Un entretien avec Jean-Pierre Serre

© *C. T. Chong and Y. K. Leong*
Université nationale de Singapour

Jean-Pierre Serre est né en 1926 en France. Il a étudié les mathématiques à l'École Normale Supérieure. En 1954, à l'âge de 28 ans, il a été récompensé en recevant la médaille Fields de l'Union mathématique internationale, la reconnaissance la plus haute de réalisations en mathématiques. Deux ans plus tard, il est devenu Professeur de la Chaire d'Algèbre et Géométrie au Collège de France, dont il a été pendant environ 15 ans le plus jeune professeur. Il a été visiteur du département de mathématiques de l'Université de Singapour, du 2 au 15 février 1985. Sa visite a été financée par le programme d'échange académique franco-singapourien. Pendant son séjour à Singapour, le Professeur Serre a donné deux conférences au sujet des courbes algébriques sur les corps finis et une conférence au sujet de la fonction de Ramanujan. Il a également donné un exposé de séminaire sur la preuve par Faltings de la conjecture de Mordell, et un exposé de Colloquium intitulé "$\Delta = b^2 - 4ac$" sur les nombres de classes de corps quadratiques imaginaires. Le 14 février 1985, il a donné une interview dans laquelle il a discuté de divers aspects de sa carrière mathématique et de sa vision des mathématiques. Ce qui suit est une transcription de cette interview par C. T. Chong et Y. K. Leong, et révisée par J-P. Serre.

Q : Qu'est-ce qui vous a fait choisir le métier de mathématicien ?

J.-P. S. : Je me rappelle avoir commencé à aimer les mathématiques quand j'avais peut-être 7 ou 8 ans. Au lycée, j'avais l'habitude de faire les problèmes des classes supérieures. J'étais en pension à Nîmes, avec des enfants plus vieux que moi, et ils avaient l'habitude de m'intimider. Alors pour les calmer, je faisais leurs devoirs. C'était un entraînement comme un autre.

Ma mère était pharmacienne (comme mon père), et elle aimait les mathématiques. Quand elle était étudiante en pharmacie, à l'Université de Montpellier, elle avait suivi un cours de première année en calcul, juste pour le plaisir, et elle avait passé l'examen. Et elle avait soigneusement conservé ses livres de calcul (par Fabry et Vogt, si je me souviens bien). Quand j'avais 14 ou

15 ans, j'avais l'habitude de lire ces livres, et de les étudier. C'est comme ça que j'ai appris les dérivées, les intégrales, les séries et ainsi (je l'ai fait de manière purement formelle - dans le style d'Euler pour ainsi dire : je n'aimais pas, et je ne comprenais pas, les epsilons et les deltas). À ce moment-là, il ne me venait pas à l'esprit qu'on puisse vivre en étant mathématicien. Ce n'est que plus tard que j'ai découvert qu'on pouvait être payé pour faire des mathématiques ! Ce que je pensais initialement, c'est que je pourrais devenir professeur de lycée, cela me paraissait naturel. Alors, quand j'ai eu 19 ans, j'ai passé le concours pour entrer à l'École Normale Supérieure, et je l'ai réussi. Une fois que j'étais à "l'École", il devint clair que ça n'était pas professeur de lycée que je souhaitais être, mais chercheur en mathématiques.

Q : Est-ce que d'autres sujets vous intéressaient, comme la physique ou la chimie ?

J.-P. S. : La physique pas tant que ça, mais la chimie, si. Comme je l'ai dit, mes parents étaient pharmaciens, et donc ils avaient plein de produits chimiques et de tubes à essais. Je jouais beaucoup avec quand j'avais environ 15 ou 16 ans, en plus de faire des mathématiques. Et je lisais les livres de chimie de mon père (j'ai toujours l'un d'eux, un livre fascinant, "Les Colloides" de Jacques Duclaux.) Pourtant, quand j'ai appris plus de chimie, j'ai été déçu par son aspect presque mathématique : il y a de longues séries de composés organiques comme CH_4, C_2H_6, etc, tous se ressemblant plus ou moins. J'ai pensé, quitte à avoir des séries, tu ferais aussi bien de faire des mathématiques ! Alors j'ai quitté la chimie - mais pas complètement : j'ai fini par épouser une chimiste.

