEAU I (suite)

IDENTIFICATION	FRÉQUENCE OBS.	INTENSITÉ	FRÉQUENCE CALC.	$\lambda_{\text{air}}$
$Q_{1c}(3)$ »	6 302.0	2.2	6 300.90	15 866.41
$Q_{1d}(3)$ »			6 301.79	15 864.17
$Q_{1c}(2)$ (4,2)	6 310.5	6.0	6 309.63	15 844.46
$Q_{1d}(2)$ »			6 310.19	15 843.06
$Q_{1c}(1)$ »	6 316.0	15.4	6 315.74	15 829.13
$Q_{1d}(1)$ »			6 316.10	15 828.23
$Q_{2d}(1)$ »			6 318.20	15 822.97
$Q_{2c}(1)$ »			6 318.52	15 822.17
$R_{2d}(1)$ »	6 368.5	1.8	6 369.60	15 695.29
$R_{2c}(1)$ »			6 369.77	15 694.87
$P_{1d}(6)$ (3,1)	6 387.5	7.3	6 386.44	15 653.90
$P_{1c}(6)$ (3,1)			6 387.22	15 651.99
$R_{1c}(1)$ (4,2)			6 387.77	15 650.64
$R_{1d}(1)$ »	6 397.5	4.0	6 387.86	15 650.42
$R_{2d}(2)$ »			6 396.99	15 628.08
$R_{2c}(2)$ »			6 397.31	15 627.59
$R_{1c}(2)$ »	6 411.6	4.8	6 411.05	15 593.81
$R_{1d}(2)$ »			6 411.23	15 593.37
$R_{2c}(3)$ »			6 422.42	15 566.20
$R_{2d}(3)$ »	6 423.0	2.6	6 422.51	15 565.98
$R_{1c}(3)$ »			6 432.12	15 542.73
$R_{1d}(3)$ »			6 432.59	15 541.59
$P_{1d}(5)$ (3,1)			6 434.44	15 537.12
$P_{1c}(5)$ »			6 435.04	15 535.68
$P_{1d}(4)$ »	6 479.7	8.2	6 479.68	15 428.65
$P_{1c}(4)$ »			6 480.04	15 427.79
$P_{2c}(4)$ »			6 494.46	15 393.53
$P_{2d}(4)$ »	6 495.5	4.0	6 495.31	15 391.52
$P_{1c}(3)$ (3,1)			6 521.28	15 330.22
$P_{1d}(3)$ »	6 522.3	10.7	6 522.00	15 328.53
$P_{2c}(3)$ »			6 538.82	15 289.10
$P_{2d}(3)$ »	6 541.5	3.1	6 541.10	15 283.77
$P_{1c}(2)$ »			6 561.21	15 236.93
$P_{1d}(2)$ »	6 561.5	10.8	6 561.49	15 236.28
$P_{2d}(2)$ »			6 583.65	15 184.99
$P_{2c}(2)$ »	6 584.5	3.1	6 583.75	15 184.76
$Q_{1c}(2)$ »			6 635.03	15 067.40
$Q_{1d}(2)$ »	6 635.0	6.1	6 636.30	15 064.52
$Q_{1c}(1)$ »			6 641.82	15 052.00
$Q_{2d}(1)$ »			6 642.26	15 051.00
$Q_{1d}(1)$ »			6 642.46	15 050.55
$Q_{2c}(1)$ »			6 642.87	15 049.62

ces deux températures s'explique par le fait que dans l'analyse classique on n'avait pas tenu compte des raies  $P_2(K)$ .

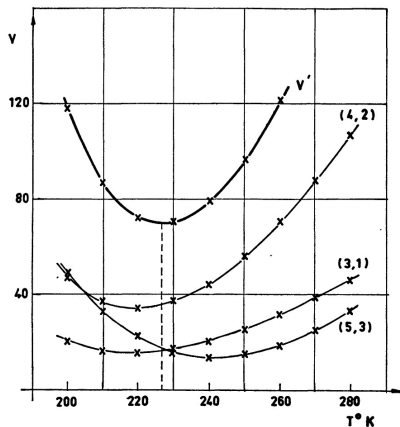


FIG. 6. — Étude des branches P du spectre IV.

