

Transcription d'un extrait de Jean Dieudonné, trouvé dans les Publications mathématiques d'Orsay, n° 86-74.16, de Pierre Samuel, Mathématiques, mathématiciens et société, nouveau tirage 1979, pages A-1 à A-5.

---

## Appendice

### Orientation générale des mathématiques pures en 1973 Résumé de la conférence de M. Jean Dieudonné (Rédigé par H. Hogbe-Nlend) (Relu et corrigé par Jean Dieudonné)

---

Quand on parle d'un sujet de ce genre, il ne peut y avoir d'objectivité. Ce que je dirai décrit ma position personnelle, ma tendance personnelle. D'autres mathématiciens ont d'autres points de vue.

Je ne rentrerai pas dans la querelle entre Mathématiques dites Pures et Mathématiques dites Appliquées. Actuellement il y a beaucoup d'attaques contre les Mathématiques dites Pures ; celles-ci sont même parfois proscrites. J'ai rencontré un mathématicien chinois aux États-Unis. Dans la Chine de Mao, on empêche de publier les résultats mathématiques "purs" sous prétexte que les mathématiques doivent être immédiatement utilisables. En fait cette volonté de subordination des mathématiques aux applications immédiates est récente ; elle remonte environ à la Renaissance. Auparavant (chez les Grecs par exemple), on ne se souciait pas d'applications des Mathématiques. Devant les succès de la Mécanique Newtonienne, puis de l'électricité, de l'optique on a voulu que les mathématiques se restreignent aux résultats directement utilisables dans les sciences de la nature et la technologie. En 1932, en Russie, on avait également la même hantise des mathématiques "pratiques". Cela a maintenant changé. (Prix à Vinogradov en Arithmétique). Laissons donc de côté ces questions d'applications et venons-en aux Mathématiques Pures.

La question essentielle qui se pose est la question suivante :

*Quels sont les critères sur lesquels on peut juger un travail Mathématique ?*

Comme on ne tient pas compte des critères utilitaires, il ne reste plus que des critères esthétiques. Comme toute question d'esthétique, c'est donc une question de goût. Il y a par conséquent des écoles tenant à telle ou telle manière de juger ou d'apprécier. Des groupements s'opèrent suivant certains principes, on peut donner une classification grossière en trois grandes écoles :

- Les traditionnalistes (disons "l'extrême droite") ;
- Les Égalitaristes (disons "l'extrême gauche") ;
- Entre les deux, quelque chose difficile à nommer, on peut parler de "centre"

mais cela n'a pas de sens. C'est la tendance de tous ceux qui se réclament de BOURBAKI. Mais personne ne peut parler sur cette question au nom de BOURBAKI car BOURBAKI n'a jamais exprimé d'opinion là-dessus. Cette dernière tendance est d'ailleurs aussi celle de certains éminents mathématiciens qui détestent BOURBAKI. On mettra donc "BOURBAKI" entre guillemets.

Tout le monde est cependant d'accord sur un point : un travail n'a de considération que s'il représente une certaine dose de matière grise. Les travaux triviaux (axiomes + une ou deux conséquences évidentes) sont jetés au panier.

En dehors de cela il y a des divergences sur trois points fondamentaux.

- Les sujets de recherche mathématique,
- Les méthodes de recherche,
- La pathologie en recherche.

1) *Le Sujet* : pour certains (les Traditionnalistes et "BOURBAKI"), il faut des sujets ayant une longue histoire ; des sujets ayant attiré de grands mathématiciens du passé. Pas de génération spontanée. Pour d'autres (les Égalitaristes), n'importe quoi est intéressant pourvu qu'on fasse des Mathématiques. C'est la position des deux tiers (2/3) des mathématiciens Américains et de certains mathématiciens Français.

2) *Les Méthodes* : ici le groupement est différent. D'un côté "BOURBAKI" et les Égalitaristes, de l'autre les Traditionnalistes. Les premiers sont partisans de ce qu'on peut appeler la "Stratégie", les seconds de la "Tactique".

- *Tactique* (Traditionnalistes) : on fonce dans le problème, on utilise de façon plus astucieuse peut être, des idées, des moyens connus depuis longtemps. C'est une tendance répandue en théorie des nombres ou en théorie des groupes, par exemple.
- *Stratégie* ("BOURBAKI" + Égalitaristes) : on s'en va à 1000 lieues en apparence ; on bâtit une théorie nouvelle sur la base de problèmes anciens. Petit à petit, on arrive à trouver les racines du problème et à faire tomber la place-forte.

