

Traduction depuis l'italien ¹ d'une interview d'Alain Connes au Palazzo Estense à Varèse, le 23 juin 2025

Bienvenue à tous et merci d'être présents. Je dois dire que ce soir, nous avons une occasion rare. Nous recevons l'un des plus grands mathématiciens du monde, ici à Varèse. Il a reçu de nombreux prix, c'est un innovateur, un créatif, un esprit véritablement noble. Le Professeur Ugo Moschella le présentera mieux que moi. Cette conférence ne sera pas à sens unique, elle sera interactive. Nous commencerons donc par une interview par notre journaliste Rosi Brandi, une amie que je remercie d'avoir accepté cette mission. Nous échangerons ensuite avec le Professeur Alain Connes, puis nous laisserons la parole aux questions du public, pour répondre à vos attentes, à votre curiosité, etc. Je donne donc immédiatement la parole à mon collègue et ami Ugo Moschella pour qu'il nous présente le Professeur Alain Connes. Ugo, je vous en prie.

Je vais dire seulement quelques mots, car je ne pense pas qu'Alain souhaite qu'on glorifie sa vie. C'est, comme l'a dit à l'instant le Professeur Daniele Cassani, l'un des plus grands mathématiciens du monde. Il a étudié à l'École Normale à Paris et, disons, il a poursuivi sa carrière en France, où il était professeur au Collège de France et à l'Institut des Hautes Études Scientifiques (IHÉS), où je l'ai rencontré il y a 30 ans, disons, et où nous sommes devenus amis. C'est un grand mathématicien, il est venu ici, pour ainsi dire, en nous faisant l'immense faveur d'être parmi nous aujourd'hui pour nous raconter un peu sa vie.

Alain Connes est venu à Varèse, pour ainsi dire, en pèlerinage, car l'un des plus grands mathématiciens de l'histoire est mort non loin de là, Riemann, qui est le fondateur de la géométrie moderne, et Alain est, d'une certaine manière, un de ses héritiers, puisqu'Alain a fondé la géométrie moderne non commutative. Alain est allé hier à l'endroit où est enterré Riemann, tout près d'ici. Ce matin, il nous a donné un cours de mathématiques sur sa géométrie non commutative.

Mais Alain n'est pas seulement le Professeur Alain Connes : enfin, il n'est pas seulement un mathématicien. Si vous cherchez ses traces sur Internet, vous le trouverez en train de discuter de musique avec Pierre Boulez, de donner une conférence au sujet de Proust et Grothendieck au Collège de France, ou bien d'écrire un livre sur la psychanalyse, ou mille autres choses que nous découvrirons ce soir. Alain, je vous laisse donc la parole. (Maintenant, le Professeur va parler en français, et je traduirai).

Merci, Professeur.

Je voulais commencer tout de suite par une question très triviale. Qu'est-ce que ça fait d'être considéré comme l'un des plus grands mathématiciens du monde ?

En fait, ça n'est pas quelque chose qui a du sens, au sens où on cherche une vérité. On était hier sur le lieu de la disparition de Riemann, tout de même, et je ne veux pas faire une réponse courte là-dessus. Je pense si vous voulez que cette recherche de la vérité n'est pas quelque chose

¹Référence de la vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=yRk2FIzF2eI>.

Téléchargement des sous-titres par downsub, traduction par google traduction depuis l'italien et reprise de la traduction autant que faire se peut par Denise Vella-Chemla.

qui permette de comparer des gens. Par exemple, il y a d'autres figures comme celle de Galois par exemple et ce qui est extraordinaire, dans un héritage comme celui de Galois ou comme celui de Riemann, c'est que ces personnages-là continuent à vivre, il continuent à être parmi nous, avec une intensité inégalable et je pense que ça, c'est beaucoup plus important que de savoir lequel des deux entre Galois ou Riemann est le plus grand. Cette comparaison n'a aucune importance.

Poursuivons, je suis heureux de voir autant de jeunes, tout comme le Professeur Connes. Ce matin, le Professeur Connes a participé à ce séminaire, à la Villa Toeplitz, intitulé *Topos et géométrie non commutative*. Maintenant, je n'ai absolument aucune raison, Professeur, de parler de cela à votre sujet, mais c'est un concept qui ressemble presque à de la science-fiction. Vous pouvez, vous savez, nous aider à comprendre, même avec une métaphore, de quoi il s'agit. Vous êtes d'ailleurs un grand vulgarisateur, un ami de Carlo Rovelli, qui est également vulgarisateur scientifique. Pouvez-vous nous expliquer de quoi il s'agit ?

