

Espaces et modèles

Alain Connes

Thibault Damour

Alain Connes est mathématicien, Professeur au Collège de France et à l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques, auteur de "Matière à pensée" (Odile Jacob) et "Géométrie non commutative" (Inter Editions).

Thibault Damour est physicien théoricien, Professeur à l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Directeur de recherche au CNRS et à l'Observatoire de Paris.

ALAIN CONNES : Je pense qu'on pourrait commencer par évoquer comment dans le passé la notion d'espace est apparue de manière de plus en plus précise pour les physiciens. Donc... si tu veux bien...

THIBAUT DAMOUR : Oui, effectivement, c'est une bonne question, une bonne façon d'aborder le débat. Il me semble qu'on peut commencer à Newton. Newton a hérité d'une conception de l'espace qui remonte aux Grecs. Mais, c'est Newton le premier qui, en tant que physicien, a eu vraiment besoin d'un espace pour fonder la physique qu'il créait. Et ce qui caractérise l'espace de Newton, c'est d'abord le mélange d'une structure mathématique, que Newton n'a pas inventée, qui était celle de l'espace des Grecs, de l'espace euclidien, avec une structure simple, un ensemble de points, une notion de distance et puis, une certaine position philosophique à propos de cet espace qui était la croyance en la réalité de cet espace, réalité au sens naïf, c'est-à-dire que l'espace, vraiment, est une chose qui préexiste en dehors de nous. Or cette conception, qui est entrée dans la physique historiquement donc en 1687, quand Newton a publié son œuvre maîtresse, cette conception a été mise en doute tout de suite par d'autres physiciens-mathématiciens, comme Leibniz, disons grossièrement pour lequel l'espace en fait n'était pas une chose préexistante aux objets, mais n'était comme il disait qu'un ordre des coexistants, disons, l'ensemble des relations entre objets, entre choses existant en soi, l'ensemble de leurs relations réciproques, de leur configuration

Transcription d'un entretien visionnable à l'Institut National de l'Audiovisuel (INA).

Référence de la vidéo :

<https://www.primevideo.com/detail/Espaces-et-mod%C3%A8les/0L4FTZOKK8WG666ZJ9NTDYEPFY>.

Transcription : Denise Vella-Chemla, janvier 2022.

géométrique définissait l'espace, mais l'espace n'existait pas en tant qu'objet lui-même. Mais en fait, ces deux conceptions, que l'on pourrait croire être des positions extrêmes de l'existence de l'espace, soit l'espace existe, soit il n'existe que des objets, la matière, il n'existe pas d'espace, ont été plus tard réexaminées par Kant, et bien que ça ne soit pas le but de notre entretien de parler dans le moindre détail de la philosophie, juste se souvenir que Kant a perçu profondément qu'en fait, ce n'était ni Newton, ni Leibniz qui avaient raison, qu'on ne pouvait pas concevoir l'espace comme existant réellement, ni la matière comme existant seulement, et l'espace étant une illusion liée aux configurations de la matière, mais qu'en fait, nécessairement, il fallait poser l'espace mathématiquement, comme un a priori mathématique, une chose idéale, qui n'est pas une chose de la réalité et que c'est cet espace comme structure mathématique posée a priori qui permet ensuite de faire de la physique, et que les objets n'acquièrent de réalité que s'il y a un espace de fond dans lequel on puisse les poser.

ALAIN CONNES : L'espace, c'est un mot qu'on emploie, c'est le théâtre dans lequel tous les phénomènes physiques se produisent. Evidemment, on peut dire qu'il n'y a pas de théâtre, qu'il n'y a que les phénomènes physiques eux-mêmes, mais je ne comprends pas bien l'opposition entre le point de vue de Leibniz et le point de vue de Newton, au sens où, si tu veux, il faudrait que tu expliques plus en quel sens pour Newton, l'espace même vide avait un sens, existait, contrairement à Leibniz. J'arrivais à voir plus difficilement la nuance entre les deux.

THIBAUT DAMOUR : Oui, en fait, visiblement, tu es familier avec l'approche newtonienne parce que...

ALAIN CONNES : Tout à fait.

THIBAUT DAMOUR : ... pour Newton, c'est ce que tu viens de dire, l'espace est un grand théâtre vide, qui préexiste à l'existence des objets que l'on peut mettre dedans, même s'il n'y a pas de matière, l'espace est là, d'abord. L'espace est là, réellement. Alors pour essayer de... bon, l'idée de Leibniz, le problème, c'est qu'elle n'a jamais été mathématisée. En termes modernes, en fait, c'est très proche d'une idée, de certaines idées par exemples de Bacry¹,

1. Henri Bacry, physicien français, 1928-2010.

avec lesquelles tu es familier...

