

LE SILENCE DE BOURBAKI SE PERPÉTUE
UNE INTERVIEW DE PIERRE CARTIER

MARJORIE SENECHAL

18 JUIN 1997

Nicolas Bourbaki, 1935-????

Si vous êtes un mathématicien travaillant aujourd’hui, vous avez presque certainement été influencé par Bourbaki, au moins dans le style et l’esprit, et peut-être dans une plus grande mesure que vous ne le pensez. Mais si vous êtes étudiant, vous n’avez peut-être jamais entendu parler de ça, de lui, ou d’eux. Qu’est-ce qu’est Bourbaki, ou bien qui est, ou qui était Bourbaki ?

Cochez tous les items qui s’appliquent. Bourbaki est, ou était, selon le cas ::

- le découvreur (ou l’inventeur, si vous préférez) de la notion de structure mathématique. Va-t-il encore parler ? Peut-il encore parler ?
- l’un des grands mouvements abstractionnistes du XXe siècle ;
- une communauté de mathématiciens petite mais extrêmement influente ;
- un collectif qui n’a pas publié depuis quinze ans.

La réponse est : *tout ce qui précède*, et ce sont quatre fils étroitement tissés d’un chapitre important de l’histoire intellectuelle. Est-il temps d’écrire ce chapitre ? L’histoire de Bourbaki est-elle terminée ?

Bourbaki est né à Paris en 1935 lorsqu’un petit groupe de mathématiciens de l’École Normale Supérieure, mécontents des cours qu’ils dispensaient, décidèrent de les reformuler. La plupart des mathématiciens ont vécu cette expérience à un moment ou à un autre, mais l’ampleur du mécontentement de Bourbaki a grandi rapidement et sans limite. Dès 1939, écrivant en tant que collectif anonyme sous le pseudonyme de Nicolas Bourbaki, ils commencent à publier une série d’ouvrages destinés à transformer la théorie et la pratique des mathématiques elles-mêmes. Dès ses débuts, Bourbaki était un fervent partisan de l’unité et de l’universalité des mathématiques, et s’est consacré à démontrer les deux en refondant toutes les mathématiques en un tout unifié. Ses objectifs étaient une formalisation totale et une parfaite rigueur. Dans les années d’après-guerre, Bourbaki s’est métamorphosé de rebelle à membre de l’establishment.

Les propres règles de Bourbaki prévoyaient explicitement l’auto-renouvellement : de temps en temps, de jeunes mathématiciens étaient invités à se joindre et des membres plus âgés démissionnaient, conformément à la “retraite” obligatoire à cinquante ans. Or Bourbaki a maintenant près de vingt ans de plus que n’importe lequel de ses membres. Le séminaire Bourbaki qui existe de longue date est toujours bien vivant et il se tient à Paris, mais la voix de Bourbaki elle-même, telle qu’elle

Référence : The mathematical intelligencer, Springer-Verlag, New-York, vol. 20, n° 1, p.22, 1998.
Traduction : Denise Vella-Chemla, mai 2023, aidée de Google Lens, et Google traduction.

s'exprime à travers ses livres, est restée silencieuse pendant quinze ans.

Bourbaki parlera-t-il encore ? Peut-il parler à nouveau ?

Pierre Cartier a été membre de Bourbaki de 1955 à 1983. Né à Sedan, en France en 1932, il est diplômé de l'École Normale Supérieure de Paris, où il a étudié sous la direction d'Henri Cartan. Sa thèse, soutenue en 1958, portait sur la géométrie algébrique ; depuis lors, il a contribué à de nombreux domaines des mathématiques, y compris la théorie des nombres, la théorie des groupes, les probabilités et la physique mathématique. Le professeur Cartier a enseigné à Strasbourg pendant une décennie à partir de 1961, après quoi il a rejoint le CNRS, le Centre National de la Recherche Scientifique. Depuis 1971, il est professeur à l'IHÉS (Institut des Hautes Études Scientifiques) de Bures-sur Yvette, et a enseigné à l'École Polytechnique et à l'École Normale, où il anime entre autres un séminaire d'épistémologie. En 1979, il reçoit le prix Ampère de l'Académie française des sciences. Le professeur Cartier a participé à divers programmes pour aider les pays en développement, dont le Chili, le Vietnam et l'Inde, à développer la science chez eux ; il est également éditeur d'un livre sur l'art et les mathématiques. Peu de personnes sont mieux qualifiées pour discuter du silence de Bourbaki. Nous lui sommes reconnaissants d'avoir accepté de faire cette interview pour les lecteurs de *The Mathematical Intelligencer*.

L'Interview

SENECHAL : *S'il vous plaît, parlez-nous d'abord de votre propre lien avec Bourbaki.*

CARTIER : Autant que je m'en souviens, ma première rencontre avec Bourbaki remonte à juin 1951. J'étais élève en première année à l'École Normale, Henri Cartan y était mon professeur de mathématiques et à sa demande Bourbaki m'a invité à participer à leur réunion à Pelvoux, dans les Alpes. Je me souviens que nous avons discuté de beaucoup de choses, notamment d'un texte écrit par Laurent Schwartz sur les fondements des groupes de Lie ; c'était l'une des premières ébauches de la série bien connue de Bourbaki sur les groupes de Lie. Ce n'était pas beaucoup d'années après l'invention de Schwartz des distributions, qui l'a rendu célèbre. Il faut comprendre que les élèves de mathématiques à l'École Normale étaient tous élèves à la fois d'Henri Cartan et de Laurent Schwartz (qui a quitté Nancy pour Paris en 1952). Nous avons assisté à leurs séminaires et cours et essayé d'utiliser leurs nouveaux outils dans tous les sens. François Bruhat et moi avons été parmi les premiers à comprendre l'importance des distributions dans la théorie des groupes de Lie et leurs représentations. Bruhat a consacré sa thèse à ces sujets et n'a publié mes propres contributions que bien plus tard.