Je peux très facilement expliquer ce qu'est la géométrie non commutative et ce que sont les topoi. Il se trouve que dans 2 jours, ça va être exactement le 100e anniversaire de jour où Heisenberg, qui était étudiant à Göttingen, qui avait le rhume des foins et qui avait été envoyé sur l'île Heligoland au Danemark pour soigner son rhume des foins, a fait une découverte capitale. Quand il était à Heligoland, Heisenberg a commencé à faire des calculs avec une nouvelle mécanique qu'il venait d'inventer, et son but était de démontrer que, dans cette nouvelle mécanique, l'énergie était conservée.

À 3 heures du matin, il est venu à bout de ce calcul très compliqué qui montrait que sa théorie avait du sens. Et donc il a été tellement impressionné par sa découverte qu'il avait l'impression d'avoir devant lui un paysage immense.

Et ce qu'il avait découvert, c'est que lorsqu'on essaie d'exprimer les quantités physiques qui interviennent dans des systèmes microscopiques, on est obligé de prêter attention à l'ordre de ces objets mathématiques, tout comme on s'intéresse à l'ordre des lettres dans un mot ou une phrase.

Et cette découverte a marqué le début du monde quantique dans lequel nous vivons et aussi le début de la géométrie non commutative. Dans la géométrie ordinaire, on utilise des coordonnées qui avaient été codifiées par Descartes, qui sont des coordonnées qui commutent entre elles. Et peu à peu, on a étudié l'espace ordinaire, celui codifié par Descartes, avec ces coordonnées qui commutent entre elles. Mais il y a des espaces dans lesquels les coordonnées ne commutent pas. Et on s'est aperçu en développant la géométrie des espaces dont les coordonnées ne commutent pas, la géométrie non commutative, qu'une propriété extraordinaire émerge de ce type d'espaces, qui est qu'un tel espace, non commutatif, donne naissance à son propre temps, et qu'il évolue avec le temps.

C'est cette découverte qui a fait l'objet de ma thèse et à partir de laquelle j'ai compris que la distinction entre la géométrie ordinaire et la géométrie non commutative, c'est qu'un espace ordinaire est statique alors qu'un espace non commutatif est dynamique, vivant.

Au départ, on aurait pu penser que la géométrie non commutative se situait à la limite des possibilités imaginables des mathématiques. Mais on a réalisé qu'elle permet de comprendre, et c'était

le sujet des échanges ce matin, si vous voulez, des choses qui sont invisibles et qu'elle s'applique aussi très bien à la structure fine de l'espace. Et donc, avec le temps, il est devenu évident que ces quantités, ces objets, s'appliquent à la structure fine de l'espace-temps. Et elles s'appliquent aussi très bien à la structure mathématique qu'on appelle l'espace des nombres premiers.

Le deuxième concept, celui de la raison d'être du travail de Grothendieck, est le concept de topos de Grothendieck. Grothendieck est un mathématicien français, pour lequel a été créé l'Institut (IHÉS), institut dans lequel travaillait le Professeur Alain Connes. Pour donner une métaphore qui permette de comprendre ce que sont les topos, on peut dire que l'idée de Grothendieck consiste, au lieu de regarder directement un espace, à la manière dont on le fait d'habitude, de placer l'espace un peu comme "en coulisses", et de faire jouer à l'espace une sorte de rôle de Deus ex machina, comme au théâtre.

Je connais un psychanalyste. Quand j'ai expliqué cette métaphore à cet ami psychanalyste, il m'a dit : "mais c'est ce que nous faisons tout le temps". Et nous avons écrit un livre intitulé *À l'ombre de Grothendieck et de Lacan*.

Professeur, y a-t-il des mystères, des problèmes mathématiques qui vous empêchent de dormir ? Je veux dire, vous avez donc ouvert une nouvelle voie vers la démonstration de la conjecture de Riemann, n'est-ce pas ? L'hypothèse de Riemann est le problème mathématique le plus célèbre de tous les temps et qui n'est toujours pas résolu, n'est-ce pas ? Eh bien, nous, simples mortels, nous connaissons l'existence de l'hypothèse de Riemann, développée en 1859 par le mathématicien allemand Bernhard Riemann, pour la simple et bonne raison que nous avons vu des films à ce sujet, comme par exemple le film *Un homme d'exception*, n'est-ce pas ? Je voulais donc vous poser deux questions. Pourquoi est-il si important que la conjecture de Riemann soit résolue ? J'ai fait quelques recherches et j'ai vu que, par exemple, en 2015, un mathématicien nigérian a fait la une des journaux parce qu'il pensait, il a dit : "J'ai résolu l'énigme." Pourriez-vous nous annoncer ici-même, à Varèse, que vous avez résolu la conjecture de Riemann ?