ALAIN CONNES : Oui.

THIBAUT DAMOUR : ... qui seraient que ce qui existe vraiment, c'est la matière, bon. En termes modernes, disons, la matière est décrite comme des vecteurs, dans, ce qu'il faut bien appeler espace, mais qui n'est pas du tout l'espace ordinaire, qui s'appelle espace de Fock, ou espace de Hilbert, plus généralement. Donc en fait, la matière elle-même est donnée, indépendamment de l'espace habituel dans lequel elle se place, c'est la matière qui est donnée de façon primordiale, et on pourrait considérer que Leibniz a défini un programme qui, étant donnée la description mathématique de la matière en physique des particules moderne, c'est-à-dire cet espace de Hilbert, est-ce que je peux quelque part retrouver l'espace avec ses trois dimensions habituelles à partir des vecteurs de cet espace de Hilbert qui définit la matière.

ALAIN CONNES : Ce que je ne comprends pas bien dans le point de vue de Leibniz, justement, c'est comment, en rejetant la notion d'espace, même d'espace vide, comment on arrive à faire une physique qui a un contact quelconque avec les modèles actuels même.

THIBAUT DAMOUR : Oui, bon, en fait, tu as tout à fait raison : le programme de Leibniz n'a jamais marché. Leibniz l'a esquissé, c'était une réaction intuitive ; il y a quelque chose qui lui semblait insatisfaisant dans la synthèse newtonienne et il n'a jamais réussi à proposer mieux. Donc ça reste toujours un programme. On peut essayer de regarder maintenant qu'est-ce que Leibniz trouvait insatisfaisant dans l'attitude newtonienne, puisque ça, ça reste avec nous en fait. Donc ce qui le gênait, c'était que l'espace soit une chose supposée exister indépendamment des objets, qu'on ne puisse jamais le toucher, l'espace, et pourtant, qu'il ait une certaine conséquence visible, en particulier, la notion de repos absolu, et la notion de déplacement à vitesse constante, c'est-à-dire le principe d'inertie, qu'on puisse distinguer si on est dans un train qui se déplace à vitesse uniforme, ou si on est dans un merry-go-round, dans un manège qui tourne à grande vitesse, il y a des effets, là, Newton disait ce sont des effets réels, qui distinguent un repère accéléré et un repère qui ne l'est pas et par conséquent, il doit y avoir une cause en dehors des deux. Et ça, ça gênait Leibniz.

ALAIN CONNES : Oui donc malgré l'intérêt philosophique des vues de Leibniz, et de ses critiques, on peut dire quand même que c'est le point de vue de Newton qui s'est imposé pendant un temps extrêmement long et en partie, évidemment, par les succès du modèle qu'il proposait pour l'espace, et des succès vraiment incroyables des prédictions qu'on peut faire avec la théorie newtonienne.

THIBAUT DAMOUR : Oui, tout à fait. Pendant des siècles après Newton, des armées de mathématiciens et de physiciens ont mis en chantier ce qui était en germe dans la synthèse newtonienne et ont montré comment de façon inouïe jusqu'alors, tous les phénomènes autour de nous, et surtout cette magnifique horloge céleste, toute la mécanique céleste, tout marchait très bien, ce qui fait que pendant des siècles, la conception newtonienne s'est imposée, et qu'elle est devenue complètement évidente ; on n'a plus pensé aux difficultés philosophiques qu'elle pouvait inclure, vraiment, la notion d'espace s'est identifiée à un objet réel existant autour de nous, à l'intérieur duquel les objets existent.

ALAIN CONNES : On peut dire que ça a influencé considérablement même le point de vue des physiciens, de mathématiciens comme Lagrange ou Laplace, qui en sont arrivés à croire que le monde était entièrement déterministe, au sens où, comme ils le disaient à l'époque, si on connaissait toutes les positions et les vitesses des particules présentes, on pourrait prédire ce qui se passerait. Il y a eu une illusion, qui a duré pendant un temps assez considérable et qui a fait penser que la physique pouvait être non seulement modélisée, mais qu'en fait, on avait attrapé la réalité, et cette réalité était à la limite déterministe.

