



Alain Connes

Dépasser les théories d'Einstein. C'est à cette nécessité que sont aujourd'hui confrontés les physiciens. Car tout ne tourne pas rond au royaume de la physique moderne, fondé par le génial Albert. Ses deux piliers théoriques, la relativité générale et la physique quantique, sont inconciliables. Pour unifier ces deux concepts, il faut une théorie nouvelle, révolutionnaire. Un Français, Alain Connes, s'est lancé dans cette quête par des voies originales et, d'ores et déjà, fructueuses.

Un pas. Ou deux. Des pas de géants, sûrement. C'est ce qu'il reste à faire au mathématicien français Alain Connes pour atteindre les sommets de la physique. Le pic de la Grande Unification, la crête de la Réconciliation ou le mont du Tout. Seulement, la pente est forte et la route loin d'être droite. La brume masque encore l'horizon. Alain Connes n'est pas le seul à tenter cette ascension, mais il a choisi une autre voie que la plupart des physiciens (*lire p. 62*). Parti de très loin, il les a peut-être rejoints. On ne sait jamais, sur ces montagnes aventureuses. En tout cas, en route, il a déjà permis >>

» aux mathématiques de grands bonds en avant et a dû créer ses propres outils pour grimper. Une nouvelle discipline, la géométrie non commutative, est née. Cela lui a valu force récompenses : médaille Fields en 1982, prix Clay en 2000, prix Crafoord en 2001, médaille d'or du CNRS en 2004... L'aspirant aux sommets est donc sérieux. « *En physique, ses idées n'ont pas mené à des découvertes nouvelles, mais le formalisme qu'il a introduit pour décrire les forces fondamentales est bien plus général que celui habituellement utilisé*, témoigne Robert Coquereaux, du Centre de physique théorique de Marseille. *Alain Connes apporte une autre vision qui peut donner des idées pour avancer. Et les comprendre élève l'esprit.* »

Et toutes les idées peuvent être bonnes pour remplir la mission : dépasser les théories d'Albert Einstein. Non par défi scientifique mais par nécessité. En effet, un siècle après les premiers articles du génial physicien, tout ne tourne pas rond dans la physique moderne. Le plus insupportable ? Ses deux piliers, les deux théories phares nées au  $xx^e$  siècle, la relativité générale et la physique quantique, sont inconciliables. La première décrit, peu ou prou, les grandes échelles (déplacement des planètes, des galaxies, expansion de l'Univers...); la seconde, plutôt l'infiniment petit (électrons, atomes, molécules...). Chacune a son formalisme et sa vision du monde. Dans l'une – l'univers d'Einstein –, tout semble déterministe et continu tandis que dans l'autre – l'étrange monde de la physique quantique –, les probabilités et les discontinuités sont légion... Problème, dans certaines situations, les physiciens ne peuvent se passer d'aucune d'entre elles et c'est le conflit. Les calculs divergent vers l'infini. Exemple type, le « début » de l'Univers, dans la soupe de particules initiales. Ou encore les trous noirs, ces chaudrons gloutons. Agaçant. La prochaine théorie devra donc unifier les deux concepts en une espèce de « gravitation quantique ». C'est le sommet que beaucoup cherchent à atteindre.

Tout le monde s'est donc lancé à l'assaut. Avec la conviction qu'à la fin de l'ascension, ce sera la révolution. Un bouleversement comparable à l'héliocentrisme de Copernic et Galilée; à la hauteur de la formalisation de l'attraction universelle de Newton; un

moment aussi intense qu'à l'apparition des idées relativistes d'Einstein. Les héritiers des géants sont prévenus. Il faudra dépasser leurs aînés. Tout simplement. Et comme à chaque fois, pour changer d'ère, il faudra changer d'espace. C'est-à-dire y ajouter de nouvelles dimensions, des formes étranges, des particules supplémentaires... Voir des attributs plus étonnants. Ou plus beau.

Ainsi, les théories d'Alain Connes dessinent des espaces contre-intuitifs, non commutatifs, dans lesquels l'ordre selon lequel les choses sont accomplies importe (*lire p. 55*). Il s'agit d'un monde de feuillets empilés, où une forte agitation règne entre les feuilles. Dans ce monde, on comprendrait enfin pourquoi le temps s'écoule dans un sens et pas dans l'autre. On y

**Dans ce monde, on comprendrait enfin pourquoi le temps s'écoule dans un sens et pas dans l'autre**

verrait l'électron non comme une particule élémentaire mais doté d'une structure interne comme un atome. Et les affreux infinis des calculs seraient domestiqués et contribueraient à l'harmonie générale... « *Si on trouve le bon espace, on attrapera tout d'un coup! Mais ce sera plus méchant qu'Einstein* », prévient

Michel Dubois-Violette, de l'université de Paris-Sud-Orsay.

Pour naviguer à l'intérieur de ces espaces, Alain Connes possède comme un don de double vue. Tantôt il « voit » avec ses yeux, tantôt avec les mains. Tantôt il opte pour la géométrie, tantôt pour les calculs ou l'algèbre. Dès qu'un problème ne se laisse pas « dessiner », il essaye des équations. Pour l'instant, cette dualité lui a permis d'avancer. Sans doute d'ailleurs, plus en maths qu'en physique. Mais l'histoire montre que, souvent, les premières ont précédé la seconde. Lorsque Einstein pose les bases de la relativité, les espaces non euclidiens dont il avait besoin avaient déjà été explorés par Carl Gauss ou Bernhard Riemann au siècle précédent. Lorsque Werner Heisenberg, en 1925, propose une nouvelle vision de la mécanique quantique avec des matrices, il utilise des outils inventés par le mathématicien David Hilbert. « *Il faut maintenant un nouvel Heisenberg pour faire le pont entre Connes et la physique* », résume Robert Coquereaux. Avançons prudemment sur ce chemin. Pas à pas.