Alors, ma réponse est d'abord qu'il y a des problèmes, comme cette hypothèse, qui te gardent éveillés la nuit. Est-ce important d'annoncer qu'on a résolu la conjecture de Riemann ? Non. L'important, disons, à propos de cette conjecture, ainsi que d'autres, mais surtout de celle-ci, c'est qu'elle nous force à progresser, et ce faisant, nous découvrons un grand nombre de choses inattendues, un paysage de choses nouvelles, inimaginables, et surtout, elle nous fait comprendre que nous ne comprenons même pas les nombres entiers. Tout le monde sait qu'elle est vraie, et les mathématiciens reçoivent très souvent des articles de personnes qui prétendent avoir trouvé la preuve. Il existe même une revue américaine, je crois, qui si quelqu'un lui envoie un article prétendant prouver la conjecture de Riemann, l'expose au risque de payer 2 000 dollars si sa preuve est fausse, et c'est le rapporteur, dans ce cas, qui touche les 2 000 dollars, et cela s'est produit à plusieurs reprises. D'ailleurs, le Clay Mathematics Institute a promis un million de dollars à qui la résoudrait.

Rappelons-nous la réponse de Hilbert, qui vécut au début du XXe siècle. On lui avait posé la question "à supposer que que vous vous réveilliez dans 1000 ans, quelle sera la première question que vous poseriez ?". Il a répondu : "Eh bien, je demanderais si la conjecture de Riemann a été

prouvée.” Et puis, il y a aussi l’histoire du Diable, vous vous en souvenez ? Il y a une blague qui circule en ce moment ; la plupart des anglo-saxons ne la comprennent pas. Donc je vais faire appel à votre esprit méditerranéen pour que vous compreniez vraiment cette histoire. C’est donc une histoire qui, par exemple, si vous la racontez en Allemagne, n’est pas garantie de faire rire, donc je compte beaucoup sur vous pour la comprendre. C’est l’histoire d’un mathématicien, un peu comme moi, qui a travaillé 30 ans sur la conjecture de Riemann, et qui est un peu vieux, un peu fatigué et, comme Faust, il est prêt à vendre son âme au Diable. Il veut connaître la réponse. Et plus il y réfléchit, plus il veut rencontrer le Diable. C’est le genre de rencontre qui n’est pas facile à faire. Un jour, il va assister à une conférence sur l’intelligence artificielle et il reconnaît un aspect de la conférence comme étant diabolique et il parvient ainsi à obtenir un rendez-vous à Naples avec le Diable, dans un endroit miteux de Naples. Puis il arrive au lieu du rendez-vous et il rencontre le Diable. Il demande alors au Diable : “Je suis prêt à vous vendre mon âme pour savoir si l’hypothèse de Riemann est vraie.”. Le Diable répond : “Mais c’est quoi, l’hypothèse de Riemann ?”.

“Alors, explique le mathématicien, on prend la somme des inverses des nombres entiers etc.”, et le Diable écoute. Puis il dit : “Mais ça ne me semble pas si évident.” On se retrouve ici dans exactement un mois à minuit. Mais d’abord, il nous faut signer le contrat. Et puis un mois plus tard, le mathématicien vient au second rendez-vous, à cet endroit infâme, il entend les cloches sonner, il est minuit, et il pense “J’ai vendu mon âme, je veux savoir ce qu’il en est.”. Vous avez peut-être lu Virginia Wolf, il y a une scène comme celle-ci. Il attend minuit et demi, toujours personne. À une heure du matin, il voit le Diable accourir, tout échevelé et en sueur. Le Diable dit : “je n’ai pas réussi à démontrer l’hypothèse, mais j’ai prouvé ce lemme... ! ”

Les Anglo-Saxons pensaient que lorsque je racontais cette histoire, c’était pour dire qu’il me manquait “une petite chose que le Diable avait résolue”. Les Anglais ont donc compris que l’hypothèse de Riemann était un petit lemme que le Diable avait résolu, mais la blague ne veut absolument pas dire cela. La blague veut dire que le Diable ne peut pas prouver la conjecture de Riemann, mais qu’il peut prouver un tout petit aspect de la question. Ainsi, même le Diable, au-delà de prouver un petit lemme, n’a pas réussi à prouver l’hypothèse de Riemann.

Alors, Professeur Cassani, je ne peux m’empêcher de poser une question. Puisque vous avez mentionné l’hypothèse de Riemann, je ne peux m’empêcher de poser cette question, car les mathématiques s’accompagnent souvent d’un sentiment d’inutilité, dans le monde pratique, dans le monde de tous les jours.

Pourtant, les mathématiques ont un fort pouvoir prédictif. Par exemple, dans la seconde moitié du XVIII^e siècle, une planète Neptune a été découverte, émergeant de la pointe du crayon d’un mathématicien. Les ondes gravitationnelles prédites par Einstein en 1915 ont été observées en 2015. Et même les équations de Dirac, pour l’anti-matière. L’anti-matière a été découverte deux ans plus tard par Eddington, si je me souviens bien, mais peut-être que je me trompe. Enfin bref, la valeur prédictive des mathématiques importe dans la vie de tous les jours. Galilée disait que la nature est écrite en caractères mathématiques. Alors, pour ce qui est de la conjecture de Riemann, a-t-elle des conséquences sur la vie de tous les jours ?