THIBAUT DAMOUR : Tout à fait. Et finalement, ce n'est qu'à la fin du XIXe siècle et au début du XXe qu'un certain nombre de nuages noirs se sont accumulés, concernant les deux aspects que tu viens de relever : le caractère parfait du déterminisme, et le caractère absolu de l'espace. Les premiers doutes sont arrivés à la fin du XIXe siècle. Bon, d'abord, c'est Planck et les mystères du corps noir : quand on chauffe un corps et qu'on le maintient en équilibre thermique, quelle est la quantité d'énergie lumineuse qui rayonne dans l'espace autour de lui ? Ce simple problème posait un paradoxe épouvantable à la mécanique classique.

ALAIN CONNES : On verra que ce genre de paradoxe n'a pas effrayé les physiciens du XXe siècle, loin de là. Mais en tout cas, disons qu'il y avait une

crise assez grave qui s'était produite, effectivement à partir du moment où l'on essayait de comprendre le rayonnement du corps noir, mais on peut dire aussi le rayonnement qui nous vient de l'étoile la plus proche, le Soleil.

THIBAUT DAMOUR : Oui, bon, toute la théorie du rayonnement, il était clair qu'il fallait la refaire à zéro, à cette époque, l'existence des raies spectrales, aussi, c'est-à-dire qu'effectivement les étoiles n'émettent pas une lumière quelconque mais que l'on voit des raies particulières, en absorption ou en émission, que la lumière émise par les atomes ne soit pas un continu de fréquences mais contienne des fréquences particulières, tout ça était très mystérieux et la lumière a commencé à venir² à partir de 1900 quand Planck, puis des générations entières de physiciens après lui, se sont attaqués au problème de comprendre la mécanique de l'atome. Et là, pour comprendre ça, ils ont été obligés non pas de remettre en cause la notion d'espace, puisqu'ils pouvaient présupposer la même notion d'espace newtonien, et même sans aucun effet lié aux grandes vitesses des particules pendant longtemps. Donc ils ont modifié l'autre aspect, qui est le déterminisme de la mécanique dont tu parlais, qui est le fait que la matière n'est pas représentée comme des points massiques dans un espace à trois dimensions mais par des choses plus floues. Il a compris que le fait d'introduire une nouvelle constante de la nature, cette constante de Planck qui mesure cette quantification de l'énergie, par tranches $h\nu$ où h est la constante de Planck, il a compris, et c'était pour lui un saut conceptuel dans l'inconnu parce qu'il n'avait pas à remettre en cause la notion d'espace à ce moment-là. Mais, purement mathématiquement, il s'est dit "j'ai introduit une nouvelle constante dans la physique (la constante de Planck), or, il existe la vitesse de la lumière, il existe la constante de Newton, et dès 1905, au moins dans un livre, et j'ai vérifié que c'était dans un livre, mais je crois aussi dans un article, il a dit "en jouant avec ces constantes, je peux faire d'autres choses, et en particulier, je peux faire une longueur caractéristique", et il a trouvé une longueur de 10^{-33} cm.

ALAIN CONNES : Ce qu'on appelle maintenant longueur de Planck.

THIBAUT DAMOUR : Et c'est vraiment lui qui l'a trouvée. Ce n'est pas parce qu'elle est faite avec la constante de Planck, c'est parce qu'il l'a trouvée.

2. sic!

ALAIN CONNES : D'accord.

THIBAUT DAMOUR : Et là, peut-être, je ne connais pas l'allemand, et là, sans doute, il n'a pas tout de suite formalisé ça, et il s'est dit "il va se passer des choses là" mais comme c'était quelqu'un de très profond, il a dû se dire "il doit y avoir là quelque chose de profond et l'apparition d'une nouvelle constante dans la physique va changer des choses à la notion d'espace et à la notion de distance." Mais ça, les choses ont beaucoup changé avant qu'on arrive à conceptualiser en fait, ce qui peut se passer à la longueur de Planck, puisqu'après cette introduction par Planck du discontinu dans la physique, Einstein a émis sa première théorie, qui, d'un certain point de vue, modifie beaucoup la théorie de Newton, mais qui, d'un autre point de vue, ne la modifie pas du tout. C'est-à-dire la grande différence, c'est que Newton pensait l'espace comme absolu, et que cette notion d'absolutisme de l'espace disparaît en 1905 avec la théorie de la relativité restreinte, mais ça remplace l'espace absolu par un espace-temps qui est tout aussi absolu que l'était l'espace de Newton ; il n'y a plus de notion de repos absolu mais finalement, la préexistence du théâtre dont tu parlais, de ce grand théâtre vide qui préexiste à la matière est de nouveau imposée par la relativité restreinte, donc on est dans le règne de l'absolu en 1905.