Pour moi, c'était très important d'être exposé de l'intérieur. J'ai été surpris de voir toutes ces personnes formidables que j'avais connues de loin. J'ai été accepté très librement. Il a fallu trois ou quatre ans de plus avant que je ne sois officiellement accepté comme membre. Dans les années cinquante et soixante, il y avait un spectre continu depuis l'intérieur du noyau Bourbaki jusqu'à l'extérieur. Le travail qui était imprimé dans les livres, ce qui était rapporté dans le séminaire et le travail des étudiants étaient étroitement liés, et je pense que c'est une des raisons du grand succès des mathématiques françaises à cette époque. Bien sûr, ces temps étaient très différents. L'échelle était beaucoup plus petite. Il y avait alors une dizaine de doctorats par an en mathématiques en

France (contre trois cents aujourd'hui).

Lors de cette première rencontre, j'étais ce qu'ils appellent un *cobaye*, un cochon d'Inde. J'étais très enthousiaste à ce sujet. Tout d'abord, c'était la première fois que je voyais des mathématiques modernes. Je viens d'une petite ville, d'une situation difficile à cause de la guerre. J'avais été élève dans une école secondaire très provinciale, très désuète. Certains de mes professeurs étaient très bons mais bien sûr ils étaient très éloignés de la science moderne. Les mathématiques qu'on m'enseignait étaient la géométrie classique, de manière synthétique et inculte. J'ai eu la chance d'avoir un professeur de physique imaginaire, et donc au début je voulais être physicien. Puis j'ai été élève au Lycée Saint-Louis à Paris avant d'être admis à l'École Normale, et j'ai suivi des cours particuliers de physique avec un professeur très particulier, Pierre Aigrain. (Diplômé de l'Académie navale, il était en 1950 professeur adjoint de physique ; il est finalement devenu secrétaire d'État aux sciences sous le président Giscard.) Habituellement, un étudiant brillant termine le programme en deux ans, mais j'ai réussi à le terminer en un. Mais les mathématiques et la physique qu'on m'enseignait étaient totalement démodées à cette époque, totalement. Je me souviens que, dans un cours qui s'appelait Physique générale à la Sorbonne, le professeur faisait une déclaration solennelle : "Messieurs", il ne mentionnait pas les dames mais il y avait très peu d'élèves filles, "dans ma classe, ce que certains appellent "l'hypothèse atomique", n'a pas sa place." C'était en 1950, cinq ans après Hiroshima ! Alors je suis allé voir Aigrain et j'ai dit : "Qu'est-ce que je fais ?" et il a dit: "Eh bien, bien sûr, tu dois obtenir ton diplôme, mais je vais t'enseigner la physique correctement." Cela montre ce qu'était l'université française à l'époque. Pour comprendre l'influence de Bourbaki, il faut comprendre cela. Bourbaki est tombé dans le vide. Beaucoup de gens ont discuté des raisons pour lesquelles il en était ainsi ; Je ne pense pas que ce soit le lieu pour en reparler. Mais évidemment dans les années 50, au début des années 50, l'enseignement des sciences était très pauvre. Il a fallu environ cinq ou six ans à Bourbaki pour renverser tout le système. En 1957 ou 1958, la subversion était presque totale, à Paris.

SENECHAL : *Mais Bourbaki a commencé dans les années trente...*

CARTIER : Le premier livre a été publié en 1939, mais il y a eu la guerre, qui a retardé les choses, et aussi André Weil était aux États-Unis, Claude Chevalley était aux États-Unis, et Laurent Schwartz a dû se cacher pendant la guerre parce qu'il était juif. Bourbaki a survécu pendant la guerre avec seulement Henri Cartan et Jean Dieudonné. Mais tout le travail qui avait été fait dans les années trente s'est épanoui dans les années cinquante. Je me souviens que nous, les jeunes mathématiciens, étions vraiment impatients d'aller à la librairie pour acheter les nouveaux livres. Et à cette époque Bourbaki publiait au moins un ou deux tomes chaque année.

Quand je suis officiellement devenu membre de Bourbaki en 1955, je devais respecter la règle selon laquelle tout le monde devait partir à 50 ans, et je suis donc parti en 1983, alors que j'avais presque 51 ans. J'ai consacré près de 30 ans de ma vie, et au moins un tiers de mon travail, à Bourbaki. Les habitudes de travail de Bourbaki impliquaient de très nombreux avant-projets d'un livre avant sa publication. À l'époque, nous avions trois réunions par an, une semaine à l'automne, une semaine au printemps et deux semaines à l'été, ce qui représente déjà un mois de dur labeur, dix ou douze heures par jour. Les livres publiés comprenaient environ 10 000 pages, ce qui signifie environ 1 000 à 2 000 pages de rapports préliminaires et de brouillons rédigés chaque année. J'estime avoir

contribué à environ 200 pages par an pendant tout ce temps avec Bourbaki.

SENECHAL : *Combien de personnes faisaient-elles partie du groupe, à cette époque ?*

CARTIER : Environ 12. C'était toujours un petit groupe bien délimité. Le séminaire était différent, beaucoup plus ouvert. Mais encore, dans les années 1950, si vous regardez la table des matières des volumes du séminaire, environ la moitié des communications étaient écrites par des membres de Bourbaki ; à cette époque, l'interaction entre le séminaire et le groupe était très forte. Maintenant ce n'est plus vrai : c'est toujours une série distinguée mais elle est généralement écrite par des gens qui n'ont aucun lien direct avec l'institution Bourbaki. Mais à cette époque, les gens publiaient dans la série de séminaires une partie de leurs découvertes, ou des récits préliminaires des idées de Bourbaki qui parurent plus tard dans les livres.