Je préfère prendre des exemples pour illustrer cette utilité dans la vie pratique. Le premier exemple concerne les nombres complexes. Un nombre complexe est d'une utilité phénoménale. Voyons cette histoire : elle a lieu au XVII^e siècle, en Italie, à Bologne ; à l'époque, il y avait des concours entre mathématiciens : chacun donnait à l'autre 30 équations du troisième degré à résoudre. Cela aurait pu sembler totalement gratuit et sans utilité pratique.

Cependant, à un moment donné, Bombelli comprit qu'il suffisait d'inventer quelque chose qu'il appela "più di meno" (plus de moins). Il y avait plus, il y avait moins, et il inventa "più di meno". Et c'est le symbole i pour les nombres complexes. Et Bombelli est le véritable inventeur des nombres complexes. Après Bombelli, ce qui se passe, c'est que la physique quantique s'écrit dans le langage des nombres complexes. Et pour vous donner une métaphore qui vous permettra de comprendre avec quelques formules ce qu'est le monde quantique, je prendrai une formule due à Dirac et une due à Feynman.

Cette formule dit que tous les nombres réels sont possibles, mais ce que nous voyons ici prive l'action dans l'unité $\hbar$. Ce que nous voyons, ce qui n'est pas si facile à comprendre, ce sont les nombres réels qui entrent en résonance les uns avec les autres, car nous percevons l'action comme une exponentielle du nombre imaginaire divisé par Tartagliano. Et ce nombre imaginaire est le nombre imaginaire de Bombelli. Imaginez dans cette formule que ce qu'on appelle la constante nous permette de calculer ce qu'on appelle le moment de l'électron. Cette formule, par exemple, nous permet de calculer l'impulsion anormale de l'électron avec une précision infinitésimale sur la distance entre Varèse et New York. J'ajouterai ceci : il s'agit de l'expérience de physique présentant la concordance la plus précise jamais réalisée entre ce qui est fourni par la théorie et ce qui est mesuré au CERN, par rapport à ce moment de l'électron. La théorie prédit un nombre avec 13 chiffres significatifs après la virgule et la mesure au CERN correspond au résultat théorique pour les 13 chiffres significatifs en question.

Un point très important à souligner est que les mathématiques sont le seul moyen vraiment... comment dire... vraiment sûr de créer de nouveaux concepts et ces concepts vont être utilisables dans la vie courante. Par exemple, le concept d'énergie est un concept qui a d'abord été inventé par les mathématiques, et grâce à lui nous vivons.

Pour revenir à l'exemple de Dirac, c'est un exemple fabuleux, tout comme celui de Bombelli. Dirac, par des moyens purement mathématiques, a trouvé une équation, et cette équation avait la moitié de ses solutions absurdes. Dirac s'est donc dit déçu car, puisque la moitié des solutions étaient absurdes, l'équation devait être absurde. Alors, il a eu une idée extraordinaire. Et cette idée extraordinaire a été de dire que le vide est cette mer remplie de ces solutions absurdes, c'est-à-dire que tous les trous dans les solutions absurdes sont pleins, donc il n'y a pas de telles solutions absurdes. Dirac en a déduit que si on enlevait dans le vide une des solutions absurdes, on obtiendrait quelque chose de charge opposée. Et donc, de cette idée, il résulte que, dans cette mer de solutions absurdes, on creuse un trou, qui devrait ressembler à un électron, mais en étant de charge opposée. On a donc pensé qu'il valait mieux que Dirac se repose un peu. Et puis il y avait un physicien expérimentateur qui travaillait sur les rayons cosmiques. C'était en 1932, et il a eu l'idée de faire passer ces rayons cosmiques à travers un électro-aimant. dans un sens ou dans l'autre, c'était positif et donc, en passant à travers l'aimant, selon qu'il courbait d'une manière ou d'une autre, c'était une partic-

ule chargée positivement ou négativement. Et c'était la particule que l'imagination extraordinaire de Dirac avait prédite : le positon mathématique. Maintenant, ce qui découle de la construction mathématique, c'est que chaque jour, au CERN, il y a des collisions entre électrons et des positons sont engendrés, ce qui fait du CERN une véritable usine à positons. Cela a été rendu possible par des mathématiques extraordinaires, et donc grâce aux mathématiques, des moments d'imagination extraordinaire comme ceux de Bombelli ou de Dirac ont eu des conséquences fabuleuses.

Professeur, j'aimerais poser une question très actuelle concernant l'attaque de Donald Trump contre les universités américaines. Trump a réduit le financement de la recherche de 12 milliards d'euros, mettant ainsi en danger 60 universités. Parmi ces universités, la plus touchée est Harvard, n'est-ce pas ? Et le financement de 1 000 chercheurs a été gelé. À votre avis, quel jeu joue Donald Trump ?