ALAIN CONNES : Absolument, oui. D'ailleurs, je voulais dire, quand même, c'est vrai que d'un côté, il y a ça, et de l'autre côté, comme Einstein a réactualisé la notion de corpuscule comme transportant la lumière, il y avait un retour à Newton de cette manière-là, sous une certaine forme, puisqu'il y avait eu ce long débat après Newton, sur le caractère non corpusculaire de la lumière, mais finalement, à la même époque, on revenait tout à fait à la même idée.

THIBAUT DAMOUR : Tout à fait, et dans les exposés de vulgarisation habituels, on a trop tendance à indiquer que les vérités scientifiques arrivent, sont acquises. En fait, il y a beaucoup plus d'inertie, les vieilles conceptions vivent toujours, et on sait qu'à tout moment, le physicien ne connaît pas la vérité, à tout moment, la nature intime de ce dont on parle en physique peut changer du tout au tout, et que finalement, on n'est sûr de rien, en physique.

La conception newtonienne de l'espace donc, ce théâtre préexistant à

l'existence des objets, théâtre neutre, vide, plat, a été complètement modifiée en 1915, par Einstein, proposant une nouvelle théorie physique de l'espace, où l'espace, en termes intuitifs, devient mou, n'est plus un objet préexistant à la matière, mais un partenaire dynamique de la matière, puisque l'espace est une entité dynamique, maintenant, il contient des degrés de liberté, c'est un objet physique, qui évolue. L'espace pour la première fois devient quelque chose qui peut évoluer, qui peut avoir une naissance, qui peut avoir un âge mûr, qui peut avoir une mort, et qui est en interaction avec ce qu'il contient.

ALAIN CONNES : Je pense quand même que si on se place, non pas au niveau de l'espace, mais au niveau de l'espace-temps, lorsque tu décris ce caractère dynamique et évolutif de l'espace, lorsqu'on le voit au niveau de l'espace-temps, il disparaît puisqu'on peut très bien essayer de concevoir l'espace-temps comme un tout, et de considérer son évolution simplement comme le passage du temps, un petit peu comme l'idée que si on essaie de deviner ce qu'est par exemple une orange dans un espace à 4 dimensions, il faut se l'imaginer comme étant rien, puis une petite orange, qui grossit qui grossit de plus en plus pour atteindre une certaine taille puis qui ensuite diminue, pour finalement disparaître. Donc ça, c'est une image un petit peu dynamique qui permet de s'imaginer ce qui se passe dans une dimension plus grande. Et il y a quand même toujours cette même idée que, à partir du moment où on considère l'espace-temps, il y a quand même ce cadre, il y a quand même ce théâtre, qui n'en est pas moins, tu disais tout à l'heure "il n'est plus figé", bon, il n'est plus figé, au sens où effectivement, le temps est un paramètre et la forme de la tranche de genre espace va changer avec le temps, mais il n'en est pas moins figé quand même dans sa globalité.

THIBAUT DAMOUR : Tout à fait, et là, il faut peut-être insister sur le fait que, lié à cette conception newtonienne d'un espace absolu, d'un temps absolu, on croit encore aujourd'hui que le temps est un absolu de la physique, qu'il y a un temps zéro, on parle du Big-Bang dans les modèles cosmologiques. Or effectivement, dans un modèle cosmologique relativiste, le Big-Bang, ça n'est pas un événement, ça n'est pas vraiment un temps qui existe, et on ne peut pas se poser le problème de savoir ce qu'il y a avant, même sans parler du fait que la physique classique s'arrête au Big-Bang, c'est cohérent à l'intérieur de la physique relativiste de dire "le temps a un début" mais il ne faut pas imaginer que le temps naît de rien : on se donne un bloc espace-temps, qui est le cadre qui va permettre de décrire la matière et ce bloc a

une frontière naturelle, point à la ligne. Parce que la réalité intime, la façon dont l'être humain perçoit le temps, dans la notion de réalité de monde extérieur et perçue par l'être humain n'a rien à voir avec ce que dit la physique; la physique a finalement des modèles mathématiques de la réalité, qui sont complètement séparés de la vraie notion de perception intuitive du temps. Donc le problème de poser le Big-Bang comme temps est un faux problème.