J'étais typiquement un membre de la troisième génération. On peut dire qu'il y en a eu quatre. La première génération était constituée des pères : André Weil, Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Delsarte et Jean Dieudonné, les personnes qui ont fondé le groupe dans les années trente. (D'autres personnes se sont jointes au début, mais sont parties bientôt.) Puis il y a eu une deuxième génération, des personnes invitées à rejoindre pendant ou juste après la guerre : Godement, et Sammy Eilenberg. La troisième génération comprenait Armand Borel, Alexandre Grothendieck, François Bruhat, moi-même, Serge Lang et John Tate.

SENECHAL : *Ces générations différaient-elles dans leurs attitudes ou leurs perspectives ?*

CARTIER : Ils étaient très différents. Je pense qu'ils sont devenus de plus en plus pragmatiques et de moins en moins dogmatiques.

SENECHAL : *Et comment cela s'est-il manifesté dans l'œuvre de Bourbaki ?*

CARTIER : Dès le début, le traité Bourbaki a été conçu comme comprenant deux parties. La première partie est sur les fondations et se compose de six livres, sur la théorie des ensembles, l'algèbre, la topologie générale, le calcul élémentaire, les espaces vectoriels topologiques et la théorie de l'intégration (de Lebesgue). Les quatre derniers de ces livres donnent les fondements de l'analyse, tels que perçus par Bourbaki, avec un fort penchant vers l'analyse fonctionnelle. La deuxième partie, en deçà de projets plus ambitieux, consiste en deux séries très réussies, sur les groupes de Lie et sur l'algèbre commutative. En regardant la liste des membres de Bourbaki des deuxième et troisième générations, on se rend compte que certains des plus grands experts mondiaux de l'époque étaient là, et cela explique l'ampleur et la profondeur de la deuxième partie de l'œuvre de Bourbaki.

L'ancienne génération avait appris les mathématiques à l'ancienne. Ce sont eux qui ont remanié les mathématiques. La deuxième génération avait déjà été exposée au nouvel enseignement. Ma génération, la troisième génération, n'a pas eu à prouver que la nouvelle méthode était meilleure que l'ancienne parce qu'on nous enseignait essentiellement avec la nouvelle méthode. Je pense que j'étais juste à la frontière, car au lycée, on m'enseignait encore selon l'ancienne méthode, mais quand je suis allé à Paris, j'ai été exposé à la nouvelle pensée. Et donc nous étions de moins en moins dogmatiques, car nous n'avions rien à prouver. Le noyau des mathématiques françaises

s'était rendu à Bourbaki. Bourbaki avait déjà pris le pouvoir, non seulement sur le plan intellectuel mais aussi sur le plan académique. Il était clair que d'un point de vue institutionnel, Bourbaki avait gagné.

Si vous regardez les volumes sur les groupes de Lie, vous verrez que les derniers ont des chapitres auxquels on ne s'attend pas chez Bourbaki. C'est devenu de plus en plus explicite ; il y a des tableaux et des dessins. Je pense que c'était essentiellement l'influence d'une personne, Armand Borel. Il aimait citer Shaw, "C'est le caractère national suisse, ma chère dame", et très souvent lors d'une discussion, il disait : "Je suis le paysan suisse."

Bien sûr, à cette époque, la géométrie différentielle était en plein essor, et cela avait toujours été un grand défi pour Bourbaki. Il faut se rappeler que le père d'Henri Cartan était Élie Cartan, le géomètre, et que les Bourbaki ne reconnaissaient qu'un seul parrain, Élie Cartan, et avaient beaucoup d'aversion pour tous les autres mathématiciens français des années trente. Bourbaki ne s'est réconcilié avec Poincaré qu'après une longue lutte. Quand j'ai rejoint le groupe dans les années 50, ce n'était pas du tout à la mode de valoriser Poincaré. Il était démodé. Bien sûr, l'opinion sur Poincaré a complètement changé. Mais force est de constater que son style et celui de Bourbaki étaient totalement différents.

La quatrième génération était plus ou moins un groupe d'étudiants de Grothendieck. Mais à cette époque Grothendieck avait déjà quitté Bourbaki. Il a appartenu à Bourbaki pendant une dizaine d'années mais il est parti en colère. Les personnalités étaient très fortes à l'époque. Je me souviens qu'il y avait des affrontements très souvent. Il y avait aussi, comme d'habitude, un combat de générations, comme dans toute famille. Je pense qu'un petit groupe comme ça répétait plus ou moins les traits psychologiques d'une famille. Nous avons donc eu des affrontements entre générations, des affrontements entre frères, etc. Mais ils n'ont pas détourné Bourbaki de son objectif principal, même s'ils ont parfois été assez brutaux. Au moins, l'objectif était clair. Il y avait quelques personnes qui ne pouvaient pas supporter le fardeau de ce style psychologique, par exemple Grothendieck est parti et Lang a aussi abandonné.

SENECHAL : *Les objectifs sont-ils restés dans le temps ou ont-ils changé ?*

CARTIER : Ils ont changé. La première génération devait d'abord créer un projet à partir de rien. Ils ont dû inventer une méthode. Puis dans les années quarante, on peut dire que la méthode était apparue et Bourbaki savait où aller : son but était de donner les bases des mathématiques. Ils devaient soumettre toutes les mathématiques au schéma de Hilbert ; ce que van der Waerden avait fait pour l'algèbre devait être fait pour le reste des mathématiques. Ce qui devait être inclus était plus ou moins clair. Les six premiers livres de Bourbaki comprennent les connaissances de base d'un étudiant diplômé moderne.