3° Pour les 3 spectres IV, II, III on a calculé les intensités théoriques des branches Q dans les 3 bandes étudiées en faisant l'hypothèse que les températures étaient respectivement 227°, 242° et 245°. Dans les 3 cas les intensités observées sont

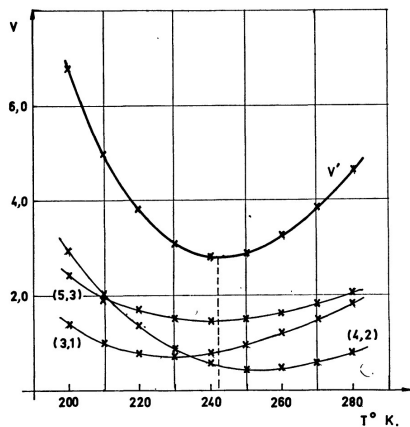


FIG. 7. — Étude des branches P du spectre II.

plus faibles que les intensités théoriques. L'écart est 2 ou 3 fois plus grand que les fluctuations les plus importantes contenues dans le spectre calculé. La température en accord avec l'intensité des raies des branches Q dans le spectre IV est 270°. La figure 9 donne la comparaison entre le spectre IV observé et le spectre synthétique calculé pour une température  $T = 227^\circ$ .

Il semble donc qu'à partir d'une température donnée on ne puisse pas obtenir un accord entre les intensités calculées et les intensités observées dans les branches P, Q et R simultanément.

Une explication possible est que les probabilités de transition calculées par Benedict, Plyler et Humphreys [2], utilisées dans le travail ci-dessus soient fausses. Les auteurs avaient d'ailleurs prévu cette possibilité parce qu'ils ont négligé l'interaction vibration-rotation. Cet effet a été calculé récemment pour certaines molécules légères par

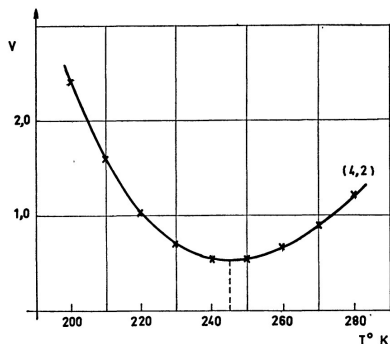


FIG. 8. — Étude des branches P du spectre III.

Herman, Rothery et Rubin [16] et il paraît souhaitable que ces calculs soient étendus au radical OH.

Les auteurs remercient M. M. Dufay, le C.N.R.S. qui leur a accordé deux séjours à l'Observatoire de Haute-Provence, M. J. Dufay et Fehrenbach, Directeurs de cet Observatoire et le Comité Européen de Calcul Scientifique pour ses attributions d'heures de calcul à l'ordinateur 704 I. B. M. Ils adressent leur reconnaissance à M. W. H. Watson, Directeur du Centre de Calcul de l'Université de Toronto, à MM. Richardson et Sears. Ils expriment leur gratitude à M. Jacquinot pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] GUSH (H.) et VALLANCE-JONES (A.), A. T. M., *J. Terr. Phys.*, 1955, **7**, 285.
- [2] BENEDICT (W. S.), PLYLER (E. K.) et HUMPHREYS (C. J.), *J. Chem. Phys.*, 1953, **21**, 398.
- [3] FELLGETT (P.), *Thèse*, Cambridge, 1951.
- [4] JACQUINOT (P.), Conférence du G. A. M. S., 1953.
- [5] CONNES (J.) et GUSH (H.), *J. Physique Rad.*, 1959, **20**, 915.
- [6] CONNES (J.), *Rev. Optique*, à paraître.
- [7] CONNES (J.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 13.
- [8] NOXON (J. F.), HARRISON (A. W.) et VALLANCE-JONES (A.), *J. Atm. Terr. Phys.*, 1959, **16**, 246.
- [9] DIEKE (G. H.), CROSSWHITE (H. M.) et BUMBLEBEE, Series Report, 1948, **87**.
- [10] HERMAN (R. C.) et HORNBECK (G. A.), *Astrophys. J.*, 1953, **118**, 214.
- [11] EDLEN (B.), *J. Optique Soc. Amer.*, 1953, **43**, 339.
- [12] VALLANCE-JONES (A.), *Nature*, 1955, **175**, 950.
- [13] DUFAY (M.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 2281.
- [14] MEINEL (A. B.), *Astrophys. J.*, 1950, **111**, 555.
- [15] CHAMBERLAIN (J. W.) et MEINEL (A. B.), *The Earth as a planet*, 1954, p. 564. Édit. Kuiper, University of Chicago Press.
- [16] HERMAN (R.), ROTHERY (R. W.) et RUBIN (R. J.), *J. Molecular Spectrosc.*, 1958, **2**, 369.
- 
-