ALAIN CONNES : Bien sûr. Et d'ailleurs il y a quelque chose d'extrêmement frustrant dans le modèle tel qu'il est par rapport à l'intuition courante, qui est qu'à partir du moment où on s'imagine que l'espace-temps existe de manière globale, et que notre ligne-univers, par exemple, en tant qu'individu est déjà tracée, on deviendrait complètement fataliste, je veux dire. C'est une vision du monde, de l'évolution, etc., qui est entièrement, comment dire, qui est écrite à l'avance. Finalement à partir du moment où on essaie d'imaginer un espace-temps globalement, c'est excellent comme modèle, mais disons que par rapport aux idées intuitives, comme tu disais, par rapport à la perception intuitive qu'on a du temps, ça apparaît comme étant tout à fait déroutant.

THIBAUT DAMOUR : Oui, mais je crois que la physique n'aura jamais rien de mieux à offrir, que de toute façon, ce problème du temps intuitif, ce problème, disons, du maintenant, la séparation, pour chacun de nous, qu'il y a un maintenant, par opposition à des choses passées, et par opposition à des événements futurs, ce problème est complètement non résolu et ne le sera jamais.

ALAIN CONNES : Quand tu dis "il ne le sera jamais" on ne peut pas le savoir, je pense... Tu es un petit peu pessimiste, là.

THIBAUT DAMOUR : Sauf que l'expérience montre que finalement, la physique ne donne que des modèles de la réalité, et qu'à tout moment, on sait que ces modèles vont être remplacés, peuvent être remplacés, et que dans l'histoire de tous ces modèles, jamais finalement, la vraie réalité telle qu'elle est vécue n'est apparue puisque l'image que la physique donne de la réalité est toujours neutre, factice, disons, c'est un modèle, c'est une représentation de ce qui se passe, mais ça n'est pas ce qui est.

ALAIN CONNES : Oui. Je pense qu'on peut aller un petit peu plus loin là-dessus. Je veux dire, avant de parler de l'espace vu par les mathématiciens, je pense qu'effectivement, comme on a vu qu'après Newton, les physiciens

avaient eu cette idée que finalement, la physique pourrait être déterministe, je pense que comme on a fait un pas en arrière considérable depuis et comme tu le disais très bien, on en est à donner certains modèles, je pense qu'on pourrait essayer de définir plus précisément quel est le lien entre un modèle et la réalité physique qu'il est censé décrire. Alors j'aimerais prendre une image qui est la suivante : c'est que finalement, la réalité physique, les expériences qu'on fait dans la physique, l'expérience qu'on a quotidiennement en vivant, je les caractériserais comme étant un apport journalier d'informations. C'est-à-dire que chaque jour amène un certain flux d'informations, et que pour moi, le propos, le but de la physique, c'est d'éliminer les informations qui sont sans intérêt. Alors je vais essayer de m'expliquer en termes très simples. Ce que je veux dire, c'est que par exemple, il ne viendrait jamais à l'idée d'un présentateur de télévision, le soir quand il parle au 20 heures, quand il donne les informations, de dire "Demain, le soleil va se lever.". Pourquoi? Parce qu'on sait que c'est automatique, c'est un fait qu'on a remarqué, on a remarqué que c'était répétitif, que ça se produisait, et finalement je veux dire, c'est une information qui est sans intérêt parce que justement, elle fait partie d'un modèle qui est parfaitement admis, qui est un modèle de la physique, on pourrait dire, c'est un modèle élémentaire qui est parfaitement admis par tout le monde, et donc comme il est parfaitement admis par tout le monde, la quantité d'information qu'il donne a été codée une fois pour toutes, elle a été codée dans ce modèle et elle réduit les informations que nous captions dans la journée aux informations qui, elles, sont originales, qui font vraiment partie du flux d'informations nouvelles. Alors la manière dont j'aimerais présenter justement la physique, c'est, justement, la possibilité de capturer un nombre tout à fait considérable d'informations, comme par exemple qu'il va y avoir une éclipse de lune tel jour, etc., et de les coder de telle sorte qu'elles soient codées par des lois simples, c'est d'ailleurs pourquoi on insiste sur la simplicité, et quand je parle de simplicité, je ne parle pas en termes esthétiques, je parle vraiment au niveau quantité d'information, comme on parle de quantité d'information pour un ordinateur, etc., le nombre de bits d'information qu'il faut avoir pour communiquer le message. Et donc je pense que maintenant, on est arrivé à peu près à la conception suivante, tu me diras si tu n'es pas d'accord mais... à la conception qui consiste à dire qu'on ne pourra jamais réduire la quantité d'information qui nous est fournie par la réalité extérieure, qui nous est fournie par la Nature, qui nous est fournie par l'Univers, on ne pourra jamais la réduire à zéro, au sens où, justement, la physique n'est pas un système déterministe qui fait que, si l'on connaissait tout le passé, on ar-

riverait à prédire l'avenir, mais par contre, on arrive à réduire cette quantité d'information, ce flux d'information nouveau, à le réduire à une quantité de plus en plus petite, et finalement, cette originalité qu'apporte le passage du temps, elle est due en partie bien sûr à la mécanique quantique, elle est due en partie au fait qu'on a l'indéterminisme dans la mécanique quantique mais elle est due aussi au fait que les équations qui gouvernent même la mécanique soi-disant classique et déterministe sont en général des équations qui sont hyperboliques, et qui ne permettent pas justement, de prédire vraiment, de manière précise, ce qui va se passer.