Le malentendu était que beaucoup de gens pensaient qu'il fallait l'enseigner comme cela était écrit dans les livres. Vous pouvez considérer les premiers livres de Bourbaki comme une encyclopédie des mathématiques, contenant toutes les informations nécessaires. C'est une bonne description. Si vous le considérez comme un manuel, c'est un désastre.

SENECHAL : *Étiez-vous au courant de cela lorsque vous étiez membre de Bourbaki ? Les gens de Bourbaki se sont-ils rendus compte que ce n'était pas un manuel ?*

CARTIER : Plus ou moins, mais pas aussi clairement que maintenant. Il y a eu un malentendu à ce sujet, je suppose parce que nous n'avions pas de manuels. Je me souviens très bien de la manière dont j'ai appris l'algèbre et la topologie. Quand j'étais étudiant, chaque fois que Bourbaki publiait un nouveau livre, je l'achetais ou l'empruntais à la bibliothèque et je l'apprenais. Pour moi, pour les gens de ma génération, c'était un manuel. Mais le malentendu était que ce devrait être un manuel pour tout le monde. C'était la grande catastrophe.

Quoi qu'il en soit, à ce moment-là, la portée du projet était plus ou moins claire. Mais que devrait faire Bourbaki après cela ? La seconde génération disposait d'une méthode existante, et n'avait plus qu'à développer un projet aux contours clairement délimités. La troisième génération devait aller au-delà, entrer dans le monde ouvert, ce qui signifiait, à l'époque, la géométrie de manière générale : géométrie algébrique, géométrie différentielle, plusieurs variables complexes, groupes de Lie, espaces de modules, etc.

Je pense que je suis responsable de l'idée que Bourbaki devrait consacrer un chapitre spécial à la géométrie des groupes cristallographiques. Les raisons en sont clairement énoncées dans l'introduction de la série sur les groupes de Lie. Coxeter a été le premier à comprendre la relation entre les groupes de Lie et les groupes cristallographiques et leur classement. Certes, les gens qui travaillaient sur les groupes de Lie étaient, par esprit, plus géométriques et plus pragmatiques que les autres. Mais je me souviens que j'ai dû me battre assez fort pour convaincre mes collègues de Bourbaki que la prééminence devait être donnée aux groupes cristallographiques.

SENECHAL : *Quelle était l'opinion de Bourbaki sur Coxeter ?*

CARTIER : Je pense qu'à partir des années 60, les gens ont réalisé l'importance de son travail. Borel avait beaucoup d'idées semblables et Jacques Tits a également joué un rôle. Tits était beaucoup plus proche dans l'esprit, dans sa façon de faire des mathématiques, de Coxeter que de Bourbaki. Il n'était pas formellement membre de Bourbaki mais il a eu une longue collaboration avec nous. On a donc pu le remercier, dans les livres, pour sa collaboration sans enfreindre la règle de l'anonymat. Tits a été très généreux : il nous a fourni de nombreux volumes publiés pour la première fois dans Bourbaki. Mais bien sûr, il avait une façon très différente de penser les mathématiques.

Dans la deuxième génération et la troisième génération, les deux séries principales étaient l'algèbre commutative (avec la géométrie algébrique en arrière-plan) d'une part, et les groupes de Lie d'autre part. Et il y a une évidente différence de style et d'accent, malgré le fait qu'alors, Bourbaki était vraiment un collectif et que tout le monde contribuait à chaque livre, plus ou moins. Serre était le maître des deux côtés ; il n'était pas un expert des groupes de Lie au départ mais il en est devenu un. Serre était le leader naturel de la deuxième génération car, comme Weil pour la première génération, il était le seul à avoir une approche vraiment universelle des mathématiques. Mais aucun d'eux n'était analyste. Certes, le contenu de Bourbaki portait beaucoup plus sur l'algèbre, la géométrie algébrique, que sur l'analyse.

À la quatrième génération, l'objectif était moins visible. Grothendieck avait développé son propre programme, en dehors de Bourbaki, donc le besoin d'un Bourbaki était moins évident. Et il y avait aussi un manque de compréhension globale des mathématiques. Les membres étaient devenus plus spécialisés dans leurs intérêts.

Il y a eu diverses tentatives au sein du groupe pour se concentrer sur de nouveaux projets. Par exemple, pendant un certain temps, l'idée était que l'on devait développer la théorie de plusieurs variables complexes, et de nombreux brouillons ont été rédigés. Mais il n'a jamais mûri, je pense en partie parce qu'il était trop tard. Il y avait déjà beaucoup de bons manuels au sujet de la théorie de plusieurs variables dans les années soixante-dix, par Grauert et d'autres personnes. À la fin des années 70, la méthode de Bourbaki était si bien comprise que tout le monde savait écrire dans cet esprit. Il y avait toute une génération de manuels et de livres qui étaient sous son influence. Bourbaki s'est retrouvé sans tâche, et il a donc décidé de consacrer une partie de son énergie à la révision de ses propres livres, la soi-disant "Nouvelle édition". La révision était en grande partie achevée ; il s'agissait de révisions vraiment approfondies.

SENECHAL : *Les révisions incluent-elles un changement de style?*

CARTIER : Non, non. Mais par exemple, la section sur la topologie des espaces métriques a été beaucoup plus développée et approfondie, les preuves ont été améliorées et il y a un petit volume qui a tenté de combler le fossé entre la théorie des probabilités et la façon dont Bourbaki a présenté Lebesgue dans la théorie de l'intégration. C'était une tentative de corriger un point de vue manifestement erroné de Bourbaki.