Avec cette tendance "Stratégie" se fait sentir le besoin et la vertu de l'Unité des Mathématiques. Les théories mathématiques diverses se fécondent mutuellement.

3) *La Pathologie* : Les Traditionnalistes et les Égalitaristes aiment les "belles pathologies". Pour "BOURBAKI", par contre il y a une croyance fondamentale : les mathématiques sont essentiellement simples et si on arrive à des choses trop compliquées, c'est que le problème est mal posé, c'est qu'on est parti d'un mauvais point de vue.

(*Exemple* : Les fonctions continues sans dérivée au sens usuel. L. Schwartz a saisi le bon point de vue, d'où la notion de dérivée-distribution).

Inutile que je vous dise que je partage dans tout ceci les idées de “BOURBAKI”. De façon plus détaillée, voici mes points de vue. Puisqu’il s’agit d’esthétique, nous dirons qu’il y a des mathématiques nobles et des mathématiques serviles. Comment classer ? Il n’y a pas de vote. Les mathématiques, c’est une question d’aristocratie. Les bonnes mathématiques sont faites par très peu de gens (150 au 20ème siècle au plus). Il y a une poignée de “leaders”. Les bonnes orientations sont celles données par ces gens-là. Exemples : Riemann ; Elie Cartan ; Siegel ; au total, 7 à 8 au 18ème siècle, 30 au 19ème siècle, 1 par an au 20ème siècle. Une théorie noble est une théorie considérée comme bonne par ces mathématiciens ; l’opinion des autres est sans importance.

Que doivent faire les autres ? Ils doivent suivre, essayer d’avancer dans les voies nouvelles défrichées par les “génies”. Il faut avoir une certaine humilité devant eux ; c’est la caractéristique essentielle d’un homme de science. Les génies sont en avance sur leur époque. Ceux qui suivent ont un rôle nullement négligeable : ils jouent le rôle de caisses de résonance, Les “suiveurs” doivent essayer d’expliquer, de vulgariser ce que les leaders n’ont pas pris la peine de développer. Ce métier de suiveur n’a rien de déshonorant. On a mis 100 ans pour pénétrer la pensée de Riemann et ceci a fortement fait avancer la connaissance mathématique. En même temps, on a enrichi cette pensée et on lui a donné des bases solides.

Maintenant, je vais terminer en vous donnant une classification des théories nobles et des théories serviles. Pour bien connaître les théories nobles, il faut lire les Séminaires BOURBAKI. Dans le tableau ci-dessous, les théories nobles sont en première ligne, Plus on descend vers le bas, plus les théories deviennent serviles.

**Classification des théories mathématiques en 1973 (J. DIEUDONNÉ)**

Ligne 1	Logique ; Probabilités ; Combinatoire ; Topologie algébrique ; Topologie différentielle ; Géométrie différentielle ; Analyse Harmonique non commutative ; Équations différentielles ordinaires ; Contrôle ; Théorie ergodique ; Équations aux dérivées partielles ; Géométrie analytique (au sens de Serre) ; Géométrie algébrique ; Théorie des nombres ; Groupes finis.
Ligne 2	Algèbre homologique ; Analyse harmonique commutative ; groupes de Lie ; Théorie spectrale des opérateurs ; $C^*$ -algèbres (un peu plus bas que la ligne 2).
Ligne 3	Catégories ; Analyse classique ; Algèbre commutative.
Ligne 4	Intégration ; Théorie de la mesure ; Espaces vectoriels topologiques.
Ligne 5	Topologie générale ; Algèbre générale.
Plus bas encore	Théorie des ensembles.