THIBAUT DAMOUR : Ce modèle, pour faire sentir ce qu'il y a de nouveau dans la mécanique quantique, cette originalité que le temps apporte, ça fait sentir aussi, encore plus violemment, l'incompatibilité fondamentale entre la mécanique quantique, dont non seulement les descriptions usuelles, mais même la façon de penser l'interprétation, a besoin d'un temps qui s'écoule, a besoin de choses qui se passent dans un certain temps, et la nature justement fictive et illusoire du temps, dans la théorie de l'espace-temps einsteinien, où l'espace-temps est donné comme bloc, et où il n'y a pas de maintenant, où il n'y a pas de présent, il n'y a pas quelque chose qui se passe. Donc ici, on voit bien déjà qu'à ce niveau conceptuel, il semble y avoir incompatibilité entre la mécanique quantique et la relativité générale, et tout ça est encore renforcé si on revient à ce qu'avait prévu Planck il y a longtemps, c'est-à-dire que si l'on combine purement, comme un enfant combine des legos, si on combine le petit lego qui est la constante de la mécanique quantique avec le petit lego qui est la constante de la gravitation, on construit une petite longueur fondamentale, 10^{-33} cm, et là, toute la physique montre très clairement que si on arrivait à essayer de mesurer des régions de l'espace assez petites pour contenir des dimensions de l'ordre de 10^{-33} cm, alors là, on ne pourrait avoir ni la relativité générale, ni la théorie quantique, on ne peut pas cerner un point de l'espace à mieux que 10^{-33} cm près, il faut avoir autre chose.

ALAIN CONNES : Ce que ça m'évoque, si tu veux, c'est qu'en fait, un problème qui me semble être très intéressant, est qui est l'idée un petit peu préconçue que l'on a, c'est un a priori, qui est que l'espace, quel qu'il soit, le modèle que l'on va s'en faire va toujours tourner autour de la théorie des ensembles, c'est-à-dire finalement, cette idée que, un petit peu par éducation finalement, puisque c'est comme ça qu'on nous apprend les mathématiques, un espace est nécessairement un ensemble de points. Alors je crois qu'on va

essayer de réfléchir là-dessus et disons la question que l'on peut déceimment se poser, on peut se la poser d'une part à un niveau philosophique : "est-ce qu'un point de l'espace est quelque chose de bien défini?". Mais on peut surtout je crois se la poser au niveau des modèles, et je pense que c'est comme ça que je préférerais aborder le problème, non pas en essayant de réfléchir sur savoir si l'espace est formé de points ou pas, parce qu'au fond, ça, ça présuppose l'existence d'une notion bien définie de l'espace en dehors d'un modèle, mais d'un espace physique bien réel. Et par contre, je préfère me poser la question au niveau des modèles, donc, et de savoir si on peut arriver à faire des modèles intéressants, qui soient des modèles mathématiques, de l'espace, et qui ne s'appuient plus sur l'idée que l'espace est nécessairement formé de points, est nécessairement un ensemble. Alors je crois que si on veut essayer de comprendre cette question, il faut commencer par analyser, au fur et à mesure du développement des mathématiques, comment on en est arrivé, avec finalement la théorie des ensembles, avec Cantor, comment on en est arrivé à tout essayer de formaliser en terme d'ensembles. Alors je ne propose pas de rejeter les ensembles à la poubelle, bien entendu, ce n'est pas du tout mon idée, mais ce que je propose de faire, c'est de libérer la notion d'espace de ce carcan qui lui est imposé, lorsqu'on lui impose d'être un ensemble. Alors donc ce que je voudrais expliquer, c'est d'abord comment cette notion d'ensembles, de théorie des ensembles, a envahi les mathématiques au point d'empêcher de considérer un espace autrement que comme un ensemble, et ensuite, comment en fait la physique quantique a libéré cette notion, pour autant que la mécanique classique soit concernée.