SENECHAL : *Quels autres domaines des mathématiques voyez-vous maintenant comme ayant été laissés de côté ?*

CARTIER : Tout d'abord l'analyse, bien qu'il y ait un texte de calcul élémentaire, un très bon livre, c'était l'influence de Jean Delsarte. Il n'y a essentiellement aucune analyse au-delà des fondements : rien sur les équations aux dérivées partielles, rien sur les probabilités. Il n'y a rien non plus sur la combinatoire, rien sur la topologie algébrique, rien sur la géométrie concrète. Et Bourbaki n'a jamais sérieusement considéré la logique. Dieudonné lui-même était très véhément contre la logique.

Tout ce qui touche à la physique mathématique est totalement absent du texte de Bourbaki. Au séminaire Bourbaki, j'ai contribué à une longue série d'articles mettant l'accent sur des questions de physique mathématique. Mais j'étais le seul, et mes contributions n'étaient pas toujours acceptées sans combat.

Mais même dans les domaines des mathématiques qui n'ont pas été considérés par Bourbaki, en rétrospective sur les trente dernières années, il est évident que leur développement a été très marqué par l'esprit Bourbaki.

SENECHAL : *Y avait-il un préjugé contre la physique, ou Bourbaki n'y a-t-il tout simplement pas pensé ?*

CARTIER : Eh bien, bien sûr, il y avait un fort parti pris contre, pour la plupart des gens. Au début, je suppose que j'étais un peu hétérodoxe au sein du groupe Bourbaki. J'avais un intérêt de longue date pour la physique mathématique. Il y a quelques années, lors d'une discussion avec André Weil, juste après qu'il ait publié ses propres mémoires, j'ai dit : "Vous avez mentionné qu'en 1926 vous étiez à Göttingen... en 1926 quelque chose s'est passé à Göttingen". Et Weil a demandé : "Que s'est-il passé à Göttingen?" et j'ai dit "Oh ! La mécanique quantique !" Et Weil a dit : "Je ne sais pas ce que c'est." Il était élève de Hilbert en 1926 et Hilbert lui-même s'intéressait à la mécanique quantique, Max Born était là, Heisenberg était là, et d'autres, mais apparemment André Weil n'y prêtait aucune attention. J'ai récemment eu l'occasion de donner une conférence publique sur la philosophie de l'espace d'Hermann Weyl, j'ai donc lu attentivement la littérature à son sujet. Il y a une nécrologie d'Hermann Weyl écrite par Chevalley et Weil. Ils le louent, pour de bonnes raisons, mais il n'y a aucune mention de ses travaux en physique, pas même de ses travaux en relativité générale. De toute évidence, les deux meilleurs livres de Weyl sont son livre sur la relativité générale et son livre sur la mécanique quantique !

SENECHAL : *La dernière publication de Bourbaki remonte à 1983. Pourquoi ne publie-t-il plus rien maintenant ?*

CARTIER : Il y a plusieurs raisons à cela. D'abord, il y a eu un clash entre Bourbaki et son éditeur, au sujet des droits d'auteur et des droits de traduction, qui s'est soldé par une longue et désagréable procédure judiciaire. Lorsque l'affaire a été réglée en 1980, Bourbaki a été autorisé à conclure un accord avec un nouvel éditeur. En utilisant le travail intensif effectué dans les années soixante-dix dans le but de réviser les anciennes éditions, nous avons pu les republier dans une nouvelle édition. Nous avons complété la série existante par deux ou trois volumes supplémentaires, mais alors... silence.

Au-delà de l'objectif facile d'une "édition définitive", Bourbaki a lutté dans les années 70 et 80 pour formuler de nouvelles orientations. J'ai déjà mentionné un projet raté sur la théorie à plusieurs variables complexes. Il y eut des tentatives de théorie de l'homotopie, de théorie spectrale des opérateurs, de théorème de l'indice, de géométrie symplectique. Mais aucun de ces projets n'a dépassé le stade préliminaire.

Bourbaki n'a pas pu trouver de nouvelle issue car on avait une vision dogmatique des mathématiques : tout devait être placé dans un cadre sécurisé. C'était tout à fait raisonnable pour la topologie générale et l'algèbre générale, qui étaient déjà solidifiées vers 1950. La plupart des gens conviennent maintenant que vous avez besoin de bases générales pour les mathématiques, du moins si vous croyez en l'unité des mathématiques. Mais je crois maintenant que cette unité doit être organique, alors que Bourbaki défendait un point de vue structurel.

Conformément aux vues de Hilbert, Bourbaki pensait que la théorie des ensembles fournissait ce cadre général dont on avait cruellement besoin. Si vous avez besoin de quelques bases logiques, les catégories sont un outil plus flexible que la théorie des ensembles. Le fait est que les catégories offrent à la fois un fondement philosophique général qui est la partie encyclopédique, ou taxonomique, et un outil mathématique très efficace, à utiliser dans des situations mathématiques. Que la théorie des ensembles et les structures soient, en revanche, plus rigides, on peut le voir en lisant le dernier

chapitre de la théorie des ensembles de Bourbaki, avec un effort monstrueux pour formuler des catégories sans catégories.