Dossier réalisé par David Larousserie

Dans un espace non commutatif, représenté ici par un pavage dit de Penrose, fait de losange et de triangles, impossible de distinguer des points. Avec des lunettes classiques, on est perdu. Alain Connes a inventé la géométrie non commutative pour s'y retrouver.

# Dans quel espace vivons-nous ?

**A** quoi bon comprendre l'espace ! Tout a l'air si simple. Sur une carte, deux coordonnées suffisent à se repérer. En montagne ou dans le ciel, une troisième coordonnée, l'altitude, évite de se perdre. Que demander de plus ? Eh bien, du temps, par exemple. Dans l'espace d'Einstein, les points ne sont plus tout à fait des points ; ils embarquent avec eux une horloge. Les points deviennent des événements et se repèrent donc avec quatre coordonnées. La notion d'espace se corse.

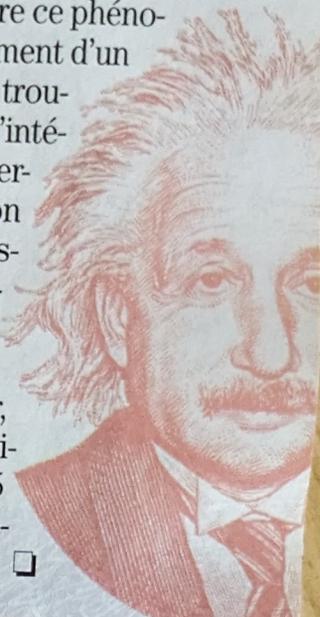
Dans le monde quantique, la situation empire. Une particule est décrite classiquement par sa position et sa vitesse, soit six coordonnées. Du coup, les physiciens préfèrent travailler avec des opérateurs ou des matrices agissant sur des ondes. Ils y gagnent peut-être en simplicité mais tombent sur un drôle de phénomène.

Alors que dans un environnement normal, l'ordre des opérations ne compte pas, dans le monde quantique si !  $3 \times 2$  ne donnent pas le même résultat que  $2 \times 3$ . « *Ce n'est pas la même chose d'ouvrir une canette puis de la boire, que de la boire puis de l'ouvrir* », résume à sa manière Alain Connes. En mécanique quantique, les opérateurs ne commutent pas. Lorsque le physicien Werner Heisenberg l'a découvert, en 1925, le choc a été brutal pour ses collègues. Pas pour les mathématiciens qui, hors de toute réalité matérielle, manipulaient déjà de tels espaces d'opérateurs, autrement appelés algèbres non commutatives. Mais, pragmatiques, les physiciens assimilèrent rapidement ces étranges résultats. Les descriptions des phénomènes n'étaient plus continues mais discrètes. Il ne fallait plus parler d'énergie mais de »

## La vision d'Einstein

### La relativité (1)

**Dans un train, en gare**, quand on voit par la fenêtre bouger les wagons voisins, pendant un instant on hésite : est-ce notre train ou le train voisin qui roule ? Galilée et Newton parlaient de relativité du mouvement pour décrire ce phénomène. Il est impossible de détecter le mouvement d'un train, d'un avion, d'un bateau dans lequel on se trouve, s'il se déplace à vitesse constante. Vu de l'intérieur, tout semble au repos. Mais pour un observateur extérieur, les choses bougent. Newton alla plus loin en postulant l'existence d'un espace absolu, une référence, permettant de déterminer le mouvement de tous les objets. Plus tard, Maxwell avec sa théorie électromagnétique « remplit » cet espace d'une matière, l'éther, support de la lumière et par rapport à quoi sa vitesse peut être déterminée. L'article de juin 1905 d'Albert Einstein tord le cou aux concepts d'espace absolu et d'éther (suite p. 56). □



» niveaux d'énergie ou de spectres. Il devenait impossible de connaître simultanément deux grandeurs qui ne commutent pas, comme la position et la vitesse, etc.

Pendant ce temps, les mathématiciens, perfectionnistes, cherchaient d'autres algèbres aussi divertissantes. Ils en ont tellement trouvé qu'ils s'y sont un peu perdus. Jusqu'à ce qu'Alain Connes entre en scène pour proposer une classification, qui lui vaut la médaille Fields, en 1982. « C'était un sujet dormant. Connes l'a réveillé », se souvient son aîné et collègue à l'Institut des hautes études scientifiques (IHES), Pierre Cartier.

« Dans un espace non commutatif, les points sont indiscernables les uns des autres », explique Alain Connes. Prenons par exemple une bouée, un tore en langage mathématique. Enroulons sur ce boudin un fil. Après un tour, le fil revient à son point de départ. Si maintenant le bobinage est effectué avec une légère inclinaison, le fil « avance » sur le tore jusqu'à le recouvrir totalement. En fait, il ne reviendra jamais exactement à son point de départ. Le bobinage se poursuit à l'infini. Du coup, sur un tore emboîné de plusieurs fils, il est impossible de distinguer ceux-ci. Dans cet espace particulier,

on est perdu! « C'est l'essence du non-commutatif : ne plus savoir où l'on est! », résume Alain Connes. L'espace est devenu flou, vu avec nos lunettes classiques. Mais pas moins réel. Si la physique quantique « vit » dans une algèbre non commutative, la théorie qui l'unifiera avec la gravitation pourra difficilement se passer de cette propriété insolite. « Il y a quelque chose dans la structure de l'espace qui nous force à dire cela. Tout ne sera pas non commutatif, sinon on s'y perdra, mais il y aura de la non-commutativité, modérément... », prévoit Pierre Cartier. **D. L.**