Alors bon, c'est vrai que la notion d'ensemble, la théorie des ensembles a permis de formaliser les mathématiques à un point tel qu'elle a même engendré la maladie du formalisme, je dirais, c'est-à-dire à un point tel qu'elle a fini par faire croire qu'on pouvait oublier que les mathématiques avaient à voir avec une certaine réalité, penser que c'était un jeu, comme un petit peu comme un jeu d'assemblage, donc, c'est ce qu'on appelle un formalisme, qui consistait en un certain nombre de propositions supposées vraies, qu'on appelle des axiomes, un certain nombre de règles grammaticales, qui sont des règles d'assemblage des propositions, d'un ensemble de règles logiques qui permettent d'en déduire d'autres propositions, et ce qu'on appelle donc le formalisme, c'est ce qui conduit à essayer de déduire des théorèmes uniquement par un procédé qui est pratiquement automatique, en tout cas qui est vérifiable : on peut savoir si oui ou non une démonstration est correcte

ou pas. Alors la théorie des ensembles a contribué à cela en particulier, et elle a contribué aussi à faire penser en général la notion d'espace sous cette forme-là. On ne peut pas dire que la théorie des ensembles soit une théorie au sens usuel, au sens où elle n'a pas d'implication en général dans les mathématiques courantes, on ne peut pas dire que les subtilités qu'elle renferme ait des implications vraiment importantes dans les mathématiques courantes, mais il est vrai que toutes les mathématiques sont formulées en ces termes-là. Alors, si on veut maintenant, justement, analyser un espace, on s'aperçoit que la manière dont l'espace intervient dans la théorie physique qui est sans doute la plus élaborée, hormis la relativité générale, la théorie des champs, l'espace n'intervient pas du tout pour autant que l'on s'intéresse aux particules libres. C'est ce que je disais tout à l'heure. Là intervient seulement l'espace des impulsions et disons, même, les champs sont paramétrés par des points de l'espace, mais ce sont simplement des paramètres muets, ce sont comme des indices, on pourrait leur donner n'importe quel autre nom, cela n'aurait aucune importance. Par contre, un espace intervient au moment où on écrit les interactions, et il intervient au moment où, finalement, je crois qu'on peut réexprimer le principe de localité des interactions de manière plus économique, et il me semble que lorsqu'on a atteint ce point-là, on se rend compte beaucoup plus facilement qu'il y a cette dualité qui a toujours existé, qui est un peu comme la dualité entre Leibniz et Newton, qui est la dualité entre algèbre et géométrie. Alors géométriquement, on arrive à avoir une intuition visuelle simple des choses, et une fois qu'on les traduit algébriquement, c'est un petit peu ce qu'a fait Descartes, lorsqu'il a pris les coordonnées cartésiennes, qu'il est arrivé à remplacer les points par des coordonnées, par un certain nombre de coordonnées, lorsqu'on arrive à rendre les choses plus algébriques, on se rend compte qu'on n'est plus limité par une intuition, même une intuition ensembliste des choses et on arrive à manipuler des objets dont l'abord est peut-être plus difficile parce qu'il est plus algébrique et plus abstrait, mais qui permet d'aller plus loin, au sens où il permet justement d'aller au-delà d'une notion intuitive de la notion d'espace, qui elle est basée sur la notion d'ensemble. Donc il me semble qu'il y a un problème qui est posé d'une certaine manière, qui consiste à essayer de comprendre quel est le rôle exact que l'algèbre de l'espace, c'est-à-dire l'algèbre des fonctions, des coordonnées sur l'espace joue, dans la physique, comme la physique des particules élémentaires, ou la relativité générale, et d'arriver à octroyer à cette algèbre une flexibilité plus grande, une liberté plus grande, pour éventuellement répondre au besoin que l'on ressent, qui est celui d'avoir ce côté

