Transitions (Denise Vella-Chemla, 6.4.2016)

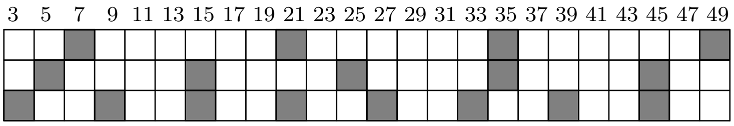
En ce moment, on essaie de comprendre les transitions. Ce qui pose souci par rapport à l'ensemble des nombres premiers, c'est le fait qu'on a le sentiment d'un certain déterminisme, qui cependant engendre du désordre. Et l'objectif est de modéliser ce déterminisme.

Il faut peut-être considérer de petites matrices 2×2 de la forme :

$$\begin{pmatrix} f_{aa} & f_{ab} \\ f_{ba} & f_{bb} \end{pmatrix}$$

avec $f_{ab} \neq f_{ba}$.

On revient sur nos grilles de divisibilité, qu'on a utilisées souvent pour comprendre la décomposition des nombres pairs en sommes de 2 nombres premiers (on ne s'occupe que des nombres impairs). Par exemple, la grille :



montre les nombres premiers jusqu'à 49 comme étant non-divisibles par 3, 5 et 7.

Concernant la divisibilité, on a en général en tête qu'un nombre a une chance sur 5 d'être divisible par 5 et 4 chances sur 5 de ne pas l'être. Il y a cependant une formulation plus précise, en terme de transitions, concernant la divisibilité par 5 (observer la seconde ligne de la grille) :

- une transition sur 5 fait passer d'un nombre divisible par 5 à un nombre non-divisible par 5 ;
- une transition sur 5 fait passer d'un nombre non-divisible par 5 à un nombre divisible par 5 ;
- 3 transitions sur 5 font passer d'un nombre non-divisible par 5 à un nombre non-divisible par 5 ;
- et enfin, aucune transition ne fait passer d'un nombre divisible par 5 à un autre le suivant juste.

On note cela par la matrice de passage suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/5 \\ 1/5 & 3/5 \end{pmatrix}$$

Il faudrait combiner des matrices de la forme ci-dessous.

Matrice de divisibilité par 3 : $\begin{pmatrix} 0 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

Matrice de divisibilité par 5 : $\begin{pmatrix} 0 & 1/5 \\ 1/5 & 3/5 \end{pmatrix}$

Matrice de divisibilité par 7 : $\begin{pmatrix} 0 & 1/7 \\ 1/7 & 5/7 \end{pmatrix}$

Matrice de divisibilité par p : $\begin{pmatrix} 0 & 1/p \\ 1/p & (p-2)/p \end{pmatrix}$

La combinaison des matrices de divisibilité par 3, 5 et 7 devrait représenter toutes les transitions possibles entre les différents nombres sachant que parmi eux, il s'en trouve un certain nombre qui sont divisibles par 3 ou bien par 5 ou bien par 7 (ce qui les empêche d'être premiers), d'autres ne sont divisibles que par l'un de 2 de ces nombres premiers sur les 3, d'autres seulement par 1 sur les 3, d'autres enfin par aucun. Le formalisme quantique devrait permettre de représenter toutes ces disjonctions de possibilités de transitions entre les différentes sortes de nombres.

Par exemple, le produit tensoriel entre les 2 premières matrices $\begin{pmatrix} 0 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 & 1/5 \\ 1/5 & 3/5 \end{pmatrix}$ permet d'obtenir la matrice :

$$\begin{pmatrix} 0 \times 0 & 0 \times 1/5 & 1/3 \times 0 & 1/3 \times 1/5 \\ 0 \times 1/5 & 0 \times 3/5 & 1/3 \times 1/5 & 1/3 \times 3/5 \\ 1/3 \times 0 & 1/3 \times 1/5 & 1/3 \times 0 & 1/3 \times 1/5 \\ 1/3 \times 1/5 & /3 \times 3/5 & 1/3 \times 1/5 & 1/3 \times 3/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/15 \\ 0 & 0 & 1/15 & 3/15 \\ 0 & 1/15 & 0 & 1/15 \\ 1/15 & 3/15 & 1/15 & 3/15 \end{pmatrix}$$

de somme totale des probabilités valant bien 1.

La parité, si on avait voulu la prendre en considération, donne lieu à une matrice un peu différente des autres car elle a un 0 en bas à droite aussi.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

Sa prise en compte aurait amené au produit tensoriel ci-dessous (on a sorti le dénominateur 30) :

$$\frac{1}{30}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$