## Comment mesurer l'espace?

Après l'exploration de ces nouveaux espaces, Alain Connes s'est mis à les arpenter. Tel Eratosthène parti mesurer le rayon de la Terre en Egypte au III<sup>e</sup> siècle av. J.-C., ou les savants français en expédition sur le méridien terrestre au XVIII<sup>e</sup> siècle. Trouver la mesure de ces nouveaux espaces signifie tenter de calculer des distances, des surfaces, des volumes... Hélas! il s'est retrouvé démuné comme dans un désert envahi de mirages. Les bons vieux outils de la géométrie classique étaient inopérants dans ces espaces aux points devenus flous.

Habituellement, dans les espaces classiques dits euclidiens, il suffit de se munir d'un étalon de longueur, un objet physique de taille connue. Mathématiquement, rien n'empêche de

réduire sa taille à volonté. C'est la base du calcul infinitésimal. Dans l'espace-temps d'Einstein, la méthode s'applique aussi. Il suffit d'ajouter un soupçon de coordonnée temporelle aux trois coordonnées spatiales de l'étalon précédent. En revanche, dans les espaces non commutatifs, la technique habituelle ne fonctionne plus. Alain Connes a dû inventer de nouveaux outils et même, en 1980, une nouvelle discipline : la géométrie non commutative. « On peut dire que Connes y a pensé et a utilisé le mot avant même de bien le comprendre! », s'amuse aujourd'hui Pierre Cartier. Lui comme les autres peuvent maintenant s'y épanouir tranquillement : y faire des intégrales, résoudre des équations différentielles, calculer

des courbures, des distances... La technique s'étend même aux géométries fractales. « Au lieu de tendre un fil entre deux points pour mesurer leur distance, on envoie une onde entre les deux », explique ainsi Alain Connes. Formellement, le calcul consiste ensuite à évaluer le déphasage entre les deux points. Ou bien à calculer les « niveaux d'énergie » ou « spectres » de certains opérateurs de l'espace non commutatif. Beauté des maths, c'est exactement la philosophie qui, indépendamment, a été choisie pour définir le mètre. A l'origine, celui-ci est un étalon matériel en platine-iridium, correspondant à une fraction de la longueur du méridien terrestre. Mais sa définition a changé en 1983, afin de devenir plus universelle et immuable. Désormais, le mètre est défini comme le multiple d'une longueur d'onde atomique. Concrètement, celle-ci est mesurée en analysant les fréquences lumineuses émises par des atomes; c'est-à-dire des spectres. Exactement comme dans la méthode d'Alain Connes! L'identité amuse le chercheur qui voit aussi un lien plus profond avec la question mystérieuse et anodine laissée par le génial mathématicien, en retraite volontaire de sa discipline, Alexandre Grothendieck : « Qu'est-ce qu'un mètre? » Comme quoi la question de l'espace dans lequel nous vivons est fondamentale. **D. I.**

### La vision d'Einstein

#### La relativité (2)

**Selon Galilée et Newton** – c'est un postulat –, les lois de la physique sont les mêmes partout, quels que soient les référentiels en mouvement à vitesse constante. Einstein suggéra que cela devait être vrai pour la vitesse de la lumière. Ainsi, un rayon de lumière dans un train à grande vitesse ne se déplace pas plus vite pour un observateur resté à quai que pour un passager. Cela suppose un grand bouleversement : la mesure du temps et de l'espace doit être différente pour chacun des obser-

vateurs! Avec Einstein, désormais, chacun possède son propre mètre étalon et sa propre horloge. Les dimensions d'espace et de temps se lient entre elles pour former un espace-temps. Des formules mathématiques, dites transformations de Lorentz, permettent de passer d'un référentiel à un autre et de calculer les distances et les temps dans chacun des repères. Une conséquence étonnante est la contraction des distances : un objet en mouvement paraît plus court à un observateur fixe... Il n'y a plus d'espace absolu. □

## « Le mystère est motivant »

Alain Connes a fait au moins une erreur dans sa vie. Il a démissionné du CNRS pour rejoindre l'université en 1976: « C'était une erreur car ces postes ne laissent pas assez de temps pour travailler. Vous avez à peine le temps de vous échauffer sur un problème que vous êtes dérangé! » Alors, en 1981, il réintègre le CNRS!

A 58 ans, le chercheur, aujourd'hui à l'Institut des hautes études scientifiques (IHES),

a toujours la bougeotte. C'est vital. Dans sa tête, il doit rester en permanence en mouvement. « *Devant un mur (mathématique), il ne faut pas rester figé. Il faut se déplacer vers des problèmes annexes ou secondaires. Ou bien avoir d'autres sujets d'intérêt* », explique-t-il.