Q : Avez-vous été influencé par un professeur d'école pour faire des mathématiques ?

J.-P. S. : J'ai eu seulement un très bon professeur. C'était pendant ma dernière année de lycée (1943-1944), à Nîmes. Il était surnommé "Le Barbu" : les barbes étaient rares à cette époque. Il était très clair, et strict ; il exigeait que toute formule et démonstration soit écrite soigneusement. Et il m'a prodigué un entraînement approfondi pour le concours national de mathématiques qu'on appelle le "Concours Général", où j'ai finalement obtenu le premier prix.

En parlant du Concours Général, j'ai aussi tenté ma chance à celui de physique, la même année (1944). Le problème qu'on nous a demandé de résoudre était entièrement basé sur une loi physique que j'étais supposé connaître mais ce n'était pas le cas. Heureusement, seule une formule semblait possible pour cette loi. J'ai supposé qu'elle était correcte, et j'ai réussi à faire la totalité du problème de 6 heures sur cette base. Je pensais même que j'aurais un prix. Malheureusement, ma formule était fausse, et je n'ai rien obtenu - comme je le méritais !

Q : Quelle est l'importance de l'inspiration dans la découverte des théorèmes ?

J.-P. S. : Je ne sais pas vraiment ce que veut dire l'"inspiration". Les théorèmes, et les théories, naissent de manière marrante. Parfois, tu es juste insatisfait par les preuves existantes, et tu en cherches de meilleures, qui peuvent être appliquées dans des situations différentes. Un exemple typique pour moi a été quand je travaillais sur le théorème de Riemann-Roch (aux alentours de 1953), que je voyais comme une formule d'"Euler-Poincaré" (je ne savais pas que Kodaira-Spencer avaient eu la même idée.) Mon premier objectif était de le prouver pour les courbes algébriques - un cas qui était connu depuis environ un siècle ! Mais je voulais une preuve d'un style spécial ; et quand j'ai réussi à la trouver, je me rappelle que cela ne m'a pas pris plus d'une ou deux minutes pour passer de là au cas 2-dimensionnel (qui avait juste été fait par Kodaira). Six mois plus tard, le résultat complet a été établi par Hirzebruch, et a été publié dans son fameux Habilitationsschrift.

Assez souvent, vous n'essayez pas vraiment de résoudre une question particulière par une attaque frontale. Vous avez plutôt quelques idées en tête, dont vous pensez qu'elles devraient être utiles, mais vous ne savez pas exactement pour quoi elles sont utiles. Alors vous regardez autour et vous essayez de les appliquer. C'est un peu comme avoir un trousseau de clefs, et les essayer sur différentes portes.

Q : Avez-vous déjà expérimenté le fait de trouver un probème impossible à résoudre, et alors, après l'avoir laissé de côté quelques temps, une idée a soudainement surgi amenant à la solution ?

J.-P. S. : Oui, bien sûr, cela arrive assez souvent. Par exemple, quand je travaillais sur les groupes d'homotopie ($\sim$ 1950), je m'étais persuadé que, pour un espace donné X, il devrait exister un espace fibré E, de base X, qui est contractible ; un tel espace devrait en effet me permettre (en utilisant les méthodes de Leray) de faire de nombreux calculs sur les groupes d'homotopie et la cohomologie d'Eilenberg-McLane.

Mais comment le trouver ? Cela m'a pris plusieurs semaines (un très long temps, à l'âge que j'avais alors...) pour réaliser que l'espace des "chemins" sur X avait toutes les propriétés nécessaires - si seulement j'osais appeler cela un "espace fibré", ce que je fis. Ça a été le point de départ de la méthode d'espace-boucle en topologie algébrique, de nombreux résultats s'en sont ensuivis.

Q : Avez-vous l'habitude de travailler sur un seul problème à la fois ou sur plusieurs problèmes à la fois ?

J.-P. S. : La plupart du temps, sur un problème à la fois, mais pas toujours. Et je travaille souvent la nuit (dans un demi-sommeil), où le fait que vous ne deviez pas écrire quoi que ce soit donne à l'esprit une bien plus grande concentration, et fait changer de sujet plus facilement.