un petit peu flou de la notion de point, lorsqu'on se place à l'échelle qui va apparaître au niveau de la gravité quantique, qui est l'échelle de Planck. Je pense pouvoir défendre avec force l'idée suivante, qui est que finalement, lorsque les gens font, au Cern, les expérimentateurs, font des expériences sur les particules élémentaires, découvrent des particules nouvelles, essaient de simplifier leurs données expérimentales en créant des modèles etc., ce qu'ils donnent aux mathématiciens, c'est un cryptogramme, et un cryptogramme qu'il faut arriver à déchiffrer, mais pour le déchiffrer, je pense qu'on aurait tort d'essayer à toute force d'avoir une idée préconçue de ce qu'est l'espace-temps, et d'essayer de faire cadrer les données de ce cryptogramme avec des données classiques. Et donc le point de vue que je voudrais défendre, c'est que justement il faut se donner une certaine liberté, à la fois sur ce qu'est l'espace, et surtout sur ce qu'est la géométrie différentielle, donc c'est pour ça, en partie, que j'ai essayé de développer cette géométrie différentielle non-commutative, pour avoir plus de liberté pour déchiffrer le cryptogramme que nous donnent les expérimentateurs. Ces modèles finalement nous renseignent sur la structure de l'espace, ou de l'espace-temps comme on voudra, à une échelle qui est de l'ordre du 10 millionième de milliardième de centimètre. Donc c'est une échelle incroyablement petite et c'est une échelle à laquelle il faut bien se rendre compte que la vue ne sert à rien. Donc nos instruments de perception ne sont plus notre organe visuel, nos instruments de perception sont un modèle, et le dialogue entre ce modèle et l'expérimentation. Et il faut bien se rendre compte que donc notre perception de l'espace à ce niveau-là ne se fait plus à travers des images que l'on pourrait montrer, on pourrait montrer bien sûr des images d'accélérateur où l'on voit des positrons ou des électrons qui se déplacent dans un champ électromagnétique, ce n'est pas comme ça qu'il faut penser, il faut simplement se reculer un petit peu, et regarder le modèle tel qu'il a été systématisé, tel qu'il a été obtenu par les physiciens, le paradigme actuel.

THIBAUT DAMOUR : Plus généralement, donc, admettons que la physique a accumulé un nombre effrayant, énorme de données, et qu'on essaye maintenant, on a ce cryptogramme et on essaye de l'interpréter. Est-ce que tu penses qu'un jour, on saura la vraie nature de l'espace? Quelle est ta position philosophique du point de vue de savoir quelle est la connaissance que l'on peut *obtenir* de l'espace?

ALAIN CONNES : Tout à fait. Bon alors, disons que mon point de vue philo-

sophique, d'abord, je crois que le problème se pose très tôt parce qu'on nous apprend ce que sont les nombres réels. Donc, le mathématicien se familiarise avec les nombres réels. Et il s'aperçoit assez vite que lorsqu'on donne un nombre réel, eh bien, on doit donner toutes ses décimales. Et en physique, on n'utilise jamais, comme tu le disais à propos de la longueur de Planck, je veux dire, la précision expérimentale est toujours limitée et sera pratiquement limitée sans autre possibilité à un nombre de décimales que l'on pourrait donner comme étant une trentaine ou une quarantaine de décimales, et je pense que l'on pourrait arriver à démontrer, pour des raisons physiques relativement simples, que certaines quantités, on n'arrivera jamais à les connaître avec une précision infinie. L'impression que j'ai, c'est qu'on a réussi à attraper une certaine partie de la réalité, mais cette partie a peu à voir, effectivement, avec ce qu'on pourrait appeler une réalité physique.

THIBAUT DAMOUR : Je suis assez d'accord avec ça : le fait que la physique finalement n'attrape jamais la réalité, qui restera, quelle que soit la succession des modèles successifs de plus en plus, ouvrez les guillemets, "précis" que la physique donnera de la, ouvrez les guillemets, "réalité", il restera toujours une distance, et un flou entre les deux. Mais j'aimerais insister sur le fait que, moi en tant que physicien je suis censé parler plus de la réalité matérielle, extérieure à nous que toi, que là aussi, il y a un... comme on dit en français, un "gap", un trou énorme, et je tiens à insister là-dessus, entre la réalité au sens existentiel, c'est-à-dire le fait d'être, d'être ici maintenant, de parler sous la lumière des projecteurs ici, ce soir, telle journée de telle année, vraiment vécu, le fait d'être inséré dans l'être, et le fait d'avoir une connaissance d'objet physique. Pour moi la physique, même si elle se raffine de plus en plus, et je pense qu'elle ne se raffinera jamais jusqu'à avoir une précision infinie, il y aura toujours cette limite, mais que ça, finalement, n'est pas très intéressant. Le fait que la physique puisse avoir une limite asymptotique qui soit différente du maximum d'informations que l'on puisse espérer avoir de la réalité m'intéresse moins que ce trou métaphysique énorme entre le fait que même si on a la physique du vingt-cinquième siècle la plus parfaite possible, elle laissera le trou aussi grand entre ce que Newton savait de la réalité et ce qu'aujourd'hui on croit savoir de la réalité, qui est que de toute façon, la réalité dans ce qu'elle a de plus réel est complètement non touchée par la physique.