Jusqu'à présent, sa recette a bien marché. En 1972, il résout un problème compliqué dans le domaine des algèbres non commutatives. En 1980, il « in-

vente » une nouvelle discipline, la géométrie non commutative (*lire pp. 55 et 56*). Puis, en

1985, il énonce lors de sa conférence inaugurale au Collège de France, le programme de construction de cette nouvelle discipline. « *C'est un architecte* », résume Jean-Pierre Bourguignon, directeur de l'IHES. « *C'est un explorateur de mondes nouveaux* », préfère dire Pierre Cartier, un de ses collègues à l'IHES. C'est aussi un bâtisseur, car chose

rare, il va franchir lui-même la plupart des étapes qu'il avait annoncées. « *Beaucoup ont contribué mais Alain Connes a soulevé la plupart des blocs importants*, constate Jean-Pierre Bourguignon. *Ce travail est aussi gros que ses résultats de jeunesse.* »

Explorer, bâtir, soulever des blocs, ou jeter des ponts entre disciplines fatigue. On n' imagine pas à quel point, à voir cet homme au regard vif et au geste alerte qui explique ses espa-

**« En fait, on est le plus créatif lorsqu'on ne fait rien. Je veux dire, lorsqu'on fait autre chose que des maths »**

ces tordus. « *C'est difficile, car l'essentiel du travail consiste à tenter de discerner des choses obscures. Vous êtes dans le noir, sans certitude, souvent seul. Il faut se débrouiller, explique le mathématicien. En permanence, vous devez être attentif. Cette situation génère de la peur, de la frustration.* » Chez lui, s'accumulent les cahiers dans lesquels il fait ses calculs, ses hypothèses, ses essais. Même s'il apprécie depuis peu les facilités de l'ordinateur, il est encore capable de calculer à la main des centaines d'intégrales. Certains l'ont vu s'isoler plusieurs jours pour suer sur un problème. L'été, il préfère travailler quand les autres sont en vacances ou en conférences. Même quand il n'est pas penché sur sa feuille, il est actif! « *En fait, on est le plus créatif lorsqu'on ne fait rien. Je veux dire, lorsqu'on fait autre chose que des maths. Des promenades, par exemple. Il faut accepter de perdre son temps pour se construire une image mentale*

*du problème* », résume Alain Connes. L'étincelle est alors prête à jaillir. Comme en 1972, dans son Ami 6, alors qu'il était arrêté à un feu rouge. « *Un truc a cliqué dans ma tête. J'ai eu la certitude absolue qu'une idée allait marcher* », raconte-t-il. La médaille Fields, récompense suprême en mathématiques, était au bout. Vingt-cinq ans plus tard, rebelote ou presque. Avec son collègue Dirk Kreimer, il partage une semaine de joie après avoir dénoué un bout du problème de la renormalisation (*lire p. 60*). « *On peut se rendre malade à travailler. On se vide!* », soupire-t-il.

Malgré la solitude et la dureté de son activité, ce Méridional n'est pas enfermé dans sa tour d'ivoire. Comme si son énergie interne débordait à l'extérieur. A peine formulée une question, il commence déjà à y répondre. « *C'est un volcan d'idées* », raconte Carlo Rovelli, du Centre de physique théorique de Marseille, qui a écrit avec lui un article sur le temps. « *Il partage ses idées et les donne volontiers à ses étudiants. C'est un enthousiaste* », témoigne Pierre Cartier. « *Il est très motivant pour les jeunes. Il les encourage* », renchérit Matilde Marcolli, de l'Institut Max-Planck de Bonn, avec qui il a fait un nouveau pas vers les sommets des maths et de la physique. Lequel atteindra-t-il en premier? Celui de l'unification des forces fondamentales de la physique après lequel courent des milliers de chercheurs ou celui du secret des nombres premiers, mis à prix un million de dollars? Qu'importe. « *L'essentiel est d'avoir des problèmes non résolus auxquels s'attaquer. Les objets (comme les nombres premiers ou les particules) ont beau être simples, la connaissance que nous en avons est faible*, résume Alain Connes. *Le mystère est motivant.* »

D. L.

## » D'où vient le temps ?

Lors de ses explorations des mondes non commutatifs, Alain Connes est tombé sur une étrange propriété. Le temps jaillit de l'espace... Ou si l'on préfère, l'espace engendre le temps. C'est inhabituel en physique. En général, les scientifiques procèdent autrement : ils calculent l'évolution temporelle d'un « système », et notamment ses éventuels états d'équilibre, à partir de l'opérateur qui agit sur lui. Ainsi, l'action d'une certaine fonction, appelée hamiltonien, sur un pendule, permet d'en prévoir les oscillations. L'action du hamiltonien, par exemple sur l'électron, permet de parfaitement décrire le mouvement de ce dernier autour d'un noyau atomique.

Avec Alain Connes, c'est presque le contraire. Il part des états d'équilibre d'un système et en déduit l'évolution temporelle ! L'analyse de la structure de l'algèbre sous-jacente au problème lui permet de trouver les états d'équilibre et donc le temps. L'espace crée du temps. Grâce à la non-commutativité.

Ce n'est d'ailleurs pas la première fois. En mécanique quantique, cette propriété est à l'origine du principe d'incertitude. Comme position et vitesse ne commutent pas, il est impossible de les connaître simultanément avec une précision infinie. Cette fois, la particularité mathématique a été source du temps. Non sans d'étranges conséquences. Des oasis de tranquillité surgissent, où le temps est suspendu.

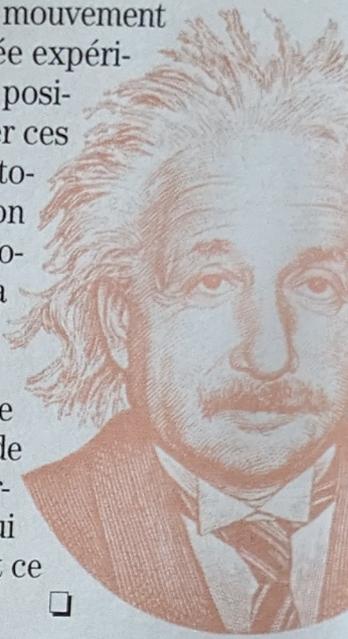
Il est invariant. Tout comme la vitesse de la lumière est un invariant en théorie de la relativité (*lire p. 56*). Le temps peut aussi être cyclique et avoir des périodes. Ou bien, il pourrait apparaître des échelles de temps, de même qu'existent des échelles d'énergie ou de distance ; des temps en dessous desquels il serait impossible de descendre...