## LETTRES A LA RÉDACTION

SPECTROSCOPIE DU CIEL NOCTURNE  
DANS L'INFRAROUGE  
PAR TRANSFORMATION DE FOURIER

Par Mme J. CONNES et H. P. GUSH (\*),  
Laboratoire Aimé-Cotton, C. N. R. S., Bellevue.

Les premiers spectres du ciel nocturne dans la région de 1,6 micron ont été obtenus par Gush et Vallance Jones avec un spectromètre à réseau [1]. La résolution était de l'ordre de 150 et permettait de mettre en évidence les bandes du radical libre OH, mais était insuffisante pour résoudre la structure rotationnelle. L'étude de ces spectres avait permis néanmoins de calculer une température rotationnelle relativement basse de l'ordre de 240 °K.

Ce travail a été repris avec une méthode particulièrement bien adaptée à l'étude, à des résolutions moyennes, des sources faibles dans le proche infrarouge.

**Description sommaire de la méthode.** — Le flux recueilli sur l'axe d'un interféromètre à deux ondes dans lequel la différence de marche varie linéairement en fonction du temps est la transformée de Fourier du spectre de la lumière incidente. Inversement la transformée de Fourier du signal enregistré pendant que la différence de marche varie (l'interférogramme) donne le spectre cherché [2]. Pour obtenir un spectre par cette méthode il faut donc réaliser deux opérations successives :

(\* Boursier du National Research Council of Canada pour les années 1957-1959.

- 1) enregistrer l'interférogramme ;
- 2) en faire la transformée de Fourier.

Pour cette dernière partie du travail, on a utilisé jusqu'à présent, des calculateurs digitaux auxquels on fournit des données équidistantes relevées sur l'interférogramme.

Dans ces conditions on remplace le calcul de l'intégrale par celui d'une somme. Une étude complète du meilleur traitement à faire subir à l'interférogramme va être publiée prochainement.

Cette méthode de spectroscopie permet d'atteindre dans l'infrarouge où les détecteurs photo-résistants sont exigés, un spectre avec un rapport signal/bruit supérieur à celui donné par un instrument classique de même résolution, ayant la même étendue, et pour le même temps de mesure. Ce gain est dû au fait que lors de l'enregistrement de l'interférogramme, tous les éléments du spectre impressionnent le détecteur pendant la durée totale de la mesure, alors que dans un instrument classique un élément spectral n'est reçu que pendant une petite fraction du temps d'exploration du spectre. Si  $M$  est le nombre d'éléments spectraux contenus dans le spectre, le gain de rapidité attendu pour un rapport signal/bruit donné est de l'ordre de  $M$  [3], [4].

La méthode a déjà permis à divers auteurs de traiter des problèmes à très basse résolution dans l'infrarouge [5], [6], [7], [8], [9].

Nous l'avons améliorée en enregistrant simultanément l'interférogramme et la sinusoïde fournie par une raie de référence illuminant l'interféromètre de Michelson dans les mêmes conditions que le spectre à étudier (fig. 1). Nous disposons ainsi d'une échelle des différences de marche qui permet d'éliminer les effets des défauts d'entraînement du miroir mobile.

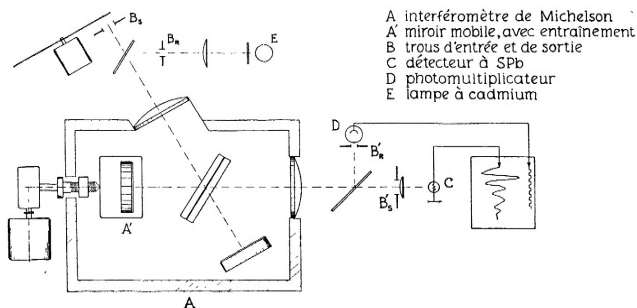


FIG. 1. — Schéma de principe de l'appareil utilisé.