Q : En physique, il y a de nombreuses découvertes qui ont été faites par accident, comme les rayons X, la radiation du fond cosmologique, etc. Cela vous est-il arrivé en mathématiques ?

J.-P. S. : Un véritable accident est rare. Mais parfois, vous obtenez des surprises parce qu'un argument que vous avez fourni dans un certain but s'avère répondre à une question dans une autre direction ; pourtant, vous pouvez difficilement appeler cela un "accident".

Q : Quels sont les problèmes centraux en géométrie algébrique et en théorie des nombres ?

J.-P. S. : Je ne peux répondre à cela. Vous savez, quelques mathématiciens ont des "programmes" clairs et à long terme. Par exemple, Grothendieck avait un tel programme pour la géométrie algébrique ; maintenant Langlands en a un pour la théorie de la représentation, en relation avec les formes modulaires et l'arithmétique. Je n'ai jamais eu un tel programme, même pas un petit programme. Je ne travaille que sur des choses qui arrivent à m'intéresser à un moment. (En ce moment, le sujet qui m'amuse le plus est de compter des points sur des courbes algébriques sur les corps finis. Ce sont en quelque sorte des mathématiques appliquées : vous essayez d'utiliser tous les outils de géométrie algébrique et de théorie des nombres que vous connaissez... et vous ne réussissez pas tout à fait !).

Q : Que considéreriez-vous comme les plus grands développements en géométrie algébrique ou en théorie des nombres dans les cinq dernières années ?

J.-P. S. : Il est plus facile de répondre à cela. La preuve de Faltings de la conjecture de Mordell, et de la conjecture de Tate, est la première chose qui vient à l'esprit. Je mentionnerais également le travail de Gross-Zagier sur le problème du nombre de classes pour les corps quadratiques (basé sur un théorème précédent de Goldfeld), et le théorème de Mazur-Wiles sur la théorie d'Iwasawa, en utilisant les courbes modulaires. (Les applications des courbes modulaires et des fonctions modulaires à la théorie des nombres est particulièrement stimulante : vous utilisez GL_2 pour étudier GL_1, pour ainsi dire ! Il y a clairement beaucoup à venir de cette direction... peut-être même une preuve de l'Hypothèse de Riemann un jour) !

Q : Certains scientifiques ont fait un travail fondamental dans un domaine et ensuite se tournent rapidement vers un autre domaine. Vous avez travaillé trois années durant en topologie, et ensuite avez travaillé sur autre chose. Comment cela s'est-il produit ?

J.-P. S. : C'était un chemin continu, non pas un changement discret. En 1952, après ma thèse sur les groupes d'homotopie, je suis allé à Princeton, où j'ai donné une conférence à ce sujet (et sur son prolongement : la "C-théorie"), et j'ai assisté au célèbre séminaire Artin-Tate sur la théorie des corps de classes.

Alors, je suis retourné à Paris, où le séminaire Cartan traitait des fonctions de plusieurs variables complexes, et des variétés de Stein. Il se trouva que les résultats récents de Cartan-Oka pouvaient être exprimés beaucoup plus efficacement (et prouvés d'une façon plus simple) en utilisant la cohomologie et les faisceaux. C'était assez excitant, et j'ai travaillé sur ce sujet pendant quelques temps, en appliquant la théorie de Cartan aux variétés de Stein.

Pourtant, une partie très intéressante des fonctions à plusieurs variables complexes est l'étude des variétés projectives (par opposition aux variétés affines - qui sont en quelque sorte pathologiques pour un géomètre) ; alors, j'ai commencé à travailler sur les variétés projectives complexes, en utilisant des faisceaux : voilà comment je suis arrivé au cercle d'idées entourant Riemann-Roch, en 1953. Mais les variétés projectives sont algébriques (théorème de Chow), et ce n'est pas très naturel d'étudier ces objets algébriques en utilisant des fonctions analytiques, qui peuvent aussi bien avoir beaucoup de singularités essentielles. Évidemment, les fonctions rationnelles devraient suffire - et en effet, elles le font. Cela m'a amené (vers 1954) à la géométrie algébrique "abstraite", sur tout corps algébriquement clos. Mais pourquoi supposer que le corps est algébriquement clos ? Les corps finis sont plus excitants, avec les conjectures de Weil et tout ça. Et de là aux corps de nombres, la transition est assez naturelle... Voilà plus ou moins le chemin que j'ai suivi.