### La vision d'Einstein

## La dilatation du temps

**Einstein a chamboulé la notion de temps.** Les transformations de Lorentz (*lire p. 56*) impliquent par exemple que le temps s'écoule plus lentement dans une voiture filant à vive allure que pour un spectateur immobile sur la route. Le temps n'est plus une notion absolue mais bien relative. La différence entre des horloges en mouvement et au « repos » a été observée expérimentalement. Le système de positionnement GPS doit corriger ces effets pour être efficace. Historiquement, cette question du temps et de la synchronisation des horloges a mis Einstein sur la voie de sa théorie de la relativité restreinte. Finalement, chaque point de l'espace-temps possède sa propre horloge. C'est Hermann Minkowski, en 1908, qui formalisa mathématiquement ce monde à quatre dimensions. □



**Les théories d'unification cherchent à comprendre pourquoi le temps s'écoule dans un seul sens.**

« Avec Carlo Rovelli, j'ai fait l'hypothèse que le temps qui passe, le temps que l'on ressent, le temps de la thermodynamique a un lien avec la non-commutativité de l'espace. Si le temps passe, c'est parce que nous baignons dans le bain de température à 2,7 K, vestige du Big Bang », ose le chercheur. L'hypothèse n'est pas démontrée mais résoudrait le mystère de la flèche du temps. Pourquoi, bien que les équations soient réversibles dans le temps, personne n'a-t-il vu un œuf cassé se reformer ?

D. L.

## Où sont les particules ?

En 1985, Alain Connes, désormais familier des nouveaux espaces non commutatifs, se frotte véritablement à la physique. Il se penche même sur l'un de ses plus beaux fleurons, le modèle standard. Ce modèle décrit comment s'organisent toutes les particules élémentaires, électrons, quarks ou autres bosons. Il a parfaitement résisté aux tests expérimentaux, confirmant voire prédisant les propriétés précises des particules découvertes

dans les accélérateurs de haute énergie. Bref, du solide. « Ma philosophie est de partir des calculs sophistiqués de la physique qui sont bien validés par l'expérience. J'essaie alors de les comprendre », explique le chercheur. Il remarque immédiatement une incongruité dans le modèle. D'un côté, il y a un espace physique, celui d'Einstein, avec ses quatre dimensions de temps et d'espace. De l'autre, les particules, « mises » dans cet espace. Or,

le monde des particules ne possède pas tout à fait les mêmes symétries que l'espace-temps. Dans ce dernier, la symétrie essentielle est le principe d'équivalence d'Einstein (*lire p. 59*). Les particules ont, elles, des symétries internes comme le spin, sorte de petite toupie intrinsèque. Chez les quarks, qui constituent notamment les protons et les neutrons, s'en trouve une autre encore : la couleur, avec des règles précises de mélange. Chacune des forces (hors la gravité) possède aussi ses symétries, appelées symétries de jauge, qui contraignent le modèle. Tout l'art du mathématicien

Connes a été d'essayer de construire un espace qui engloberait toutes ces symétries à la fois. Et il l'a trouvé!

Evidemment, il est non commutatif. Mais un peu seulement... Supposons un instant que notre univers à quatre dimensions soit une feuille de papier à deux dimensions (nous serions plus plats que des fourmis). Alors, le nouveau monde serait une dimension discrète (c'est-à-dire non continue) supplémentaire correspondant à l'existence de deux côtés de la feuille. L'écart entre les deux faces est mince mais pas nul. De surcroît, il peut fluctuer. La propriété de non-commutativité se fait surtout sentir par cet espace discret apparemment vide. Apparemment car, en physique, le vide n'est jamais vraiment vide. Celui-ci abriterait même un trésor, une célèbre particule fantôme, après laquelle tout le monde court, le boson de Higgs. Nouveau miracle de la géométrie non commutative, cette particule fugitive, qui expliquerait la masse de toutes les autres particules, apparaît dans la procédure de calcul différentiel propre à cette géométrie. Traverser la feuille ou passer d'une feuille à l'autre ne peut plus s'accomplir de la manière continue et infinitésimale banale qui régit les déplacements dans l'espace classique. En revanche, le calcul « infinitésimal » *ad hoc* dans l'espace entre deux feuillets « crée » le fameux boson de Higgs. La masse prédite par Connes pour cette particule, à 30 % près, est tout à fait dans les estimations données par la plupart des autres modèles. En particulier, ce boson sera à la portée du futur accélérateur de particules du Cern, le LHC, qui fera ses premières collisions en 2007.