## Commentaire sur ce tableau.

- 1) Chaque ligne prend appui sur celles qui sont en dessous et qui lui fournissent ses outils.
- 2) Les théories du “bas” sont des théories fondamentales mais “achevées” donc mortes. Par exemple pour les E.V.T., J. LERAY a dit “ “BOURBAKI” a rédigé un grand traité sur les E.V.T. alors qu’il n’y a que quatre théorèmes dont tout le monde se sert.”. Je suis obligé de reconnaître que LERAY avait raison.
- 3) Les groupes de Lie sont devenus le centre des Mathématiques; on ne peut plus rien faire de sérieux sans eux.
- 4) Le tableau ci-dessus n’est pas stable. Il y a des théories qui montent et d’autres qui descendent. Par exemple les groupes de Lie montent. Si une théorie descend, c’est qu’elle se renferme sur elle-même. On ne considère plus que des problèmes internes à cette théorie. Quand une théorie tourne autour d’elle-même, elle finit par dégringoler. Il y a vingt ans, l’Analyse Harmonique commutative était au sommet. Actuellement, elle suit la voie de l’Analyse Classique en s’engageant dans des raffinements subtils et ingénieux, mais perdant peu à peu le contact avec le grand courant des autres théories “nobles”. Ce qui monte, c’est l’Analyse Harmonique non commutative (théorie des représentations de dimension infinie de groupes de Lie). On pense que c’est la clé de la théorie quantique des champs et peut-être du corps de classes.
- 5) À propos de l’Algèbre, Kronecker en 1861 a dit que l’Algèbre en elle-même n’est pas une discipline indépendante. Mais c’est la base de toutes les mathématiques. On ne doit pas développer l’algèbre pour elle-même, mais dans la mesure où elle est nécessaire dans les autres parties des mathématiques. C’est aussi l’avis de Chevalley.

Nuançons. Il y a des exemples de théories qui ont longtemps paru “pathologiques” et non motivées et tout d’un coup, grâce à l’imagination d’un nouveau “leader”, se sont révélées très fécondes, Exemple le plus récent : les questions d’homéomorphie dans les espaces de dimension infinie. Il faut savoir reconnaître que l’on s’est trompé : c’est ce que fait toujours “BOURBAKI” (voir son Séminaire).

*Note de la transcriptrice : ce texte de Jean Dieudonné remet en mémoire un texte de Alexander Grothendieck “Allons-nous continuer la recherche scientifique ?”<sup>1</sup> qui parle du mathématicien I. Molinaro<sup>2</sup>).*

*Extrait de l'article d'Alexander Grothendieck :*

En parlant avec beaucoup de mes collègues, je me suis aperçu au cours de l'année dernière qu'en fait, cette satisfaction que les scientifiques sont censés retirer de l'exercice de leur profession chérie, c'est un plaisir... qui n'est pas un plaisir pour tout le monde ! Je me suis aperçu avec stupéfaction que pour la plupart des scientifiques, la recherche scientifique était ressentie comme une contrainte, comme une servitude. Faire de la recherche scientifique, c'est une question de vie ou de mort en tant que membre considéré de la communauté scientifique. La recherche scientifique est un impératif pour obtenir un emploi, lorsqu'on s'est engagé dans cette voie sans savoir d'ailleurs très bien à quoi elle correspondait. Une fois qu'on a son boulot, c'est un impératif pour arriver à monter en grade. Une fois qu'on est monté en grade, à supposer même qu'on soit arrivé au grade supérieur, c'est un impératif pour être considéré comme étant dans la course. On s'attend à ce que vous produisiez. La production scientifique, comme n'importe quel autre type de production dans la civilisation ambiante, est considérée comme un impératif en soi. Dans tout ceci, la chose remarquable est que, finalement, le contenu de la recherche passe entièrement au second plan. Il s'agit de produire un certain nombre de “papiers”. Dans les cas extrêmes, on va jusqu'à mesurer la productivité des scientifiques au nombre de pages publiées. Dans ces conditions, pour un grand nombre de scientifiques, certainement pour l'écrasante majorité, à l'exception véritablement de quelques uns qui ont la chance d'avoir, disons, un don exceptionnel ou d'être dans une position sociale et une disposition d'esprit qui leur permette de s'affranchir de ces sentiments de contrainte, pour la plupart, la recherche scientifique est une véritable contrainte qui tue le plaisir que l'on peut avoir à l'effectuer.

C'est une chose que j'ai découvert avec stupéfaction parce qu'on n'en parle pas. Entre mes élèves et moi, je pensais qu'il y avait des relations spontanées et égalitaires. En fait, c'est une illusion dans laquelle j'étais enfermé ; sans même que je m'en aperçoive, il y avait une véritable relation hiérarchique. Les mathématiciens qui étaient mes élèves ou qui se considéraient comme moins bien situés que moi et qui ressentaient, disons, une aliénation dans leur travail, n'auraient absolument pas eu l'idée de m'en parler avant que, de mon propre mouvement, je quitte le ghetto scientifique dans lequel j'étais enfermé et que j'essaie de parler avec des gens qui n'étaient pas de mon milieu : ce milieu de savants ésotériques qui faisaient de la haute mathématique.