Une autre direction de travail est venu de ma collaboration (et de mon amitié) avec Armand Borel. Il m'a enseigné les groupes de Lie, qu'il connaissait comme nul autre. Les connexions entre ces groupes et la topologie, la géométrie algébrique, la théorie des nombres... sont fascinantes. Laissez-moi vous donner juste un tel exemple (dont j'ai pris conscience vers 1968) :

Considérons le sous-groupe discret le plus évident de $SL_2(R)$, c'est-à-dire $SL_2(Z)$. On peut calculer sa "caractéristique d'Euler-Poincare" $\xi(\Gamma)$, qui s'avère être -1/12 (ce n'est pas un entier : cela est dû au fait que Γ a une torsion). Maintenant -1/12 se trouve être la valeur de $\zeta(-1)$ de la fonction zeta de Riemann au point $s = -1$ (un résultat déjà connu d'Euler). Et ce n'est pas une coïncidence ! Cela s'étend à n'importe quel corps de nombres totalement réels K, et cela peut être utilisé pour étudier le dénominateur de $\zeta_k(-1)$. (De meilleurs résultats peuvent être obtenus en utilisant les formes modulaires, comme cela a été trouvé plus tard). De telles questions ne relèvent ni de la théorie des groupes, ni de la topologie, ni de la théorie des nombres : ce sont juste des mathématiques.

Q : Quelles sont les perspectives de réaliser une certaine unification de plusieurs domaines des mathématiques ?

J.-P. S. : Je dirais que cela a déjà été réalisé. J'ai donné tout à l'heure des exemples typiques où les groupes de Lie, la théorie des nombres, etc, viennent ensemble, et ne peuvent pas être séparés les uns des autres. Laissez-moi vous donner un autre tel exemple (et il serait aisé d'en ajouter bien d'autres) :

Il y a un beau théorème prouvé récemment par S. Donaldson sur les variétés compactes différentiables 4-dimensionnelles. Le théorème montre que la forme quadratique (sur H^2) d'une telle variété est sévèrement restreinte ; elle est définie positive, c'est une somme de carrés. Et le nœud de la preuve consiste à construire une variété auxiliaire (un "cobordisme") comme l'ensemble des solutions d'une équation différentielle partielle (non linéaire, bien sûr) ! C'est une application complètement nouvelle de l'analyse à la topologie différentielle. Et ce qui rend cela encore plus remarquable, c'est que, si l'on retire la supposition de la différentiabilité, la situation devient assez différente : par un théorème de M. Freedman, la forme H^2-quadratique peut être alors presque quelconque.

Q : Comment peut-on continuer à suivre, avec l'explosion du savoir mathématique ?

J.-P. S. : Vous n'avez pas vraiment besoin de suivre. Quand vous êtes intéressé par une question précise, vous trouvez que très peu de ce qui a déjà été fait n'est vraiment pertinent pour vous ; et si quelque chose est connexe, alors vous l'apprenez d'autant plus rapidement que vous avez une application à l'esprit. C'est aussi une bonne habitude de regarder régulièrement les Math. Reviews (spécialement les collections de volumes concernant la théorie des nombres, la théorie des groupes, etc). Et vous apprenez beaucoup de vos amis, aussi : il est plus simple de saisir une preuve qui vous est expliquée au tableau que de la lire.

Un problème plus sérieux concerne les "gros théorèmes" qui sont à la fois très utiles, mais également trop longs à vérifier (à moins que vous ne dépensiez à cela une part considérable de votre temps de vie...). Un exemple typique est le théorème de Feit-Thompson : les groupes d'ordre impair sont résolubles. (Chevalley une fois a essayé de prendre ce problème comme sujet d'un séminaire, avec l'idée d'en donner un compte-rendu complet de la preuve. Après deux ans, il a dû abandonner.). Que devrait-on faire avec de tels théorèmes, si quelqu'un doit les utiliser ? Les croire par la foi ? Probablement. Mais ce n'est pas une situation très confortable.