Les transformées de Fourier ont été calculées par l'ordinateur 704 IBM.

**Résultats.** — La figure 2 montre le spectre du ciel nocturne vers 1,6 micron, calculé à partir d'un interférogramme enregistré le 7 mars 1959 à l'Observatoire de Haute-Provence. L'instrument visait au N.-O. à 20° au-dessus de l'horizon. L'enregistrement a commencé lorsque le soleil se trouvait à 6° au-dessous de l'horizon et a duré 40 minutes. La résolution calculée qui est de 900 est en accord avec celle effectivement obtenue.

L'analyse des fréquences et des intensités des raies montre qu'elles peuvent presque toutes être attribuées au radical libre OH. On observe les bandes de rotation-vibration (3,1), (4,2), (5,3) et (6,4) appartenant à la séquence  $\Delta v = 2$ . Les autres bandes de cette séquence sont très atténuées par les absorptions atmosphériques. La structure rotationnelle des branches P et R est bien résolue, ce qui permet une détermination de la température de rotation. La valeur trouvée 270 °K est en accord raisonnable avec d'autres mesures faites à partir des bandes vers 8 000 Å [10], [11], [12], [13].

La même figure montre vers 6 330  $\text{cm}^{-1}$  la bande (0,1)  ${}^2\Delta_g - {}^2\Sigma_g$  de  $\text{O}_2$  qui a été découverte dans le spectre du crépuscule du soir par Vallance Jones et Harrison [14]. Son intensité relative est faible : l'interféromètre ne visait pas dans la meilleure direction pour l'observation de cette bande ; de plus la durée de l'enregistrement était trop longue par rapport à la durée de vie de l'émission. Cette bande n'est pas visible dans les spectres calculés à partir des interférogrammes enregistrés plus tard dans la nuit (fig. 3).

Les calculs de spectres à plus haute résolution dans les régions de 1,6 micron, 1,0 à 1,3 micron et 2,0 microns sont en préparation. Une étude complète sera publiée ultérieurement.

Nous adressons nos remerciements au C. N. R. S. qui nous a accordé deux séjours en novembre 1958 et février 1959 à l'Observatoire de Haute-Provence, aux directeurs et au personnel de l'Observatoire, et au Comité Européen de Calcul Scientifique pour ses attributions d'heures de calcul à la machine IBM 704. Nous exprimons notre gratitude à M. Jacquinot pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

Lettre reçue le 14 septembre 1959.

#### RÉFÉRENCES

- [1] GUSH (H.) et VALLANCE JONES (A.), *J. Atm. Terr. Phys.*, 1955, **7**, 285.
- [2] CONNES (J.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 43.
- [3] JACQUINOT (P.), Conférence du G. A. M. S., 1953.
- [4] FELLGETT (P.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 3.
- [5] GEBBIE (H.) et VANASSE (G.), *Nature*, 1956, **178**, 432.
- [6] GEBBIE (H.), *Phys. Rev.*, 1957, **107**, 1194.
- [7] FELLGETT (P.), *J. Physique Rad.*, 1958, **19**, 237.
- [8] VANASSE (G.), STRONG (J.) et LOEVENSTEIN (E.), *J. Opt. Soc. Amer.*, 1959, **49**, 309.
- [9] VANASSE (G.) et LOEVENSTEIN (E.), *J. Opt. Soc. Amer.*, 1959, **49**, 512.
- [10] MEINEL (A. B.), *Astrophys. J.*, 1950, **112**, 120.
- [11] DUFAY (J. et M.), *C. R. Acad. Sc.*, 1951, **232**, 426.
- [12] CHAMBERLAIN (J. W.) et OLIVER (N. J.), *Phys. Rev.*, 1953, **90**, 1118.
- [13] DUFAY (M.), *C. R. Acad. Sc.*, 1958, **246**, 2281.
- [14] VALLANCE JONES (A.) et HARRISON (A. W.) *J. Atm. Terr. Phys.*, 1958, **13**, 45.