Pour lui, il était important de voir les questions dans leur ensemble, de voir la nécessité d'une preuve, ses implications globales. Quant à la rigueur, tous les membres de Bourbaki y tenaient : le mouvement Bourbaki est né essentiellement parce que la rigueur manquait aux mathématiciens français, par rapport aux Allemands, c'est-à-dire aux hilbertiens. La rigueur consistait à se débarrasser d'une accumulation de détails superflus. À l'inverse, le manque de rigueur donnait à mon père l'impression d'une épreuve où l'on marchait dans la boue, où il fallait ramasser une sorte de crasse pour avancer. Une fois cette saleté retirée, on pouvait accéder à l'objet mathématique, sorte de corps cristallisé dont l'essence est sa structure. Quand cette structure avait été construite, il disait que c'était un objet qui l'intéressait, quelque chose à regarder, à admirer, peut-être à retourner, mais certainement pas à transformer. Pour lui, la rigueur en mathématiques consistait à fabriquer un nouvel objet qui pouvait ensuite rester inchangé.

La façon dont mon père travaillait, il semble que c'était ça qui comptait le plus, cette production d'un objet qui ensuite devenait inerte-mort, vraiment. Il ne devait plus être altéré ni transformé. Non pas qu'il y ait eu une connotation négative à cela. Mais je dois ajouter que mon père était probablement le seul membre de Bourbaki qui considérait les mathématiques comme un moyen de mettre à mort des objets à des fins esthétiques.

Extrait de "Claude Chevalley décrit par sa fille" (1988)
dans *Nicolas Bourbaki : Faits et légendes*.

Il est étonnant que la théorie des catégories ait été plus ou moins l'idée originale de Bourbaki. Les deux fondateurs étaient Eilenberg et MacLane. MacLane n'a jamais été membre de Bourbaki, mais Eilenberg l'était, et MacLane était proche d'esprit. Le premier manuel sur l'algèbre homologique qui a été publié était de Cartan-Eilenberg, lorsque les deux étaient très actifs à Bourbaki. Citons aussi Grothendieck, qui a très largement développé les catégories. J'ai utilisé des catégories de manière consciente ou inconsciente dans une grande partie de mon travail, tout comme la plupart des membres de Bourbaki. Mais parce que la façon de penser était trop dogmatique, ou du moins la présentation dans les livres était trop dogmatique, Bourbaki ne pouvait s'accommoder d'un changement d'orientation, une fois le processus de publication lancé.

Je pense que les années 80 étaient une limite naturelle. Sous la pression d'André Weil, Bourbaki a insisté pour que chaque membre prenne sa retraite à cinquante ans, et je me souviens qu'à quatre-vingts ans, j'ai dit, en plaisantant, que Bourbaki devait prendre sa retraite à cinquante ans.

SENECHAL : *Il semble que cela se soit plus ou moins produit.*

CARTIER : Oui, je pense que l'une des principales raisons est que son objectif déclaré, fournir les bases de toutes les mathématiques existantes, a été atteint. Mais aussi, si vous avez un format aussi rigide, il est très difficile d'intégrer de nouveaux développements. Si ce qui est considéré comme important ne change pas, c'est toujours possible. Mais bien sûr, après cinquante ans, ce qui est considéré comme important avait changé.

SENECHAL : *En diriez-vous un peu plus là-dessus ?*

CARTIER : André Weil aimait parler de l'air du temps, de l'air du temps. Ce n'est pas un hasard si Bourbaki a duré du début des années 30 aux années 80, alors que le système soviétique a duré de 1917 à 1989. André Weil n'aime pas cette comparaison. Il dit à plusieurs reprises : "Je n'ai jamais été communiste !". On dit en plaisantant que le XXe siècle a duré de Sarajevo 1914 à Sarajevo 1989. Le XXe siècle, de 1917 à 1989, a été un siècle d'idéologie, l'âge idéologique.

SENECHAL : *Par idéologie, entendez-vous l'idée d'un schéma directeur qui puisse servir à tous les usages et pour toujours ?*

CARTIER : *Une solution finale.* Il y a de bonnes raisons de détester cette expression, mais c'est dans l'esprit des gens qu'on pourrait arriver à une solution finale. Il y a un livre de H.G. Wells intitulé *A Modern Utopia*, qui devrait être réimprimé. Par hasard, je le lisais juste au moment de l'effondrement du système soviétique. Comme vous le savez, H.G. Wells était certainement très amical envers la révolution d'Octobre 1917, il était un ami des Soviétiques, certes. Mais il avait un esprit très vif et il avait une vision historique si fine qu'il pouvait envisager des développements.

Même s'il était enthousiasmé par cette nouvelle ère, il a compris que la solution finale n'existe pas et que c'était une erreur de considérer qu'on peut atteindre un tel état d'équilibre social historique que désormais la société restera telle qu'elle est pour toujours. Wells s'est très bien opposé à cette idée. Si vous lisez ses livres, vous verrez cela comme l'une de ses obsessions.

Hilbert, je pense, reflétait ce *Zeitgeist*. Il y a un enregistrement de sa voix ; dans le livre de Constance Reid sur Hilbert, il y en a une disquette, un enregistrement d'un discours que Hilbert a prononcé en Allemagne dans les années trente. C'est très idéologique. À l'époque, Hilbert vieillissait et ses vues étaient donc idylliques, se solidifiant.

Si vous mettez côte à côte le manifeste des surréalistes et l'introduction de Bourbaki, ainsi que d'autres manifestes de l'époque, ils se ressemblent beaucoup. Ma fille traduit actuellement un livre sur la naissance de la cinématographie, et dans un chapitre sur les futuristes italiens, il y a une affirmation très similaire. En science, en art, en littérature, en politique, en économie, en affaires sociales, c'était le même esprit. L'objectif déclaré de Bourbaki était de créer une nouvelle mathématique. Il n'a cité aucun autre texte mathématique. Bourbaki est autosuffisant. Bien sûr, à l'époque, les communistes de l'Union soviétique affirmaient la même chose. Nous savons maintenant que c'était un mensonge, et que les dirigeants savaient à l'époque qu'ils mentaient. Certes Bourbaki ne mentait pas, mais quand même, l'esprit était le même. C'était le temps de l'idéologie : Bourbaki devait être le *Nouvel Euclide*, il écrirait un manuel pour les 2000 prochaines années.

