

L'état des maths Une vidéo du CNRS

Jean-François Mela : Maintenant, il est clair que les mathématiques vont jouer un rôle fondamental dans le développement technologique, et que ceci concerne leur développement général, et pas seulement des applications à caractère restreint sur des problèmes techniques particuliers.

Jean-Pierre Bourguignon : Un exemple qui moi me tient à cœur par exemple, c'est la recherche vraiment effrénée de mathématiciens que mène un certain nombre de sociétés d'informatique, qui s'intéressent à l'informatique graphique. Et actuellement, de grandes sociétés cherchent des gens ayant une formation de géométrie, et cherchent des docteurs en mathématiques ayant une formation en géométrie parce que, pour la conception assistée par ordinateur, pour des systèmes de visualisation, les problèmes rencontrés ne sont pas seulement des problèmes technologiques, mais sont des problèmes fondamentaux de géométrie. Et ça, c'est pour nous, mathématiciens, une chose complètement nouvelle à découvrir, de voir des industriels de l'informatique appeler des laboratoires pour leur dire : "Écoutez, est-ce que vous n'avez pas un docteur en mathématiques à me fournir?". Alors, on est d'abord surpris; ensuite, on regarde, et effectivement, ce dont ils ont besoin, c'est un mathématicien, ça n'est pas un informaticien. Bien sûr, l'équipe qui va faire le travail ne sera pas qu'une équipe de mathématiciens, mais le mathématicien sera intégré à une équipe de gens faisant du hardware, de la quincaillerie! La façon dont les mathématiques interagissent avec d'autres sciences, ça n'est pas seulement au niveau des mathématiques élémentaires, fondamentales, d'il y a un siècle, mais y compris les développements les plus récents des mathématiques, et qui souvent ont été des développements que les mathématiciens ont fait pour eux-mêmes, mais qui se trouvent être exactement ce dont a besoin le correspondant dans l'autre science. Et c'est cette coïncidence qui d'une certaine façon est la médiatisation entre le souci esthétique du mathématicien et l'utilité sociale des mathématiques. C'est justement cette coïncidence qui à mon avis mériterait une étude un petit peu épistémologique : comment se fait-il que les soucis esthétiques de scientifiques peuvent correspondre à ce qui, dans une autre science, plus tard, ou dans d'autres conditions, correspond à une nécessité technique. C'est une chose qui est un peu mystérieuse, mais qui se vérifie avec une telle régularité qu'elle mérite une analyse assez en profondeur, et qui n'est pas facile à faire.

Jean-François Mela : Je veux dire que l'influence des mathématiques dans un pays comme le nôtre est inappréciable. On dit parfois, bon, qu'il y a un gros succès dans l'industrie du software, en France. Bon, moi, je demeure persuadé que c'est très lié à une certaine forme d'esprit français, et à une certaine culture mathématique. C'est

Transcription d'une vidéo à l'adresse <https://www.youtube-nocookie.com/embed/1YCdRAglFKM>,
Denise Vella-Chemla, février 2022.

impossible à démontrer. Mais enfin, on se trouve dans une position où l'on dispose, avec les mathématiques, d'un véritable gisement naturel.

Jean-Pierre Serre : Moi, je m'intéresse aux courbes elliptiques depuis très très longtemps, depuis une vingtaine d'années, peut-être, ou davantage, et ce n'est que depuis deux ou trois ans que ça s'est mis à intéresser les gens de la cryptographie, des sortes de sujets comme ça. C'est très amusant l'idée que ça puisse servir à cambrioler les banques essentiellement, c'est ravissant. Mais ce n'est pas pour ça que le sujet m'intéresse, quand même.

Jean-François Dars : Et ça a été en sommeil pendant longtemps ?

Jean-Pierre Serre : Non, ça n'était pas en sommeil du tout. C'était très, très actif au contraire. Mais si vous voulez, ça n'était pas connu en dehors d'un groupe de spécialistes. Non, c'est au cœur de toutes les questions de théorie des nombres.

Anne Papillault : Est-ce que l'utilisation de l'ordinateur, ou des ordinateurs, permet de résoudre brutalement un grand nombre de problèmes qui **ont** posés depuis **ont** très longtemps et qui n'ont pas été résolus. **ont**

Jean-Pierre Serre : Non, de résoudre... pas vraiment, pas en théorie des nombres, dans certains sujets, oui : le fameux problème des 4 couleurs a été résolu par ordinateur. Non, mais en théorie des nombres, ce que ça permet de faire, d'abord, ça permet d'être beaucoup plus sûr que des conjectures que l'on fait, et qui resteraient un peu en l'air, sont vraies expérimentalement ; si vous voulez, pour un physicien, ce serait une démonstration : on vérifie un million de cas, ou des choses comme ça, et aucune exception, bien entendu. Une seule exception suffirait à démolir la chose, mais... Donc, ça nous donne confiance. Ça suggère aussi, les calculs numériques sur ordinateur, ça peut suggérer des formules à prouver : quelqu'un qui a un œil pour ça, il se dit "Tiens, comment ça se fait que ces machins sont les mêmes?! Et si on essayait de le démontrer.". Donc ça procure beaucoup. Mais pas vraiment de démonstrations, non.

Jean-François Dars : Ça permet un aller-retour ?

Jean-Pierre Serre : Oh oui ! Continu. Les gens qui savent se servir de machines, comme Mestre¹ ou d'autres, ils passent leur temps à réfléchir, sur du papier, et puis ils se disent "Ah bon, eh bien il faudrait aller voir sur la machine si ça marche...". Et puis, ils reviennent, exactement comme un expérimentateur, en physique.

1. Jean-François Mestre, IMJ-PRG, spécialiste de l'étude des courbes elliptiques et de la théorie de Galois.

Henri Cohen : Pour arriver à découvrir ces phénomènes que j'ose appeler des lois de la Nature, il a fallu, pour ne prendre qu'un exemple, je vais être obligatoirement technique ici, mais c'est développé beaucoup plus en détail dans l'exposé d'Eniart² cet après-midi, l'exemple des conjectures de Birch et Swinnerton-Dyer, c'est quelque chose, c'est une loi absolument extraordinaire qui est maintenant au centre d'un nombre invraisemblable de recherches à l'heure actuelle, c'est quelque chose qui n'aurait pratiquement pas pu être découvert sans l'utilisation assez intensive d'ordinateurs. Donc pour nous, les ordinateurs sont en fait l'analogie de ce que sont pour les physiciens les accélérateurs.

2. Orthographe ?