Mieux, dans ce nouvel espace, il n'y a pas que le Higgs. En cherchant bien, on y découvre tous les autres paramètres du modèle standard! C'était la moindre des choses... « C'est en quelque sorte le même pas qu'a réalisé Minkowski, il y a presque cent ans. Il cherchait un espace correspondant

**Le vide n'est jamais vide. En permanence des particules naissent, meurent ou se transforment.**

*aux symétries de Lorentz qui permettent de passer d'un repère à un autre ayant une vitesse uniforme. Il a trouvé ainsi l'espace-temps », résume Alain Connes. Malheureusement, ces résultats n'apportent rien aux physiciens, qui connaissent leur modèle sur le bout des doigts. Sauf que la philosophie, les outils et le formalisme sont très différents. Par exemple, alors*

qu'il faut quarante pages d'équations pour décrire le modèle standard à la sauce des physiciens, il ne faut plus que deux lignes à la manière d'Alain Connes. « *La rationalité atteint un niveau supérieur. C'est prodigieux* », s'enthousiasme Pierre Cartier. Ce n'est pas fini... Il reste à « quantifier » le problème, c'est-à-dire à s'attaquer aux calculs proprement dits. **D. L.** »

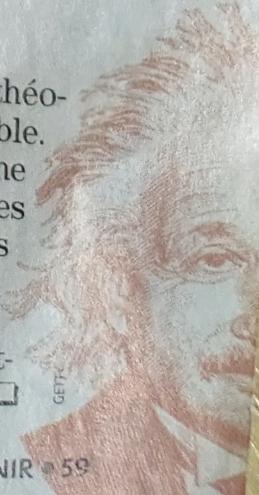
## La vision d'Einstein

### La relativité générale

**Le principe de relativité** galiléenne concerne les objets en mouvement à vitesse constante. Albert Einstein, en 1915, étend ce principe au cas des mouvements accélérés. Plutôt que de dire que dans un référentiel en mouvement à vitesse constante, il ne se passe « rien », il généralise en disant que dans un référentiel accéléré, tout se passe comme si les objets étaient sou-

mis à une force de gravitation. Un ascenseur en chute libre annule la pesanteur pour ses passagers; tirer un ascenseur dans l'espace va « enfoncer » les voyageurs au fond de l'enceinte... C'est le principe d'équivalence entre masse pesante et masse d'inertie. Einstein montre aussi que la gravitation a la capacité de déformer la structure de l'espace-temps. La bonne vieille

géométrie euclidienne avec son théorème de Pythagore n'est plus valable. La géométrie devient non euclidienne ou riemannienne. Les grosses masses comme les planètes ou les galaxies courbent les rayons lumineux. La gravitation influence le cours du temps: des horloges en altitude battent moins vite la seconde... □



## » Comment éviter l'infini ?

La philosophie d'Alain Connes est, on l'aura compris, de traquer les mathématiques derrière les idées physiques. Après avoir démontré son savoir-faire en jouant avec les ingrédients des « cuisiniers » de la physique, il s'est donc occupé de comprendre leurs tours de main.

Dès que les physiciens appliquent le modèle standard pour estimer les propriétés fines des particules, la plupart de leurs calculs se mettent à diverger, à devenir infinis. La mayonnaise ne prend pas. C'est pourquoi ils ont inventé une procédure particulièrement habile pour se sortir de ce mauvais pas. Et pour donner du sens à ce qui n'en a pas. Cette technique s'appelle la « renormalisation ». Bien que ses bases conceptuelles soient mal définies, elle est redoutablement efficace pour prévoir comment les particules interagissent. Sans elle, le modèle standard serait inopérant.

A l'origine, une simple balle dans l'eau posait problème. Au XIX<sup>e</sup> siècle, le mathématicien britannique George Green essaie de calculer l'accélération initiale d'une balle plongée dans l'eau, lâchée sans vitesse. Il évalue que, soumise à la poussée d'Archimède, la balle devrait avoir une accélération de plus de onze fois son poids. Au lieu de deux, dans la réalité ! Cette « divergence » a été résolue en définissant une masse effective pour la balle dans l'eau, différente de la masse hors de l'eau.

Pour les particules, le problème est identique : des calculs sans précaution donnent des résultats aberrants. Pour les éviter, il faut aussi définir des paramètres effectifs. Seulement, s'il est facile de sortir une balle de l'eau et connaître sa masse, il est impossible d'extraire une particule du champ électromagnétique qui l'entoure. Qu'à cela ne tienne, les physiciens découpent le problème en plusieurs mor-

ceaux et gardent les plus gros.

Malheureusement, il reste encore souvent des pathologies divergentes. Il faut alors des regroupements audacieux de morceaux, pour éliminer tous les problèmes. La procédure est très codifiée et elle marche ! Mais pourquoi ? Alain Connes, aidé de Dirk Kreimer de l'IHES et de Matilde Marcolli de l'Institut Max Planck en mathématiques de Bonn, a commencé de comprendre.

Il a exhibé peu à peu les structures cachées du problème. En coulisses, se dissimule ce que les mathématiciens appellent un groupe, c'est-à-dire un ensemble d'objets muni d'une opération, baptisée produit. Le produit entre deux objets redonne un membre du

groupe. Par exemple, en géométrie, les rotations forment un groupe. Deux rotations successives sont une rotation d'un angle, qui est la somme des angles des deux rotations composées. Lorsqu'un mathématicien trouve un groupe, il est ravi car le problème se simplifie immédiatement. Si les solutions d'une équation for-

ment un groupe, alors il suffit d'en trouver une seule pour trouver toutes les autres ! Trouver un groupe permet aussi de jeter des ponts avec d'autres groupes *a priori* sans rapport et, grâce à ces connexions, de découvrir de nouvelles propriétés.