SENECHAL : *Pourquoi y a-t-il un manque d'illustration visuelle dans la plupart des œuvres de Bourbaki ?*

CARTIER : Je pense que la meilleure réponse serait la description de Chevalley donnée par sa fille [voir encadré]. Les Bourbaki étaient des puritains, et les puritains s'opposent fortement aux représentations picturales des vérités de leur foi. Le nombre de protestants et de juifs dans le groupe Bourbaki était écrasant. Et vous savez que les protestants français surtout sont très proches des

juifs dans l'esprit. J'ai des origines juives et j'ai été élevé dans la lignée des huguenots. Nous sommes un peuple de la Bible, de l'Ancien Testament, et beaucoup de huguenots en France sont plus épris de l'Ancien Testament que du Nouveau Testament. Parfois, nous adorons Jaweh plus que Jésus.

Alors, quelles étaient les raisons ? La philosophie générale telle que développée par Kant, certainement. Bourbaki est le fruit de la philosophie allemande, Bourbaki a été fondée pour développer et propager les vues philosophiques allemandes dans la science. André Weil a toujours aimé la science allemande et il citait toujours Gauss. Tous ces gens, avec leurs propres goûts et leurs propres opinions personnelles, étaient des partisans de la philosophie allemande.

Et puis il y a eu l'idée qu'il y a une opposition entre l'art et la science. L'art est fragile et mortel, parce qu'il fait appel aux émotions, au sens visuel et aux analogies tacites.

Mais je pense que cela fait aussi partie de la tradition euclidienne. Dans Euclide, vous trouvez quelques dessins mais on sait que la plupart d'entre eux ont été ajoutés après Euclide, dans des éditions ultérieures. La plupart des dessins de l'original sont des dessins abstraits. Vous faites un raisonnement sur certaines proportions et vous dessinez des segments, mais ils ne sont pas destinés à être des segments géométriques, juste des représentations de certaines notions abstraites. Aussi Lagrange affirmait-il fièrement, dans son manuel de mécanique : "Vous ne trouverez aucun dessin dans mon livre !" L'esprit analytique faisait partie de la tradition française et de la tradition allemande. Et je suppose que c'était aussi dû à l'influence de gens comme Russell, qui affirmaient qu'ils pouvaient tout prouver formellement - que la soi-disant intuition géométrique n'était pas fiable en matière de preuve.

Encore une fois, les abstractions et le mépris de Bourbaki pour la visualisation s'inscrivaient dans une mode globale, comme l'illustrent les tendances abstraites de la musique et de la peinture de cette période.

SENECHAL : *Les membres de Bourbaki appréciaient-ils la musique abstraite et l'art abstrait ?*

CARTIER : Je ne pense pas qu'ils aient eu beaucoup de goût pour la musique ou l'art abstrait. On pourrait dire qu'ils avaient dans l'ensemble des goûts bourgeois classiques. Bourgeois instruit, pas philistins. Par exemple, Cartan et Dieudonné étaient des amoureux et des praticiens de la musique, mais ils étaient très classiques. Cartan certes, dans son éducation protestante, aimait beaucoup Bach, et Dieudonné était un assez bon pianiste, au niveau amateur, mais assez bon, et il avait une mémoire fantastique. Il connaissait des centaines et des centaines de pages de partitions par cœur et pouvait suivre chaque note. Je me souviens que j'ai eu quelques occasions d'aller à la salle de concert avec lui. C'était fascinant, il regardait la partition dans sa main et s'exclamait "OH !" si l'orchestre sautait une note ! Il consacra les six derniers mois de sa vie, lorsqu'il décida que sa vie mathématique était terminée, qu'il avait écrit son dernier livre, et qu'il se retira chez lui, pour écouter des enregistrements et suivre les partitions et les notes.

Il est intéressant de savoir que les révolutionnaires en mathématiques n'étaient pas des révolutionnaires dans d'autres domaines. Je suppose que la seule personne dans le groupe Bourbaki qui était

vraiment consciente des liens de l'idéologie Bourbaki avec d'autres idéologies était Chevalley. Il a été membre de divers groupes d'avant-garde, tant en politique qu'en arts. En tant qu'éditeur du travail de Chevalley, j'ai décidé, à la demande de sa fille, d'inclure un volume spécial sur son travail en dehors des mathématiques. Il avait écrit diverses brochures et diverses notes : Catherine Chevalley devra travailler dur pour collecter ces choses et nous les publierons dans le cadre de ses œuvres collectées.

Chevalley était le seul à percevoir le lien entre Bourbaki et le reste, et c'est peut-être pourquoi, dans les années 70, il était plus critique que les autres. Dans les années 70, une personne sensée pouvait déjà voir la fin d'une longue tendance historique, et je pense qu'il y était très sensible. Les mathématiques étaient la partie la plus importante de sa vie, mais il n'a tracé aucune frontière entre ses mathématiques et le reste de sa vie. Peut-être que c'était parce que son père était ambassadeur, donc il avait plus de contacts avec d'autres personnes.