Je suis aussi mal à l'aise avec certains sujets, principalement en topologie différentielle, où l'auteur dessine un dessin compliqué (en 2 dimensions), et vous demande de l'accepter comme preuve de quelque chose ayant lieu en 5 dimensions ou plus. Seuls les experts peuvent "voir" si une telle preuve est correcte ou pas - si vous pouvez appeler cela une preuve.

Q : Quel sera selon vous l'impact des ordinateurs sur le développement des mathématiques ?

J.-P. S. : Les ordinateurs ont déjà fait beaucoup de bien dans certaines parties des mathématiques. En théorie des nombres, par exemple, ils sont utilisés de nombreuses manières différentes. D'abord, bien sûr, pour suggérer des conjectures, ou des questions. Mais également pour tester des théorèmes généraux sur des exemples numériques - ce qui aide beaucoup à trouver des erreurs possibles.

Ils sont aussi très utiles lorsqu'une grande recherche doit être menée (par exemple, si vous devez tester 10^6 ou 10^7 cas). Un exemple célèbre est la preuve du théorème des quatre couleurs. Il y a cependant un problème là, quelque chose de similaire à celui avec Feit-Thompson : une telle preuve ne peut pas être vérifiée à la main ; vous avez besoin d'un ordinateur (et d'un programme très subtil). Ce n'est pas très confortable non plus.

Q : Comment encourageriez-vous des jeunes gens à faire des mathématiques, spécialement à l'école ?

J.-P. S. : J'ai une théorie là-dessus, qui est que dans un premier temps, vous devriez plutôt les *décourager* de faire des mathématiques ; il n'y a pas besoin de trop de mathématiciens. Mais si, après cela, ils continuent d'insister pour faire des mathématiques, alors vous devriez plutôt les encourager, et les aider.

Comme pour les étudiants de lycée, le point principal est de leur faire comprendre que les mathématiques *existent*, qu'elles ne sont pas mortes (ils ont tendance à croire qu'il n'y a des questions ouvertes qu'en physique, ou en biologie). Le problème dans la façon traditionnelle d'enseigner les mathématiques est que le professeur ne mentionne jamais ces questions. C'est dommage. Il y en a tant, par exemple en théorie des nombres, que les adolescents pourraient très bien comprendre : Fermat bien sûr, mais également Goldbach, et l'existence d'une infinité de nombres premiers de la forme n^2+1. Et on devrait également se sentir libre d'énoncer des théorèmes sans les prouver (par exemple, le théorème de Dirichlet sur les nombres premiers dans les progressions arithmétiques).

Q : Diriez-vous que le développement des mathématiques dans les trente dernières années a été plus rapide que dans les trente années qui avaient précédé ?

J.-P. S. : Je ne crois pas que ça soit vrai. Le style est différent. Dans les années 50 et 60, l'accent était mis assez souvent sur les méthodes générales : distributions, cohomologie, et ce genre de choses. Ces méthodes rencontraient de nombreux succès, mais de nos jours, les personnes travaillent sur des questions plus spécifiques (souvent, sur des questions assez anciennes : par exemple, la classification des courbes algébriques dans l'espace projectif 3-dimensionnel !). Ils *appliquent* les outils qui ont été fabriqués précédemment ; c'est assez joli. (Et ils inventent aussi de nouveaux outils : l'analyse microlocale, les super-variétés, la cohomologie de l'intersection...).

Q : Au vu de cette explosion des mathématiques, pensez-vous qu'un étudiant de premier cycle pourrait absorber cette grande quantité de mathématiques en quatre, cinq, ou six ans et commencer un travail original immédiatement après cela ?

J.-P. S. : Pourquoi pas ? Pour un problème donné, vous n'avez pas besoin d'en savoir à ce point-là, habituellement - et en outre, des idées très simples marcheront souvent.

Certaines théories se simplifient. D'autres disparaissent carrément. Par exemple, en 1949, je me rappelle que j'étais déprimé parce qu'aucun numéro des Annals of Mathematics ne contiendrait d'autre papier sur la topologie qui soit plus difficile que les précédents. Mais personne ne regardent plus ces papiers ; ils sont oubliés (et heureusement que c'est le cas : je ne pense pas qu'ils contiennent quoi que ce soit de profond...). L'oubli est une activité très salutaire.