C'est ce qui est arrivé avec la renormalisation. D'abord, Dirk Kreimer a trouvé une structure mathématique dans la procédure un peu « empirique » des physiciens. Puis avec Connes, il a compris que cette structure était identique à une autre, découverte plus tôt par Connes et Henri Moscovici (à l'université de l'Ohio, aux États-Unis) lors de calculs en géométrie non commutative. Enfin, tous deux ont réalisé que le tour de main des physiciens est le même qu'une recette de mathématicien pour résoudre un

**Tout se passe comme si les divergences du modèle standard révélaient en fait la nature de l'espace-temps**

**Pour résoudre de délicats problèmes, les physiciens sont obligés de les « découper » en petits morceaux et de les regrouper afin d'éviter des infinis dans les calculs. Les derniers travaux d'Alain Connes donnent un cadre plus rigoureux à ces procédures efficaces mais pas toujours bien comprises.**

problème *a priori* sans lien. Du coup, Dirk Kreimer en a déduit une nouvelle façon de « cuisiner » le modèle standard. Il a convaincu des physiciens de l'employer pour calculer avec encore plus de précision (et plus de facilité) des branches du modèle qui seront testées au LHC, au Cern à Genève.

Ensuite, Alain Connes et Matilde Marcolli ont jeté un nouveau pont entre la renormalisation et les mathématiques. Et sont tombés sur un groupe de symétrie « cosmique », de nature universelle, dont l'existence avait été conjecturée par Pierre Cartier. Le plus beau est que cette structure est intimement liée à la présence des fameuses et indésirables divergences. Sans elles, pas de groupe. Tout se passe comme si les divergences étaient indispensables et révélaient la véritable nature de l'espace-temps. « Sans ces divergences, le monde serait un peu "rasoir" », lance Alain Connes. De fait, pour arriver à ses fins, la paire de mathématiciens a dû « altérer » la géométrie de l'espace. Formellement, ils ont fait apparaître de nouvelles dimensions non commutatives. Encore ! Il se pourrait qu'elles aient une parenté avec celles trouvées précédemment lors de la géométrisation du modèle standard.

L'horizon s'éclaircit. Le sommet n'est peut-être plus très loin. Depuis le début, Alain Connes cherche à at-



le non-spécialiste, à ces morceaux d'un problème qu'on éclate, et dont chacun contient tout le problème. » Un peu comme les morceaux d'équations manipulés par les physiciens.

Enfin, Alain Connes ne s'est pas éloigné tant que ça de son autre dada, la théorie des nombres et son Graal, la structure de l'ensemble des nombres premiers. « *Les nombres premiers sont un peu des particules élémentaires pour les mathématiciens* », explique-t-il. Justement, les équations de la physique recèlent des nombres qui interviennent aussi dans les calculs de nombres premiers. Alors, trouver la valeur des constantes de la physique ou chercher des nombres premiers n'est pas si différent. Alain Connes aime décidément les sommets. D. L. >>

traper l'espace complet dans lequel unifier gravitation et physique quantique. Pour lui, cela revient à comprendre les transformations ou les symétries qui agissent sur cet espace. Aussi sûrement qu'un cercle est différent d'un carré parce qu'il ne possède pas les mêmes symétries. Convaincu de l'importance de la non-commutativité dans ce défi, notamment à cause de la mécanique quantique, il a commencé par bâtir toute une série d'outils pour explorer ce nouveau monde potentiel. Puis le chercheur s'est attaqué aux deux joyaux de la physique moderne. D'un côté, avec le modèle standard, il a compris que mettre ensemble gravitation et particules impose une nouvelle géométrie. Une dimension non continue supplémentaire apparaît dans l'épaisseur de notre espace-temps classique. La non-commutativité de cette dimension permet de calculer les paramètres du modèle standard. De l'autre côté, avec la procédure de renormalisation, il a découvert un nouvel espace, possédant encore une dimension supplémentaire. Surtout, il jette une lumière nouvelle sur les

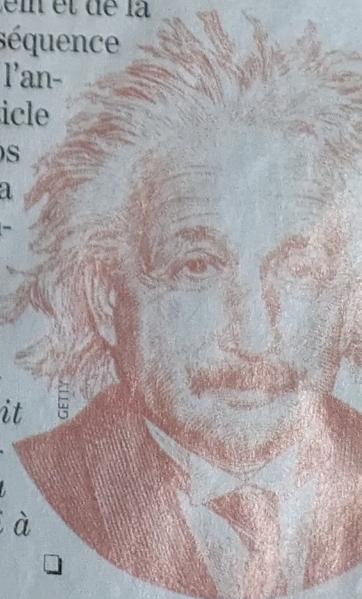
divergences qui empoisonnent la vie des physiciens. « *Il faut maintenant unifier ces deux travaux et caractériser les espaces abstraits qui en découlent. Cela progresse, résume Alain Connes. C'est peut-être un pas aussi énorme que les précédents. Ce sera dur et la physique est sans doute plus subtile qu'on ne croit.* »

Si la récolte est difficile en physique, Alain Connes pourra toujours se rabattre sur les mathématiques. En trouvant ce groupe avec Marcolli, il a fait le lien avec un des 21 célèbres problèmes que David Hilbert avait lancés à la communauté en 1900, sous forme de défi. Tout comme avec un morceau largement aussi « mystérieux », riche et foisonnant que la géométrie non commutative : la théorie des motifs d'Alexandre Grothendieck. « *Comme Connes, Grothendieck a inventé le concept avant de l'avoir saisi*, rappelle Pierre Cartier. *Nous voyons apparaître un lien entre la gymnastique de la renormalisation et les puzzles de Grothendieck. Les motifs ressemblent, pour*

### La vision d'Einstein

$$E = mc^2$$

C'est la plus célèbre formule d'Einstein et de la physique. Mais ce n'est qu'une conséquence de la relativité restreinte. Einstein ne l'annonce que quelques mois après son article fondateur. Elle signifie que si un corps gagne de l'énergie, par chauffage, sa masse augmente ; s'il en perd, par rayonnement, sa masse diminue. Ses effets ne se font sentir qu'au niveau des hautes énergies qui lient les protons et les neutrons, c'est-à-dire au cœur de la matière. Dans son livre *Si Einstein m'était conté\**, Thibault Damour rappelle qu'elle n'a pas aidé à « la découverte de la possibilité d'une bombe atomique, ni à sa conception, ni à sa réalisation ». □



» Alternatives

## Qui l'emportera ?

Autres voies explorées par les chercheurs pour réconcilier la relativité générale et la physique quantique : la théorie des cordes et celles des univers parallèles.