SENECHAL : *Pouvez-vous préciser les principales raisons du déclin de Bourbaki ?*

CARTIER : Comme je l'ai dit, dans les années 80, il n'y avait plus d'objectif déclaré, si ce n'est la longue bataille juridique. Je pense que c'était l'un des cas du siècle ! Nous avons engagé un célèbre avocat qui s'était battu pour les héritiers de Picasso et de Fujita. Nous avons survécu artificiellement : nous devons gagner cette bataille. Mais ce fut une victoire à la Pyrrhus. Comme d'habitude dans les batailles juridiques, les deux parties ont perdu et l'avocat s'est enrichi. Dans la gloire et dans la poche.

En un sens, Bourbaki est comme un dinosaure, la tête trop éloignée de la queue. Quand Dieudonné fut le scribe de Bourbaki, pendant de nombreuses années, chaque mot imprimé venait de sa plume. Bien sûr, il y avait eu de nombreux brouillons et versions préliminaires, mais la version imprimée était toujours de la plume de Dieudonné. Et avec sa mémoire fantastique, il connaissait chaque mot. Je me souviens, c'était une blague, on pouvait dire "Dieudonné, c'est quoi ce résultat sur untel ?" et il se dirigeait vers l'étagère, décrochait le livre et l'ouvrait à la bonne page. Après Dieudonné (et un intermède de Samuel et Dixmier) j'étais le secrétaire de Bourbaki, et c'était mon devoir de faire la majeure partie de la relecture, je pense que j'ai relu cinq à dix mille pages. J'ai une bonne mémoire visuelle. Je ne me comparerais pas à Dieudonné, mais il fut un temps où je connaissais la plupart des imprimés de Bourbaki. Mais personne après moi n'a pu le faire. Ainsi Bourbaki a perdu la conscience de son propre corps, les 40 volumes publiés.

Et comme je l'ai déjà dit, Bourbaki était plus ou moins comme une famille. La deuxième, la troisième ou la quatrième génération de toute famille ou de tout groupe social suit des schémas sociologiques définis. Ma propre famille était typique. Mon grand-père était un self-made man, un homme d'affaires très prospère. Mon père et mon oncle se sont lancés dans l'entreprise, mais ils n'étaient pas si dévoués au combat. Et les gens de ma génération, eh bien, je suppose que j'ai pris la bonne décision de ne pas m'y engager. En effet, les gens de ma génération qui ont poursuivi les affaires de notre famille n'ont pas si bien réussi, parce qu'ils n'avaient rien contre quoi se battre.

Mais ce sont les raisons internes. Bien sûr, le monde extérieur a aussi une influence. Que le monde mathématique extérieur ait changé est évident. Nous savons tous que ce que Staline n'a jamais pu

réaliser avec son armée, conquérir le monde, l'effondrement de l'Union soviétique l'a réalisé pour les mathématiques. Les mathématiciens russes ont apporté un style différent à l'Occident, une façon différente de regarder les problèmes, un sang neuf.

C'est une autre époque, avec des valeurs différentes. Je n'ai aucun regret : je pense que cela valait la peine de vivre au XXe siècle.

SENECHAL : Comment décririez-vous votre parcours avec Bourbaki ?

CARTIER : J'ai été personnellement très heureux parce que quand j'ai atteint l'âge de la retraite normale de Bourbaki, j'ai eu la très heureuse opportunité d'être sollicité pour prononcer la conférence au nom de Vladimir Drinfel'd au Congrès international des mathématiciens à Berkeley en 1986 (Drinfel'd a été empêché de venir pour des raisons politiques). Ce fut un grand défi et un grand honneur pour moi ; son article est l'un des articles les plus importants des Proceedings. Du jour au lendemain, cela a changé ma vie mathématique. J'ai pensé : "C'est ce que je dois faire maintenant.". Bien sûr je connaissais le matériau de base mais la perspective était nouvelle. Je ne peux pas prétendre que dans les quelques heures que j'ai eues pour préparer la conférence, j'ai pu vraiment la maîtriser, mais j'en ai assez compris pour pouvoir expliquer aux gens : "C'est nouveau, c'est important.".

Quand j'ai commencé en mathématiques, la tâche principale d'un mathématicien était de mettre de l'ordre et de faire une synthèse du matériau existant, pour créer ce que Thomas Kuhn appelait la science normale. Les mathématiques, dans les années 1940 et 1950, traversaient ce que Kuhn appelle une période de solidification. Dans une science donnée, il y a des moments où vous devez prendre tout le matériau existant et créer une terminologie unifiée, des normes unifiées et former les gens dans un style unifié. Le but des mathématiques, dans les années 50 et 60, était de créer une nouvelle ère de science normale. Maintenant, nous sommes à nouveau au début d'une nouvelle révolution. Les mathématiques connaissent des changements majeurs. Nous ne savons pas exactement où cela ira. Il n'est pas encore temps de faire la synthèse de tout cela, peut-être dans vingt ou trente ans sera-t-il l'heure d'un nouveau Bourbaki. Je me considère très chanceux d'avoir eu deux vies, une vie de science normale et une vie de révolution scientifique.

BIBLIOGRAPHIE

1. *Nicolas Bourbaki, Faits et légendes*, Michèle Chouhan, Éditions du Choix, Argenteuil, 1995.
2. Nicholas Bourbaki, Collective Mathematician : an interview with Claude Chevalley, Denis Guedj, traduit par Jeremy Gray, *The Mathematical Intelligencer*, vol. 7, n° 2, 18-22, 1985.
3. *Les Mathématiques et l'Art*, Pierre Cartier, Institut des Hautes Études Scientifiques, preprint IHÉS/M/93/33.
4. The Continuing Silence of a Poet, A. B. Yehoshua, dans *The continuing silence of a poet : collected stories*, Penguin books, 1991.