## MÉTHODES DE CALCUL DIGITAL

J. CONNES

Observatoire de Meudon, 92-Meudon, France

P. CONNES,

Laboratoire Aimé Cotton, CNRS, 92-Bellevue, France

**Résumé.** — Les spectres planétaires, décrits dans une autre communication, sont calculés à partir d'interférogrammes échantillonnés en  $M = 15\,000$  points (valeur maximum) enregistrés entre les valeurs extrêmes de la différence de marche  $\Delta = 0$  et  $\Delta = \Delta_{\max}$ . Aucun échantillon ne coïncidant rigoureusement avec le point zéro il est nécessaire de déterminer par le calcul (avec une précision de l'ordre de l'angström) la distance entre le premier échantillon et le vrai zéro, puis de calculer un interférogramme « secondaire » par interpolation de l'interférogramme enregistré « primaire » ; l'opération utilise une convolution. On calcule ensuite la transformée en cosinus, en une série de points « primaires » du spectre dont l'écart est choisi légèrement inférieur à la limite de résolution. Des points « secondaires » 5 à 10 fois plus serrés sont ensuite calculés par convolution, en même temps qu'est introduite l'apodisation désirée.

Pour réduire le temps de calcul de la transformée de Fourier (proportionnel à  $M^2$  par les méthodes conventionnelles), on peut appliquer la méthode suivante : le spectre est divisé en  $k$  tranches égales et les  $M/k$  points primaires correspondant à chaque tranche sont calculés à partir des  $M/k$  échantillons d'un interférogramme déduit du précédent par convolution, et dans lequel l'écart entre échantillons est multiplié par  $k$ . Pour chaque tranche du spectre le temps de calcul est proportionnel à  $M^2/k^2$ , et pour le spectre entier à  $M^2/k$ , donc réduit d'un facteur  $k$ .

[Depuis le Colloque nous avons d'autre part adapté la méthode de Cooley et Tuckey (*Math. of Comput.*, 1965, 19, 297), signalée par M. Forman dans sa communication, à un ordinateur 7040 muni de 4 dérouleurs de bandes et avons pu traiter des interférogrammes contenant jusqu'à  $M = 58\,000$  échantillons (à paraître au *Journal de Physique*).

La description complète des méthodes utilisées doit paraître comme seconde partie de l'article Near Infrared Planetary Spectra by Fourier Spectroscopy, *J. Opt. Soc. Amer.*, 1966, 56, 896.

**Abstract.** — The planetary spectra described in another communication are computed from interferograms with  $M = 15\,000$  samples (or less), recorded between  $\Delta = 0$  and  $\Delta = \Delta_{\max}$ . Since no sample coincides with the zero point it is necessary first to compute (with an accuracy of the order of 1 Å) the distance between the first sample and the true zero, then to compute a « secondary » interferogram by interpolation of the « primary » recorded interferogram ; this is done by convolution. One computes then the cosine transform for a set of « primary » spectral samples, the separation of which is taken slightly less than the resolution. A set of between 5 and 10 times as many « secondary » spectral samples is then computed, again by a convolution ; the necessary apodization is simultaneously performed.

In order to reduce the computation time of the Fourier transform (proportional to  $M^2$  by standard methods) it is possible to apply the following principle : the spectrum is divided into  $k$  equal sections, and the  $M/k$  primary spectral samples of each slice are computed from the  $M/k$  samples of an interferogram deduced from the recorded one by convolution, and in which the sample separation is multiplied by  $k$ . For each section the computation time is proportional to  $M^2/k^2$ , and for the entire spectrum to  $M^2/k$  ; it is thus reduced by a factor of  $k$ .

[After the Colloquium we have also adapted the Cooley-Tuckey method (*Math. of Comput.*, 1965, 19, 297), discussed by M. Forman in his communication, to a 7040 computer with 4 tape transports ; thus we have been able to transform interferograms with up to 58 000 samples (to be published, *J. de Physique*).

The complete description of the methods we use will be published as Part II of the paper Near Infrared Planetary Spectra by Fourier Spectroscopy, *JOSA*, 1966, 56, 896.