Permettez-moi de vous donner une réponse en tant qu'universitaire, et non, évidemment, en tant que politicien. Alors, tout d'abord, je vais vous donner les raisons de mon absence de réponse, puis je vous répondrai. Donc, la raison pour laquelle je ne réponds pas, c'est que je n'ai aucune expertise dans le domaine politique. Sinon, en tant qu'universitaire, j'ai eu l'expérience concrète qu'en Californie, si on voulait être candidat dans une université, il fallait commencer par remplir un formulaire où on n'avait pas du tout à expliquer les résultats scientifiques qu'on avait obtenus mais on devait expliquer qu'on était pour la diversité et la compréhension mutuelle, et que si on répondait incorrectement à ce questionnaire, on ne pouvait pas être candidat. Il fallait donc pour être candidat faire une sorte de mea culpa et prendre conscience qu'il y avait eu des excès.

J'ai passé de nombreuses années à l'Université Columbus et j'ai mentionné qu'en 30 ans, le nombre de professeurs avait augmenté. Un autre fait, confirmé par mon ami Henri, qui est professeur à cette université, est que ces 30 dernières années, le nombre de professeurs et le nombre d'étudiants n'ont pas changé. Mais le nombre d'administrateurs, c'est-à-dire de personnel technique, a pendant le même temps quintuplé, et ce même phénomène se propage en Europe. J'ai donc vu le système des subventions, c'est-à-dire le système de contrôle de l'argent reçu par les universités de la National Science Foundation pervertir complètement l'évolution de la science.

Ce système de contrôle de l'attribution des subventions est devenu un système de féodalités qui sont dominées par un personnage et ce personnage joue un rôle extrêmement néfaste parce que les gens qui font partie des commissions qui donnent l'argent doivent se conformer à la bonne volonté du personnage qui dirige ce genre de féodalités. Malheureusement, ce même système a été importé en Europe et aussi en France, mais aussi ici, en Italie, et il est inutile de se poser la question de l'origine du mauvais fonctionnement du système, se poser en victime d'un autre système qui nous aurait influencés est une mauvaise piste.

Merci, alternons avec une question du public. S'il vous plaît. Madame. Merci d'utiliser le micro.

Alors, vous avez dit que les mathématiques inventent les concepts. Bon, je voulais savoir si les concepts naissent dans la tête du mathématicien sous la forme de formules ou bien si elles naissent dans la tête du mathématicien comme elles naissent dans la tête du philosophe, c'est-à-dire réellement comme concepts. Et puis pardon, Professeur, vous avez dit au début que les mathématiques cherchent la vérité. Alors, je voulais savoir de quelle vérité il s'agit, s'il s'agit de Dieu ou bien,

comment vous pouvez savoir que c'est la vérité. Merci.

Alors la vérité véritable, il faut que je dise simplement ce dont il s'agit. J'ai récemment appris que Riemann cherchait une formule prouvant l'existence de Dieu. C'est une anecdote, disons. Les concepts de géométrie non commutative ont une valeur philosophique. Bien qu'ils soient nés dans le contexte mathématique, leur force philosophique est définie avec précision. C'est en ce sens qu'il s'agit d'une vérité et non d'une théorie. Ce qui me fait toujours trembler. Un jour, j'ai rencontré par hasard un ami d'école, dans le train, ami à côté duquel nous étions assis, et il a commencé à me parler de son fils.

Cet ami avait été dans sa jeunesse étudiant en littérature, et alors, il m'a raconté l'histoire de son fils qui était malade depuis qu'il avait 3 ans. Quand l'enfant avait 5 ans, mon ami allait à la plage avec cet enfant. C'était un enfant étrange ; il ne nageait pas, il ne jouait pas, il restait là. Au bout d'une heure, il est retourné voir son père. "Papa, lui a-t-il dit, il n'y a pas de plus grand nombre." Son père, qui était un érudit, lui a demandé pourquoi il n'y avait pas de plus grand nombre, et cet enfant avait trouvé une preuve, et à mon avis, il n'y a pas de meilleure preuve que cela soit vrai.

J'ai alors dit à mon ami que son fils était un mathématicien. J'ai revu cet ami après de nombreuses années. Il m'a dit que son fils avait des problèmes avec son professeur de mathématiques : le professeur avait posé ce problème : une fleuriste a 200 fleurs, elle compose 5 bouquets de 17 fleurs. Combien lui reste-t-il de fleurs ? Le fils avait répondu 200. Donc, il n'a pas eu une bonne note. J'ai dit à mon ami que je souhaitais rencontrer son fils. Je l'ai rencontré quand il avait 12 ans. Je lui ai donné un petit livre à lire, un livre de Chéritat, et ce garçon, cet homme maintenant, est professeur de mathématiques à l'Université d'Orsay, qui est la meilleure faculté de mathématiques de France.