L'unification des quatre forces de la Nature ou la réconciliation entre les deux visions du monde relativiste et quantique ne passionne pas qu'Alain Connes. « *Nous vivons une époque excitante. Les mathématiques et la physique théorique s'interpénètrent à nouveau. Des bouts séparés essayent de se rejoindre* », rappelle Pierre Cartier.

En fait, depuis les formidables moissons théoriques et expérimentales dans les accélérateurs de particules dans les années 1970, toute une communauté de physiciens s'échine sur ces problèmes. L'écrasante majorité explore la voie de la théorie des cordes, impulsée à la fin des années 1970. Côté bouleversement spatio-temporel, elle n'a rien à envier aux espaces non commutatifs. Dans ce modèle, les particules élémentaires ne sont plus élémentaires ! Elles sont en fait des petits brins de cordes minuscules, des milliards de milliards de fois plus petits qu'un proton, qui vibrent. Telle une corde de guitare, cette corde ori-

ginelle crée plusieurs notes qui sont autant de particules. De la vibration microscopique jaillissent les quarks, les électrons et les bosons responsables des différentes forces.

L'autre fait nouveau est que ces cordes se déploient dans un espace bien plus compliqué que le nôtre. Il devrait posséder dix dimensions supplémentaires ! Si personne ne les a encore vues, c'est qu'elles sont très petites (du même ordre de grandeur qu'une corde) ou bien c'est qu'elles sont repliées sur elles-mêmes, d'une façon très compacte bien entendu. Elles seraient l'analogie de l'épaisseur d'un câble à notre échelle. Sur un filin, un acrobate ne peut se déplacer qu'à une dimension. Mais, vu de près, rien n'empêche une fourmi de se mouvoir à deux dimensions ; la seconde dimension étant l'épaisseur du câble qui permet à l'insecte d'en faire le tour. En théorie des cordes, il faudrait imaginer sept dimensions « enroulées » de cette façon... Une autre possibilité pour expliquer l'invisibilité de ces dimensions est de dire qu'elles sont transparentes à la plupart de nos for-

**Si ces modèles sont séduisants pour l'esprit, ils restent pour le moment, et pour longtemps sûrement, hors de portée de l'expérience**

ces, sauf la gravitation. Nos « yeux », *via* les photons de la lumière ne sauraient les voir. Du coup, elles pourraient devenir géantes sans que nous n'en sachions rien (voir *Sciences et Avenir* n° 648, février 2001).

Les dernières années ont ajouté encore du raffinement à la complexité géométrique de notre univers. Il y aurait des univers parallèles (voir *Sciences et Avenir* n° 673, mars 2003). Nous vivrions sur des membranes empilées les unes sur les autres et « collées » *via* les forces de gravitation. Impossible de savoir ce qui se passe sur une autre membrane, qui pourrait tout aussi bien abriter un univers comme le nôtre, en retard ou en avance. « *L'espace et le temps pourraient représenter beaucoup plus que ce que nous imaginions. Ce que nous pensions être "tout" pourrait n'être qu'un petit élément d'une réalité beaucoup plus riche* », résume Brian Greene de l'université Columbia, à New York, dans son dernier livre, *la Magie du Cosmos* (à paraître chez Robert Laffont).

Ces mondes sont séduisants pour l'esprit. Sur le papier, ils existent. Mais dans la réalité ? Pour l'instant et pour longtemps sûrement, les tailles de ces nouveaux objets sont hors de portée de l'expérience. Seules des observations indirectes pourraient trancher entre tous ces modèles qui prédisent des tailles de cordes, de dimensions, ou de membranes très diverses. Dans les accélérateurs de particules de prochaines générations, de nouvelles particules ou de mini-trous noirs éphémères seraient de bons indices. Dans l'Univers, l'étude de quelques anomalies dans les photos de ses premiers instants mettrait aussi sur la piste. Cet éloignement de la réalité et surtout la domination « sociologique » de ces idées a le don d'irriter Alain Connes, qui préfère rester plus terre à terre et trouver le bon espace qui colle à la réalité d'aujourd'hui... D. L.

Illustrations conçues et réalisées par Didier Florentz

### L'espace-temps en boucle

La théorie quantique des boucles (*quantum loop gravity*) est encore une idée qui attend sa vérification. Conçue à la fin des années 1980 par Carlo Rovelli et par Lee Smolin, de l'université de Pennsylvanie, aux États-Unis, cette théorie imagine un espace-temps granulaire formant des boucles à la manière des lignes de champs magnétiques

circulant entre pôle nord et pôle sud. Tout devient quantifié, l'espace, la gravitation et aussi le temps qui ne peut donc plus prendre toutes les valeurs possibles. Une piste de confirmation expérimentale serait à chercher dans l'univers *via* des anomalies de propagation de la lumière liées à l'existence de ces boucles. □