Pour illustrer ce point, j'aimerais donner ici un exemple très concret. Je suis allé, il y a deux semaines, faire un tour en Bretagne. J'ai eu l'occasion, entre autres, de passer à Nantes où j'ai vu des amis, où j'ai parlé dans une Maison des Jeunes et de la Culture (MJC) sur le genre de problèmes que nous abordons aujourd'hui. J'y étais le lundi. Comme les collègues de l'Université de Nantes étaient avertis de ma venue, ils avaient demandé in extremis que je vienne, le lendemain après-midi, pour faire une causerie sur des sujets mathématiques avec eux. Or il s'est trouvé que, le jour même de ma venue, un des mathématiciens de Nantes, M. Molinaro, s'est suicidé. Donc, à cause de cet

---

1. Voir page 5 du texte fourni à cette adresse

2. Voir un article de ce mathématicien sur numdam

[https://www.numdam.org/item/SD\\_1955-1956\\_\\_9\\_\\_A16\\_0.pdf](https://www.numdam.org/item/SD_1955-1956__9__A16_0.pdf)

incident malheureux, la causerie mathématique qui était prévue a été annulée. Au lieu de ceci, j'ai alors contacté un certain nombre de collègues pour demander s'il était possible que l'on se réunisse pour parler un peu de la vie mathématique à l'intérieur du département de mathématiques à l'Université et pour parler également un peu de ce suicide. Il y a eu une séance extrêmement révélatrice du malaise général, cet après-midi-là à Nantes, où manifestement tout le monde présent - avec une exception je dirais - sentait bien clairement que ce suicide était lié de très très près au genre de choses que, précisément, on discutait la veille au soir à la MJC.

En fait, je donnerai peut-être un ou deux détails. Il s'est trouvé que Molinaro avait deux thésards auxquels il faisait faire des thèses de troisième cycle - je crois que ce n'était pas des thèses d'état. Or, ces thèses furent considérées comme n'étant pas de valeur scientifique suffisante. Elles furent jugées très sévèrement par Dieudonné qui est un bon collègue à moi et avec lequel j'ai écrit un gros traité de géométrie algébrique. Je le connais donc très bien, c'est un homme qui a un jugement scientifique très sûr, qui est très exigeant sur la qualité d'un travail scientifique. Ainsi, alors que ces thèses étaient discutées par la Commission pour l'inscription sur la liste d'aptitude aux fonctions de l'Enseignement Supérieur, il les a saqués et l'inscription a été refusée. Ceci, bien entendu, a été ressenti comme une sorte d'affront personnel par Molinaro qui avait déjà eu des difficultés auparavant et il s'est suicidé sur ces circonstances. En fait, j'ai eu un ami mathématicien, qui s'appelait Terenhöfel qui s'est également suicidé. Je connais un certain nombre de mathématiciens - je parle surtout ici de mathématiciens puisque c'est le milieu que j'ai le mieux connu - qui sont devenus fous.

Je ne pense pas que cela soit une chose propre aux mathématiques. Je pense que le genre, disons, d'atmosphère qui prévaut dans le monde scientifique, qu'il soit mathématique ou non, une sorte d'atmosphère à l'air extrêmement raréfié, et la pression qui s'exerce sur les chercheurs, sont pour beaucoup dans l'évolution de ces cas malheureux.

Ceci concernant le plaisir que nous prenons à faire de la recherche scientifique. Je crois qu'il peut y avoir plaisir, mais je suis arrivé à la conclusion que le plaisir des uns, le plaisir des gens haut placés, le plaisir des brillants, se fait aux dépens d'une répression véritable vis-à-vis du scientifique moyen.

Un autre aspect de ce problème qui dépasse les limites de la communauté scientifique, de l'ensemble des scientifiques, c'est le fait que ces hautes voltiges de la pensée humaine se font au dépens de l'ensemble de la population qui est dépossédée de tout savoir. En ce sens que, dans l'idéologie dominante de notre société, le seul savoir véritable est le savoir scientifique, la connaissance scientifique, qui est l'apanage sur la planète de quelques millions de personnes, peut-être une personne sur mille. Tous les autres sont censés "ne pas connaître" et, en fait, quand on parle avec eux, ils ont bien l'impression de "ne pas connaître". Ceux qui connaissent sont ceux qui sont là-haut, dans les hautes sciences : les mathématiciens, les scientifiques, les très calés, etc.