Et, Professeur, existe-t-il des preuves mathématiques de l'existence ou de la non-existence de Dieu ?

Je vais lier ma réponse à la réponse que j'ai donnée à la question de Madame. Non, ça, eh bien, c'est une question philosophique importante, mais ça n'est certainement pas une question mathématique. Je vais vous raconter une autre histoire, l'histoire d'un dîner, qui avait lieu dans une grande salle comme celle-ci, pleine de tables rondes où les gens mangeaient ensemble. Et à la fin du dîner, on pouvait poser des questions. Je trouvais ça un peu bête, et j'avais pensé à une question un peu idiote. Avant moi, il y avait eu un théologien qui était intervenu, juste avant que je puisse poser ma question. Ce théologien avait dit que, malgré toutes ses études théologiques, il était incapable de nous dire ce qui se passe après notre mort. Quand j'ai dû parler, j'ai dit ceci : le corps humain est composé de cellules, ces cellules se renouvellent tous les deux ans. Les cellules d'aujourd'hui ne sont pas les mêmes que celles d'il y a deux ans qui composent notre corps. Nous ne sommes pas un être matériel, nous sommes un schéma abstrait. Et ce que j'ai expliqué, c'est que le schéma abstrait de Galois ou de Riemann est plus vivant aujourd'hui que n'importe lequel d'entre nous. Nous sommes la trace que nous laissons.

Je vais vous poser une question aussi. Quel est votre numéro préféré ?

C'est une excellente question. D'accord. Ceci me permet de vous raconter une autre histoire,

excusez-moi. C'est l'histoire d'un grand physicien, Wolfgang Pauli. Wolfgang Pauli, toute sa vie, a été fasciné par le nombre 137, qui est un nombre premier. C'est donc un nombre très familier aux physiciens. C'est l'inverse de la constante de structure fine de l'électromagnétisme, qui n'est pas à proprement parler une constante, mais qui reste un nombre très important en physique : 137. Pauli était un auditeur pitoyable lors d'une conférence, dans le sens où, lorsqu'il y avait un conférencier avec lequel il n'était pas d'accord, il commençait à gigoter sur sa chaise. À la fin de sa vie, Pauli tomba malade et fut très, très agité lorsqu'il vit que la chambre dans laquelle il se trouvait était la chambre 137. Alors, Pauli est mort, il est allé au paradis. Et après un certain temps, il a eu un rendez-vous avec Dieu, et non pas avec le Diable. Il a demandé à Dieu l'explication du nombre 137. Dieu a commencé à dire : "Apportez un tableau". Puis Dieu s'est tenu devant le tableau et a commencé à expliquer pourquoi le nombre 137 était le nombre préféré de Pauli. Pauli a alors commencé à s'énerver à ce sujet. Pauli est devenu très méchant, et il a détruit plusieurs personnes.

Je suis sûr qu'il y a ici des professeurs de mathématiques et des élèves qui ont des questions à poser. Un micro circule dans la salle. Si des élèves ont envie de poser une question, ils sont les bienvenus.

Allez, peu importe. Allez, allez. Allez-vous parler maintenant ou allez-vous vous taire à jamais ?

On peut aussi mal parler des maths, car hélas, il n'est pas rare qu'il y ait des victimes qui détestent les maths à l'âge adulte parce qu'elles ont eu de mauvais professeurs dans leur jeunesse.

Bonjour. Je voulais vous demander, je vois que vous êtes une personne très joyeuse et spontanée, et je voulais vous demander, à votre avis, quel rôle joue l'ironie ? Comment, disons, parvenez-vous à vivre ce moment compliqué, je voulais vous demander si l'ironie est importante dans votre vie.

L'ironie est très importante car l'ironie est l'antidote à la présomption et la présomption est la pire chose qui puisse arriver à un chercheur. Essayer de tout découvrir, car pour trouver ne serait-ce qu'une infime particule de vérité... Ce qui compte, c'est l'humilité. Ce sont des mots à graver dans le marbre, hein ?

D'autres questions ? Sinon, j'en poserai une.

En fait, j'avais deux questions. La première est une question controversée : les mathématiques sont-elles vraiment le langage de l'univers, ou sommes-nous, les humains, ceux qui les ont inventées et qui les utilisent pour expliquer un univers que nous ne connaissons pas ? La deuxième est un peu plus personnelle.

Merci de les poser une à la fois. Donc par rapport à ces mathématiques qui seraient notre intermédiaire avec la nature, en fait, il faut prendre des exemples, pour se convaincre que l'univers connaît les mathématiques. La réponse la plus simple est de regarder le tableau périodique des éléments et de comprendre qu'avec le principe d'exclusion de Pauli, on peut reconstituer tout ce tableau. Ca me suffit. Quelle est votre deuxième question ?