Et encore, il est vrai que certains sujets nécessitent plus d'entraînement que d'autres, parce qu'ils utilisent beaucoup de technique lourde. La géométrie algébrique est un tel cas ; et également la théorie de la représentation.

En tout cas, il n'est pas évident que quelqu'un ait à dire "Je vais travailler en géométrie algébrique", ou quelque chose comme ça. Pour certaines personnes, c'est mieux qu'elles suivent juste des séminaires, qu'elles lisent des articles, et qu'elles se posent des questions ; et qu'elles lisent la quantité de théorie nécessaire pour ces questions.

Q : En d'autres termes, on devrait se focaliser d'abord sur un problème, et ensuite apprendre les outils qui sont nécessaires pour ce problème.

J.-P. S. : Quelque chose comme ça. Mais puisque je sais que je ne peux pas me donner de conseils à moi-même, je ne devrais pas en donner aux autres. Je n'ai pas de technique clef-en-main pour travailler.

Q : Vous avez mentionné des articles qui ont été oubliés. Quel pourcentage des articles publiés survivront d'après vous ?

J.-P. S. : Un pourcentage non nul, je crois. Après tout, nous relisons encore avec plaisir des articles de Hurwitz, ou d'Eisenstein, ou même de Gauss.

Q : Pensez-vous que vous serez jamais intéressé par l'histoire des mathématiques ?

J.-P. S. : Je suis déjà intéressé. Mais ça n'est pas facile ; je n'ai pas les compétences linguistiques en Latin ou Grec, par exemple. Et je peux constater que cela prend plus de temps d'écrire un article d'histoire des mathématiques qu'un article de mathématiques. De plus, l'histoire est très intéressante ; cela met les choses dans la bonne perspective.

Q : Croyez-vous en la classification des groupes finis simples ?

J.-P. S. : Plus ou moins - et plutôt plus que moins. Cela m'amuserait qu'un nouveau groupe sporadique soit découvert, mais je crains que cela n'arrive pas.

Plus sérieusement, ce théorème de classification est une chose splendide. On peut maintenant vérifier de nombreuses propriétés simplement en parcourant la liste de tous les groupes (un exemple typique : la classification des groupes

n-transitifs, pour n $\geq$ 4).

Q : Que pensez-vous de la vie après la classification des groupes finis simples ?

J.-P. S. : Vous faites allusion au fait que certains théoriciens des groupes finis étaient démoralisés par la classification ; ils disaient (ou c'est ce qu'on m'a dit) "Il n'y aura plus rien à faire après ça". Je trouve cela ridicule. Bien sûr qu'il y aura encore plein de choses à faire ! D'abord, bien sûr, simplifier la preuve (c'est ce que Gorenstein appelle le "révisionnisme"). Mais également trouver des applications à d'autres parties des mathématiques ; par exemple, il y a eu des découvertes très curieuses reliant le groupe monstre de Griess-Fischer aux formes modulaires (le dénommé "Moonshine").

C'est exactement pareil que si on demandait si la preuve par Faltings de la conjecture de Mordell a tué la théorie des points rationnels sur les courbes. Non ! C'est seulement un point de départ. De nombreuses questions restent ouvertes.

(Cependant, il est vrai que parfois, une théorie peut être tuée. Un exemple bien connu est le quinzième problème de Hilbert : pour prouver que tout groupe topologique localement euclidien est un groupe de Lie. Quand j'étais un jeune topologue, c'était le problème que je voulais vraiment résoudre - mais je n'ai pu aller nulle part. C'est Gleason, et Montgomery-Zippin, qui l'ont résolu, et leur solution n'a absolument pas tué le problème. Que peut-on trouver d'autre dans cette direction ? Je ne peux penser qu'à une question : le groupe des entiers p-adiques agit-il effectivement sur une variété ? Cela semble assez difficile - mais une solution n'aurait pas d'application en quoi que ce soit, aussi loin que je puisse en juger.)

Q : Mais on pourrait supposer que la plupart des problèmes en mathématiques sont comme ceux-là, c'est-à-dire que les problèmes en eux-mêmes peuvent être difficiles et stimulants, mais qu'après qu'ils aient été résolus, ils deviennent inutiles. En fait, il y a très peu de problèmes comme l'hypothèse de Riemann pour lesquels même avant leur résolution, les gens connaissent déjà beaucoup de ses conséquences.

J.-P. S. : Oui, l'hypothèse de Riemann est un très beau cas : elle implique beaucoup de choses (incluant des inégalités purement numériques, par exemple sur les discriminants des corps de nombres). Mais il y a d'autres tels exemples : le théorème de désingularisation d'Hironaka en est un ; et bien sûr également la classification des groupes finis simples dont nous avons discuté précédemment.

Parfois, c'est la méthode utilisée dans la preuve qui a de nombreuses applications : je suis confiant dans le fait que c'est ce qui se produira avec Faltings. Et parfois, c'est vrai, les problèmes ne sont pas censés avoir des applications ; ils sont une sorte de test des théories existantes ; ils nous forcent à chercher davantage.

Q : Revenez-vous à des problèmes en topologie ?

J.-P. S. : Non. Je n'ai pas gardé trace des techniques récentes, et je ne connais pas les derniers calculs de groupes d'homotophie des sphères $\pi_{n+k}(S_n)$ (je subodore que les gens ont dû atteindre $k = 40$ ou 50. Je les connaissais avant jusqu'à $k = 10$ ou à peu près.).

Mais je continue d'utiliser des idées de topologie au sens large, telles que la cohomologie, les obstructions, les classes Stiefel-Whitney, etc.

Q : Quelle a été l'influence de Bourbaki sur les mathématiques ?

J.-P. S. : Une très bonne influence. Je sais que c'est tendance de tout reprocher à Bourbaki (les “Maths modernes” par exemple), mais ceci est injuste. Bourbaki n'est pas responsable. Les gens ont juste mal utilisé ses livres ; ils n'étaient pas destinés à l'enseignement universitaire, même pas à l'enseignement en lycée.

Q : Peut-être que cela aurait dû être signifié ?

J.-P. S. : Un tel signe a en effet été donné par Bourbaki : c'est le Séminaire Bourbaki. Le Séminaire n'est pas aussi formel que les livres ; il inclut toutes sortes de mathématiques, et même de la physique. Si vous combinez le Séminaire et les livres, vous obtenez une vision plus équilibrée.

Q : Voyez-vous un déclin de l'influence de Bourbaki sur les mathématiques ?

J.-P. S. : L'influence est différente de ce qu'elle était. Il y a quarante ans, Bourbaki avait une mission ; il devait prouver qu'un compte-rendu organisé et systématique des mathématiques était possible. Maintenant cette mission a été remplie et Bourbaki a gagné. Comme conséquence, ses livres ont maintenant seulement un intérêt technique ; la question est juste de savoir s'ils donnent une bonne exposition du sujet qu'ils concernent. Parfois, ils le font (celui sur les "systèmes de racines" est devenu une référence standard dans le domaine) ; parfois, ils échouent à le faire (je ne donnerai pas d'exemple : c'est trop une affaire de goût).

Q : En parlant de goût, pouvez-vous dire quel sorte de style (pour les livres, ou les articles), vous aimez le plus ?

J.-P. S. : La précision combinée au côté informel ! C'est l'idéal, comme ça l'est pour les exposés. Vous trouvez cet heureux mélange chez des auteurs comme Atiyah ou Milnor, et quelques autres. Mais c'est difficile à obtenir. Par exemple, je trouve les français (moi inclus) un peu trop formels, et quelques russes trop imprécis...

Un point supplémentaire que je voudrais ajouter est que les articles devraient inclure davantage de remarques annexes, de questions ouvertes, et autres. Très souvent, elles sont plus intéressantes que les théorèmes effectivement démontrés. Hélas, la plupart des personnes ont peur d'admettre qu'elles n'ont pas la réponse à une question, et par conséquent, elles omettent de mentionner la question même si c'est une question naturelle. Quel dommage ! En ce qui me concerne, j'aime dire "je ne sais pas".