Oui, merci. Oh, la deuxième question est un peu plus personnelle. Vous avez dit être venu ici pour faire un pèlerinage et visiter le tombeau de Riemann.

J'ai dit que j'étais un peu là par hasard, un peu comme Pauli, j'associe l'idée de pèlerinage à une quête plus intime, plus métaphysique, presque.

Vous êtes mathématicien. J'ai utilisé le mot "pèlerinage" car je ne parle pas trop français, désolé. Bref, je veux dire, que cherchiez-vous ? Essayiez-vous de vous rendre à l'endroit où Riemann avait vécu ?

Je veux dire que dans la mesure où j'associe les mathématiques à quelque chose de très rationnel, de très logique, ce recueillement sur la tombe de Riemann était plutôt pour moi une quête du mystère, entre mathématiciens, plutôt qu'un pèlerinage.

Nous assistons à l'invasion du rationnel par l'entrée de l'intelligence artificielle dans nos vies. Ce qui se passera, c'est qu'on ne sera bientôt plus capable de distinguer l'homme de la machine.

C'est exactement ce genre de chose, quand on étend à l'extrême la rationalité, on la détruit comme une petite fleur qui est en train de naître ; quand on essaie de rendre une idée rationnelle, c'est-à-dire de la réfréner, on la détruit. Il faut donc la traiter comme une fleur qui s'épanouit, et non comme quelque chose à ranger dans une boîte logique. C'est ce qui fait rêver la réflexion qui enrichit l'homme. De toute façon, les mathématiques sont une invention humaine.

Professeur, vous avez parlé d'intelligence artificielle. Elle progresse très rapidement. Faut-il en avoir peur, car pour l'instant, il semble un peu incontrôlable que l'intelligence artificielle soit incontrôlable.

Disons qu'il faut apprendre à la dominer, comme on domine les bêtes sauvages dans un cirque, à la dompter, mais il ne faut pas en avoir peur, il faut l'utiliser en sachant ce qu'elle est.

C'est formidable, tant de questions...

Excusez-moi, je voulais vous demander si vous aviez un nombre d'Erdős, et ce que vous pensez de Paul Erdős, puisque c'est un mathématicien que j'apprécie beaucoup et pour lequel j'ai un grand respect, et surtout, comment concevez-vous sa méthode de recherche ?

J'ai fait des recherches sur ce mathématicien, et je trouve sa méthode d'expression des nombres assez particulière.

Précisément parce que les problèmes compétitifs sont moins fréquents dans notre pays, mais extrêmement fréquents en France, car l'accès aux grandes écoles se fait par ce type de concours où il faut résoudre un certain nombre de problèmes en un temps limité. J'ai donné un exemple : de ce point de vue, l'intelligence artificielle sera bien plus performante que la capacité humaine à résoudre ce type de problèmes en peu de temps. L'échelle de valeurs qui placerait donc haut, sans aucun doute, le dilemme du prisonnier sera une originalité, et des mathématiciens comme Riemann et Galois occuperont à l'avenir une place encore plus importante grâce à leur créativité, ce que l'intelligence artificielle ne peut certainement pas faire. C'est mon avis. J'ai connu beaucoup de

gens qui étaient très, très, très doués pour réussir des concours et des examens, et qui, lorsqu'il s'agissait de faire de la recherche, ne travaillaient plus, n'avaient aucune créativité. D'accord.

Le Professeur Cassani nous dira lorsqu'il sera temps d'arrêter, mais je pense qu'il reste encore du temps pour quelques questions.

Je voulais vous poser une question, Professeur, en attendant, je voulais vous interroger sur la créativité. Vous avez exprimé votre intérêt pour la relation entre les mathématiques et la musique. Qu'est-ce que cela signifie ? Quelle est la relation entre les mathématiques et la musique ?

C'est une question à laquelle on peut répondre de nombreuses façons. Le rapport entre les deux est très intéressant. Je vous donnerai une réponse personnelle : dans mon cas, je n'ai pas le temps de faire de la musique comme je le voudrais, de jouer du piano autant que je le souhaiterais parce que ça demande du temps.

Le Professeur a un Steinway B211 à son domicile.

La dureté du monde mathématique fait que j'accumule en moi une... ce n'est pas une frustration, mais c'est une espèce de besoin d'avoir un rapport plus charnel à ma créativité. Et ce besoin d'un rapport plus charnel à ma créativité, je le comble en improvisant au piano.

Beaucoup d'élèves n'arrivent pas à aimer ce qu'on veut leur communiquer, peut-être qu'on les massacre, je ne sais pas comment dire, je le dis un peu mal, non ? Euh, je ne sais pas comment le dire. Statistiquement, il arrive souvent que les élèves aient du mal, ne comprennent pas ou n'aiment pas les mathématiques et c'est un vrai défi pour moi de les leur enseigner. Comment voyez-vous cette situation ?

Je ne connais pas l'enseignement des mathématiques en élémentaire. La première chose que j'aimerais dire à propos de pédagogie des mathématiques, c'est qu'elles sont la seule matière dans laquelle un élève peut avoir raison contre son professeur. Ce n'est généralement jamais vrai en Histoire, en chimie ou dans d'autres matières. Il faudrait aussi arriver à faire comprendre aux enseignants que de même que personne ne pourrait croire qu'il ou elle va apprendre à jouer du piano en lisant des livres, il faut bien comprendre que les mathématiques ne s'apprennent pas en lisant un livre, mais en les pratiquant.

Et quelle est la recette pour faire des mathématiques ?

Pas besoin de papier ni de stylo. Pour faire des mathématiques, il faut être habité par une question. Il faut passer des heures devant cette question sans savoir quoi faire, sans pouvoir la résoudre. Mais quand on est ainsi face un problème sans savoir le résoudre, on utilise le mot français "sécher devant le problème". Et quand, en fait, on a passé des heures sans savoir comment le résoudre, sans avoir écrit une seule formule, cette dernière est inscrite dans notre cerveau et elle prend vie. Et notre cerveau est fait de cette substance, de ces questions. Et donc, faire des maths, c'est nourrir le cerveau et lui permettre de s'épanouir comme une fleur.

Une autre question ?

Bonsoir. Tout d'abord, désolé pour ma langue, car je ne suis pas italien. Euh, j'ai deux questions. Premièrement, une question personnelle et deuxièmement, une question pour tout le monde.

Eh bien, première question, je fais actuellement ma thèse de doctorat en mathématiques en algèbre abstraite. Le titre de cette thèse est "Graded rings under Galois groups", quels conseils me donneriez-vous dans ce domaine ?

C'est une question assez vaste, et chaque mathématicien est particulier, il ne faut pas faire de généralité mais ce que je sais, c'est que la valeur ultime, c'est la persévérance. Nous devons donc nous attaquer au problème sans relâche, en restant toujours humbles, en gardant la vision, le rêve.

Merci. Ma question suivante est "À votre avis, d'ici 100 ans, une personne aura-t-elle résolu l'hypothèse de Riemann ?"

Avec tant de questions, nous pourrions rester ici jusqu'à minuit à discuter. Alors Monsieur le Professeur, je vous demanderai de conclure en répondant à une dernière question. Ma dernière question est la suivante : vous êtes également auteur de romans policiers ; vous avez écrit un roman policier, *Le théâtre quantique*.

Nous avons écrit deux romans policiers. L'un a été traduit en italien, son titre italien est *La Punta dell'Ago, un giallo quantistico*, et le sens du titre est fourni dans la préface de Carlo Rovelli.

Je me demande quand vous écrirez votre troisième thriller et si on verra un jour un film adapté d'un de ces thrillers.

C'est une bonne question. Nos livres ont été écrits par trois auteurs et l'une de nous trois est Danye Connes, qui est la dame assise au troisième rang et on se moque d'elle parce qu'elle parle en français. Nous avons vu le troisième auteur il y a une quinzaine de jours, c'était mon tuteur de thèse, et il a fêté ses 101 ans le 26 mai. On a une idée pour le troisième roman. On souhaite aborder davantage le thème de l'intelligence artificielle. Bon, on n'est pas très experts en la matière, mais c'est très drôle, alors je vais vous raconter. Donc, dans le deuxième roman, il y avait eu une sorte de communication avec des extraterrestres, qui nous avaient envoyé une quantité énorme d'informations stockées quelque part. Et dans le troisième roman, cet endroit de stockage, disons, n'était pas vraiment hermétique, il y avait eu une fuite, et cette fuite d'informations avait perverti l'intelligence artificielle, à tel point que si on lui demandait "Peux-tu m'aider à tondre la pelouse ?", la réponse de l'IA était : "Allez au Diable !". Et donc, pour le moment, ce roman est resté en attente.

D'accord, merci, Professeur. Laissons la parole au Professeur Cassani qui va clore cette conversation très intéressante.

Un grand merci à tous les invités. Merci au Professeur Moschella d'avoir organisé cet événement à Varèse et d'avoir généreusement offert ses services d'interprétation simultanée, ce qui n'est pas facile, je vous l'assure, ce n'est pas facile, car je l'ai fait depuis l'anglais, sans être un professionnel, ce

n'était pas facile. Merci, Rosi Brandi, d'avoir accepté ce rôle inédit, d'interviewer un mathématicien de renom. Je ne sais comment exprimer ma gratitude à Alain Connes d'être venu à Varèse, d'être parmi nous, et d'être disponible pour rencontrer non seulement les mathématiciens spécialistes de ces merveilleuses découvertes, mais aussi le public, les citoyens. Je crois que c'est un acte de générosité qui aura été très apprécié.